หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

ฟิสิกส์
เล่ม ๒

ตามผลการเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ตัวอักษรกรีก

ตัวอักษรเล็ก	ตัวอักษรใหญ่	ชื่อ	
α	A	alpha	แอลฟา
β	B	beta	บีตา
γ	Γ	gamma	แกมมา
δ, ∂	Δ	delta	เดลตา
ε	E	epsilon	เอปไซลอน
ζ	Z	zeta	ซีตา
η	H	eta	อีตา
θ	Θ	theta	ทีตา
ι	I	iota	ไอโอตา
κ	K	kappa	แคปปา
λ	Λ	lambda	แลมบ์ดา
μ	M	mu	มิว

ตัวอักษรเล็ก	ตัวอักษรใหญ่	ชื่อ	
ν	N	nu	นิว
ξ	Ξ	xi	ไซ
o	O	omicron	โอไมครอน
π	Π	pi	พาย
ρ	P	rho	โร
σ	Σ	sigma	ซิกมา
τ	T	tau	เทา
υ	Y	upsilon	อิปไซลอน
ϕ	Φ	phi	ฟาย, ฟี
χ	X	chi	ไค
ψ	Ψ	psi	ซาย
ω	Ω	omega	โอเมกา

ราชบัณฑิตยสถาน ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พิมพ์ครั้งที่ ๙ แก้ไขเพิ่มเติม กรุงเทพ : ราชบัณฑิตยสถาน, ๒๕๔๙.

หนังสือเรียน

รายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ฟิสิกส์

ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ ๔ เล่ม ๒

ตามผลการเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

จัดทำเป็นฉบับ e-book ครั้งที่ ๑ พ.ศ. ๒๕๖๓

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียนฉบับ e-book นี้ขึ้น โดยมีเนื้อหาเช่นเดียวกันกับหนังสือเรียน สสวท. ฉบับสื่อสิ่งพิมพ์ที่ได้จัดทำตามมาตรฐานหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ทุกประการ เพื่ออำนวยความสะดวกในการเข้าถึงหนังสือเรียน สสวท. ผ่านเทคโนโลยีดิจิทัลเพื่อให้นักเรียน ครู ผู้ปกครอง นักวิชาการ และ ผู้สนใจทั่วไปเข้าถึงได้ง่ายและสะดวกรวดเร็ว รวมทั้งสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมกับจุดประสงค์ต่าง ๆ

ทั้งนี้ สสวท. ขอสงวนสิทธิ์ในหนังสือเรียน ฉบับ e-book นี้ตามกฎหมายลิขสิทธิ์ ห้ามผู้ใดทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง เลียนแบบ จำหน่าย หรือ เผยแพร่โดยมิได้รับอนุญาต

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อต้องการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้วิทยาศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการ ใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้และแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีการทำกิจกรรมด้วยการลงมือปฏิบัติเพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และทักษะแห่งศตวรรษที่ ๒๑ ซึ่งในปีการศึกษา ๒๕๖๑ เป็นต้นไปนี้โรงเรียนจะต้องใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ เล่ม ๒ นี้ มีผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมที่ครอบคลุมเนื้อหาบางส่วนที่ปรากฏตามตัวชี้วัดของรายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์กายภาพ เล่ม ๒ โดยเมื่อผู้เรียนเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ เล่ม ๑ - เล่ม ๖ ครบทุกชั้นปีในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ - ๖ แล้วจะสามารถบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามตัวชี้วัดของรายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์กายภาพ เล่ม ๒ ได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถต่อยอดเนื้อหาจากรายวิชาพื้นฐานไปสู่เนื้อหาในรายวิชาเพิ่มเติมได้โดยไม่ต้องเสียเวลาเรียนซ้ำซ้อน ทั้งนี้หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ เล่ม ๒ นี้ มีเนื้อหาที่จำเป็นที่ต้องเรียนประกอบด้วยเรื่องสมดุลกล งานและพลังงาน โมเมนตัมและการชน และการเคลื่อนที่แนวโค้ง ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการศึกษาต่อในระดับอุดมศึกษาในด้านวิทยาศาสตร์ หรือประกอบอาชีพในสาขาที่ใช้วิทยาศาสตร์เป็นฐาน เช่น แพทย์ ทันตแพทย์ สัตวแพทย์ เทคโนโลยีชีวภาพ เทคนิคการแพทย์ วิศวกรรม สถาปัตยกรรม วัสดุศาสตร์ อุตุนิยมวิทยา ธรณีวิทยา ฯลฯ โดยเน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และการแก้ปัญหา เชื่อมโยงความรู้สู่การนำไปใช้ในชีวิตจริง ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมที่เป็นพื้นฐานที่สำคัญ รวมทั้งกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถคิดค้นและออกแบบการทดลองด้วยตนเอง มีแบบฝึกหัดเพื่อให้ตรวจทานความรู้หลังจากที่เรียนไปแล้ว รวมทั้งสรุปความรู้ในแต่ละบทด้วย ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดียิ่งจากผู้ทรงคุณวุฒิ นักวิชาการอิสระ คณาจารย์ทั้งหลาย รวมทั้งครูผู้สอน นักวิชาการ จากสถาบัน และสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ เล่ม ๒ นี้ จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่าย ที่จะช่วยให้การจัดการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง

(ศาสตราจารย์ชูกิจ ลิมปิจำนงค์)
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำอธิบายรายวิชาเพิ่มเติม

ฟิสิกส์ เล่ม ๒ **กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี**

(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ **เวลา ๘๐ ชั่วโมง จำนวน ๒ หน่วยกิต**

ศึกษาหลักการของกลศาสตร์ในเรื่องสมดุลกลและเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุหรือระบบอยู่ในสมดุลกล ศูนย์กลางมวลของวัตถุและผลของศูนย์ถ่วงที่มีต่อเสถียรภาพของวัตถุ งาน พลังงาน ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานจลน์ ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง และความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก แรงอนุรักษ์ กฎการอนุรักษ์พลังงาน กำลัง เครื่องกลอย่างง่าย ประสิทธิภาพและการได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลอย่างง่ายบางชนิด โมเมนตัม การดล แรงดล กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และ การชนและการดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในหนึ่งมิติ การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ และการเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ การสืบเสาะหาความรู้ การสืบค้นข้อมูล การสังเกต วิเคราะห์ เปรียบเทียบ อธิบาย อภิปราย และสรุป เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ มีความสามารถในการตัดสินใจ มีทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ รวมทั้งทักษะแห่งศตวรรษที่ ๒๑ ในด้านการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ด้านการคิดและการแก้ปัญหา สามารถสื่อสารสิ่งที่เรียนรู้และนำความรู้ไปใช้ในชีวิตของตนเอง มีจิตวิทยาศาสตร์ จริยธรรม คุณธรรม และค่านิยมที่เหมาะสม

ผลการเรียนรู้

๑. อธิบายสมดุลกลของวัตถุ โมเมนต์และผลรวมของโมเมนต์ที่มีต่อการหมุน แรงคู่ควบและผลของแรงคู่ควบที่มีต่อสมดุลของวัตถุ เขียนแผนภาพวัตถุอิสระเมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลกล และคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งทดลองและอธิบายสมดุลของแรงสามแรง

๒. สังเกตและอธิบายสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อแรงที่กระทำต่อวัตถุผ่านศูนย์กลางมวลของวัตถุ และผลของศูนย์ถ่วงที่มีต่อเสถียรภาพของวัตถุ

๓. วิเคราะห์ และคำนวณงานของแรงคงตัว จากสมการและพื้นที่ใต้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับตำแหน่ง รวมทั้งอธิบายและคำนวณกำลังเฉลี่ย

๔. อธิบายและคำนวณพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ พลังงานกล ทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานจลน์ ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก และความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่น รวมทั้งอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงลัพธ์และพลังงานจลน์ และคำนวณงานที่เกิดขึ้นจากแรงลัพธ์

๕. อธิบายกฎการอนุรักษ์พลังงานกล รวมทั้งวิเคราะห์ และคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

๖. อธิบายการทำงาน ประสิทธิภาพและการได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลอย่างง่ายบางชนิด โดยใช้ความรู้เรื่องงานและสมดุลกล รวมทั้งคำนวณประสิทธิภาพและการได้เปรียบเชิงกล

๗. อธิบาย และคำนวณโมเมนตัมของวัตถุ และการดลจากสมการและพื้นที่ใต้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์กับเวลา รวมทั้งอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงดลกับโมเมนตัม

๘. ทดลอง อธิบายและคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการชนของวัตถุในหนึ่งมิติทั้งแบบยืดหยุ่น ไม่ยืดหยุ่น และการดีดตัวแยกจากกันในหนึ่งมิติซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

๙. อธิบาย วิเคราะห์ และคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ และทดลองการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

๑๐. ทดลอง และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงสู่ศูนย์กลาง รัศมีของการเคลื่อนที่ อัตราเร็วเชิงเส้น อัตราเร็วเชิงมุม และมวลของวัตถุในการเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ รวมทั้งคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และประยุกต์ใช้ความรู้การเคลื่อนที่แบบวงกลมในการอธิบายการโคจรของดาวเทียม

รวมทั้งหมด ๑๐ ผลการเรียนรู้

ข้อแนะนำทั่วไปในการใช้หนังสือเรียน

หนังสือเรียนเป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ในการศึกษาเนื้อหาที่สำคัญและเกิดทักษะที่จำเป็นที่สอดคล้องกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้ รวมทั้งยังมีสื่อที่ช่วยเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยสามารถเชื่อมต่อไปยังหน้าเว็บไซต์รายการสื่อได้จาก QR code หรือ URL ที่อยู่ประจำแต่ละบท การทำความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์หรือข้อความตามหัวข้อต่าง ๆ ที่ปรากฏในหนังสือเรียน จะช่วยให้นักเรียนใช้หนังสือเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสัญลักษณ์หรือข้อความตามหัวข้อต่าง ๆ ที่ปรากฏในหนังสือเรียน มีดังนี้

- คำถามสำคัญ
- จุดประสงค์การเรียนรู้
- ความรู้ก่อนเรียน
- ข้อสังเกต
- ชวนคิด
- กิจกรรม
- คำถามท้ายกิจกรรม
- กิจกรรมลองทำดู
- ความรู้เพิ่มเติม
- รู้หรือไม่
- สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน
- แบบฝึกหัดท้ายหัวข้อ
- แบบฝึกหัดท้ายบท

คำถามสำคัญ

คำถามประจำบทที่นักเรียนต้องอาศัยความรู้ทั้งหมดในบทเรียนในการตอบคำถาม ซึ่งนักเรียนควรตอบได้หลังจากได้เรียนรู้ในบทนั้นแล้ว

จุดประสงค์การเรียนรู้

เป้าหมายของการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้นักเรียนเกิดความรู้หรือทักษะหลังจากผ่านกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในแต่ละหัวข้อ ซึ่งนักเรียนควรศึกษาทำความเข้าใจก่อนเริ่มเรียนรู้ในแต่ละหัวข้อ

ความรู้ก่อนเรียน

คำสำคัญหรือข้อความสั้น ๆ ที่เกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนควรมีสำหรับเป็นพื้นฐานของการศึกษาความรู้ใหม่ในแต่ละบท

ข้อสังเกต

ความรู้ที่เกี่ยวข้องเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวคิดสำคัญและความเชื่อมโยงของเนื้อหา

ชวนคิด

คำถามระหว่างเรียนที่เชื่อมโยงหรือต่อยอดความรู้เดิมที่ศึกษาแล้วกับความรู้ใหม่หรือความรู้ในศาสตร์อื่น เพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องของเนื้อหา

กิจกรรม

การปฏิบัติที่ช่วยในการเรียนรู้เนื้อหาหรือฝึกฝนให้เกิดทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน โดยอาจเป็นการทดลอง การสืบค้นข้อมูล หรือกิจกรรมอื่น ๆ ซึ่งนักเรียนควรลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง

คำถามท้ายกิจกรรม

คำถามที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น ๆ ช่วยเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ อภิปรายและสรุปผลการทำกิจกรรม

กิจกรรมลองทำดู

การปฏิบัติที่ช่วยเสริมความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาในบทเรียน ซึ่งอาจเป็นกิจกรรมที่ลงมือปฏิบัติในห้องเรียนหรือนอกเวลาเรียนได้

ความรู้เพิ่มเติม

ความรู้ที่เพิ่มเติมจากเนื้อหาในบทเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจมากขึ้นโดยไม่มีการวัดและประเมินผล

รู้หรือไม่

ความรู้ที่เชื่อมโยงให้เห็นความสอดคล้องของเนื้อหาบทเรียนกับปรากฏการณ์หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน

การสรุปเนื้อหาสำคัญภายในบทเรียน เพื่อช่วยให้เห็นภาพรวมของเนื้อหาทั้งหมด

แบบฝึกหัดท้ายหัวข้อ

ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ

คำถามระหว่างเรียนที่ช่วยประเมินการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ตรวจสอบว่า ตนเองมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาแล้วหรือยัง

แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดระหว่างเรียนที่ช่วยฝึกทักษะการคิด การคำนวณ และการแก้ปัญหาเบื้องต้น โดยใช้ความรู้ในหัวข้อนั้น ๆ ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ตรวจสอบความเข้าใจของเนื้อหาและฝึกฝนตนเองให้มีทักษะที่จำเป็นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

แบบฝึกหัดท้ายบท

ประกอบด้วย 3 ส่วน ดังนี้

คำถาม

คำถามที่เน้นให้นักเรียนตอบโดยการเขียนบรรยายแสดงความเข้าใจจนถึงการวิเคราะห์

ปัญหา

ปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อยจนถึงปานกลาง เน้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการคำนวณและการแก้ปัญหา

ปัญหาท้าทาย

ปัญหาที่มีความซับซ้อนมาก เน้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการคิดระดับสูงในการคำนวณและการแก้ปัญหา

สารบัญ

บทที่ 4-5

บทที่	เนื้อหา	หน้า
4	**สมดุลกล**	
	4.1 สมดุลกล	3
	4.2 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง	5
	4.3 สมดุลต่อการเลื่อนที่	11
	4.4 สมดุลต่อการหมุน	25
	4.4.1 โมเมนต์ของแรง	25
	4.4.2 โมเมนต์ของแรงคู่ควบ	28
	4.5 เสถียรภาพของวัตถุ	40
	สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน	45
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4	47
5	**งานและพลังงาน**	
	5.1 งานเนื่องจากแรงคงตัว	64
	5.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงตัว	76
	5.3 กำลัง	84
	5.4 พลังงานกล	87
	5.4.1 พลังงานจลน์	87
	5.4.2 พลังงานศักย์	93
	5.5 การอนุรักษ์พลังงานกล	108
	5.5.1 งานเนื่องจากแรงอนุรักษ์	108
	5.5.2 กฎการอนุรักษ์พลังงานกล	109
	5.6 เครื่องกล	116
	5.6.1 ประสิทธิภาพของเครื่องกล	116
	5.6.2 หลักการของงานกับเครื่องกลอย่างง่าย	117
	5.6.3 หลักการของสมดุลกลกับเครื่องกลอย่างง่าย	125
	สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน	133
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5	135

สารบัญ

บทที่ 6-7

บทที่	เนื้อหา	หน้า
6	**โมเมนตัมและการชน**	
	6.1 โมเมนตัม	151
	6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม	156
	6.3 การดล	161
	6.4 การอนุรักษ์โมเมนตัม	174
	6.5 การชนและการดีดตัวแยกจากกัน	178
	6.5.1 การชนของวัตถุในหนึ่งมิติ	178
	6.5.2 การดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในหนึ่งมิติ	182
	สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน	195
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6	196
7	**การเคลื่อนที่แนวโค้ง**	
	7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	209
	7.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลม	224
	7.2.1 การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ	228
	7.2.2 การเคลื่อนที่ของดาวเทียม	236
	สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน	246
	แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7	248

ภาคผนวก

บทที่	เนื้อหา	หน้า
	ภาคผนวก ก คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์	260
	ภาคผนวก ข ระบบหน่วยระหว่างชาติ	270
	ภาคผนวก ค ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ	273
	ภาคผนวก ง ตารางเลขกำลังสอง รากที่สองและส่วนกลับ	274
	ภาคผนวก จ ตัวอย่างการบันทึกการทดลอง	275
	คำศัพท์	278
	บรรณานุกรม	279
	ที่มาของรูป	280
	คณะกรรมการจัดทำหนังสือเรียน	281

บทที่ 4 สมดุลกล

ipst.me/7665

สะพานภูมิพล เป็นสะพานข้ามแม่น้ำเจ้าพระยาที่เชื่อมระหว่างเขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร กับอำเภอพระประแดง จังหวัดสมุทรปราการ โดยโครงสร้างของสะพานแตกต่างจากสะพานทั่วไป ซึ่งประกอบด้วยตอม่อจำนวนมาก แต่สะพานนี้ประกอบด้วยเสาสูงเพียงสองต้นกับเคเบิลจำนวนมาก ในแต่ละช่วง ทำหน้าที่รับน้ำหนักของสะพานที่ข้ามแม่น้ำเจ้าพระยาในช่วงที่มีความกว้างประมาณ 300 - 400 เมตรให้อยู่ในสมดุลกลได้ การที่สะพานหรือวัตถุต่าง ๆ สามารถอยู่ในสมดุลกลได้ ต้องมีเงื่อนไขอะไรเกี่ยวข้องบ้าง จะศึกษาได้ในบทนี้

คำถามสำคัญ

- การที่วัตถุอยู่ในสมดุลกลได้ต้องมีเงื่อนไขอะไรบ้าง
- ความเข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขของการอยู่ในสมดุลกลนำไปประยุกต์ใช้อธิบายการรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 สมดุลกล

1. บอกความหมายและยกตัวอย่างของสมดุลกล สมดุลสถิต และสมดุลจลน์
2. บอกความหมายของสมดุลต่อการเลื่อนที่และสมดุลต่อการหมุน

4.2 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง

3. บอกความหมายของศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุ
4. สังเกตและอธิบายสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อแรงที่กระทำต่อวัตถุผ่านศูนย์กลางมวลของวัตถุ

4.3 สมดุลต่อการเลื่อนที่

5. อภิปรายเพื่อสรุปเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่งเมื่อมีแรงสองแรงกระทำต่อวัตถุ
6. ทดลอง วิเคราะห์ และอภิปรายเพื่อสรุปเงื่อนไขของแรงสามแรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง
7. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระ วิเคราะห์ และคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง โดยใช้วิธีการแยกแรง

4.4 สมดุลต่อการหมุน

8. บอกความหมายและคำนวณโมเมนต์ของแรง
9. อภิปรายเพื่อสรุปเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุสมดุลต่อการหมุน
10. เขียนแผนภาพวัตถุอิสระ วิเคราะห์ และคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน
11. บอกความหมายของแรงคู่ควบและลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อมีแรงคู่ควบหนึ่งคู่กระทำต่อวัตถุ

4.5 เสถียรภาพของวัตถุ

12. สังเกตและอธิบายผลของศูนย์ถ่วงที่มีต่อเสถียรภาพของวัตถุ
13. นำความเข้าใจเกี่ยวกับศูนย์ถ่วงของวัตถุไปอธิบายเสถียรภาพของวัตถุต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

ความรู้ก่อนเรียน

แผนภาพวัตถุอิสระ ปริมาณเวกเตอร์ การหาแรงลัพธ์โดยวิธีเขียนเวกเตอร์ของแรงและวิธีคำนวณ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน โมเมนต์ของแรง

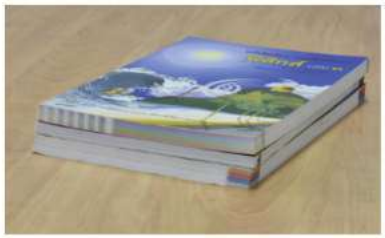
จากการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่และแรงที่ผ่านมา เป็นการพยายามวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ที่วัตถุมีการเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่เมื่อถูกแรงกระทำ แต่ถ้าเราพิจารณาสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา เช่น อาคาร สะพาน ป้ายโฆษณา หรือ เสาสัญญาณโทรศัพท์เคลื่อนที่ ล้วนเป็นวัตถุที่อยู่นิ่ง การที่วัตถุสามารถรักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้อยู่นิ่งได้นั้น มีเงื่อนไขอะไรเกี่ยวข้องบ้าง และความเข้าใจในเรื่องดังกล่าวจะสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร จะได้ศึกษาต่อไปในบทเรียนนี้

4.1 สมดุลกล

ในวิชาฟิสิกส์ การที่วัตถุต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันมีการรักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิมไว้ได้เรียกว่าวัตถุนั้นอยู่ใน **สมดุลกล** (mechanical equilibrium) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **สมดุล** (equilibrium) ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็นสองแบบคือ สมดุลสถิตและสมดุลจลน์

วัตถุอยู่ใน**สมดุลสถิต** (static equilibrium) คือ วัตถุที่อยู่นิ่ง เช่น หนังสือวางนิ่งอยู่บนโต๊ะ บันไดวางไว้นิ่งพิงกำแพง โคมไฟที่แขวนนิ่งในแนวดิ่ง ดังรูป 4.1 ก. ข. และ ค. ส่วนวัตถุที่อยู่ใน**สมดุลจลน์** (kinetic equilibrium) คือ วัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เช่น รถยนต์วิ่งในทางตรงด้วยความเร็วคงตัว ดังรูป 4.2 ก. นอกจากนี้ การที่วัตถุอยู่ในสมดุลจลน์ ยังหมายถึงวัตถุที่มีการหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว เช่น พัดลมที่ใบพัดกำลังหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว หรือ ชิงช้าสวรรค์ที่กำลังหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว ดังรูป 4.2 ข. และ ค. ตามลำดับ

ความเร็วเชิงมุม เป็นความเร็วของการหมุนของวัตถุรอบแกน และมีค่าเท่ากับมุมที่กวาดไปได้ในหนึ่งหน่วยเวลา



ก.

ข.

ค.

รูป 4.1 วัตถุอยู่ในสมดุลสถิต

ก.

ข.

ค.

รูป 4.2 วัตถุอยู่ในสมดุลจลน์

การจำแนกสมดุลของวัตถุ นอกจากจะพิจารณาตามสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุแล้ว ถ้าพิจารณาลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งอาจเป็นการเลื่อนที่หรือการหมุน สามารถแบ่งสมดุลของวัตถุออกได้อีกสองแบบ คือ สมดุลต่อการเลื่อนที่และสมดุลต่อการหมุน โดยวัตถุที่อยู่ใน**สมดุลต่อการเลื่อนที่** (translational equilibrium) คือ วัตถุที่รักษาสภาพการเลื่อนที่ ซึ่งอาจอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ส่วนวัตถุที่อยู่ใน**สมดุลต่อการหมุน** (rotational equilibrium) คือ วัตถุที่รักษาสภาพการหมุน ซึ่งอาจไม่มีการหมุนหรือ หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.1

1. การยืนนิ่งโดยมือข้างหนึ่งถือกระเป๋าเป็นการอยู่ในสมดุลกลหรือไม่ เพราะเหตุใด
2. ยกตัวอย่างวัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่มา 2 ตัวอย่าง พร้อมอธิบาย
3. ยกตัวอย่างวัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุนมา 2 ตัวอย่าง พร้อมอธิบาย
4. นักกรีฑาที่กำลังวิ่งแข่ง 100 เมตร อยู่ในสมดุลกลหรือไม่ เพราะเหตุใด
5. เป็นไปได้หรือไม่ ที่วัตถุหนึ่งจะอยู่ในสมดุลจลน์และสมดุลต่อการเลื่อนที่พร้อมกัน ให้ยกตัวอย่างประกอบ พร้อมอธิบาย

4.2 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง

ในการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ผ่านมา เราพิจารณาให้วัตถุเป็นจุดและให้มวลของวัตถุทั้งหมดเสมือนว่ามารวมกันที่จุดนี้ ดังนั้น แรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุจึงเป็นแรงที่กระทำผ่านจุดนี้ ซึ่งทำให้ลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้เป็นเพียงการเปลี่ยนตำแหน่ง หรือ การเลื่อนที่ (translation) เท่านั้น แต่ในความเป็นจริง วัตถุมีทั้งขนาดและรูปทรง การออกแรงกระทำต่อวัตถุบางครั้งอาจทำให้วัตถุมีการหมุน (rotation) ได้ด้วย เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น ศึกษาได้จากกิจกรรมต่อไปนี้

กิจกรรม 4.1 ศูนย์กลางมวลกับสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ

จุดประสงค์

1. สังเกตสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อแนวของแรงที่กระทำผ่านตำแหน่งต่าง ๆ ของวัตถุ
2. หาจุดตัดของแนวแรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุมีการเลื่อนที่โดยไม่หมุน

วัสดุและอุปกรณ์

1. ดินสอ	2 แท่ง
2. หนังสือ	1 เล่ม
3. กระดาษขาว	1 แผ่น
4. ไม้บรรทัด	1 อัน
5. เทปใส	1 ม้วน

วิธีทำกิจกรรม

1. ใช้เทปใสติดแผ่นกระดาษสีขาวบนหน้าปกของหนังสือ
2. วางหนังสือบนพื้นโต๊ะราบลื่น แล้วใช้มือจับดินสอดันขอบหนังสือที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูป สังเกตสภาพการเคลื่อนที่ของหนังสือ

ก. ข.

รูป ตัวอย่างการใช้ดินสอดันขอบหนังสือในกิจกรรม 4.1

3. หาตำแหน่งที่เมื่อใช้ดินสอดันขอบหนังสือแล้วทำให้หนังสือมีการเลื่อนที่โดยไม่หมุน เมื่อพบตำแหน่งดังกล่าว ให้ใช้ดินสออีกแท่งและไม้บรรทัดขีดเส้นบนกระดาษขาวจากตำแหน่งนั้นไปยังขอบอีกด้านหนึ่งของหนังสือ
4. ทำซ้ำข้อ 3. แต่เปลี่ยนเป็นใช้ดินสอดันขอบหนังสืออีกสามด้านที่เหลือ

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ เมื่อใช้ดินสอดันขอบหนังสือที่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ สภาพการเคลื่อนที่ของหนังสือแตกต่างกันอย่างไร
- ☐ แนวของเส้นที่ขีดบนกระดาษขาวแต่ละเส้นตัดกันหรือไม่ อย่างไร

จากกิจกรรม 4.1 เมื่อใช้ดินสอดันขอบหนังสือให้แนวดินสอผ่านที่ประมาณจุดกึ่งกลางของหนังสือ จะพบว่าหนังสือมีการเลื่อนที่โดยไม่เกิดการหมุน แต่ถ้าตำแหน่งที่ดันหนังสือมีแนวดินสอไม่ผ่านจุดกึ่งกลางของหนังสือ หนังสือจะมีการเลื่อนที่และหมุนไปพร้อมกัน

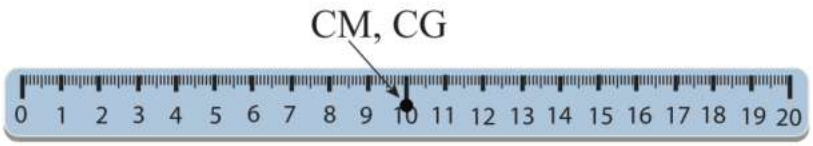
เมื่อขีดเส้นบนกระดาษขาวจากตำแหน่งที่ใช้ดินสอดันขอบหนังสือแล้วทำให้หนังสือเลื่อนที่โดยไม่หมุน ไปยังขอบอีกด้านของหนังสือ พบว่า เส้นแต่ละเส้นมาตัดกันที่จุด ๆ หนึ่ง จุดนี้เป็นจุดที่เมื่อมีแรงกระทำผ่านแล้วทำให้วัตถุมีการเลื่อนที่เพียงอย่างเดียว โดยไม่มีการหมุน ซึ่งเป็นเสมือนจุดที่มวลของวัตถุทั้งก้อนมารวมกัน เรียกว่า **ศูนย์กลางมวล** (center of mass, CM) ของวัตถุ ซึ่งไม่เปลี่ยนตำแหน่งและไม่ขึ้นกับสถานที่ที่วัตถุนั้นอยู่

ศูนย์กลางมวลของวัตถุมักเป็นจุดเดียวกับจุดที่แรงลัพธ์ของแรงดึงดูดที่โลกกระทำต่อวัตถุ เรียกว่า **ศูนย์ถ่วง** (center of gravity, CG) ดังตัวอย่างในรูป 4.3

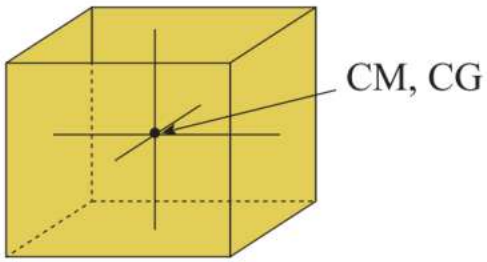
รูป 4.3 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของ ก. ค้อน ข. ล้อรถยนต์

สำหรับวัตถุที่อยู่ในบริเวณที่สนามโน้มถ่วงมีค่าสม่ำเสมอ ศูนย์ถ่วงของวัตถุเป็นตำแหน่งเดียวกับศูนย์กลางมวลของวัตถุ แต่สำหรับวัตถุที่มีความสูงมาก ๆ เช่น อาคารสูง ศูนย์ถ่วงของวัตถุจะอยู่คนละตำแหน่งกับศูนย์กลางมวล เนื่องจากสนามโน้มถ่วงของโลกมีค่าลดลงตามความสูง ซึ่งเนื้อหาในระดับนี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่วัตถุอยู่ในบริเวณที่สนามโน้มถ่วงมีค่าสม่ำเสมอเท่านั้น กล่าวคือศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุเป็นจุดเดียวกัน

การหาศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุที่มีรูปร่างสมมาตรและมีมวลสม่ำเสมอตลอดเนื้อวัตถุสามารถทำได้โดยหาจุดกึ่งกลางตามความกว้าง ยาว และสูงของวัตถุ เช่น ศูนย์กลางมวลของไม้บรรทัดที่มีมวลสม่ำเสมออยู่ที่จุดกึ่งกลางของไม้บรรทัด ดังรูป 4.4 ก. หรือ ศูนย์กลางมวลของกล่องที่มีมวลสม่ำเสมอจะอยู่ที่จุดตัดระหว่างเส้นสมมติที่ลากผ่านกึ่งกลางตามแนวยาว เส้นที่ลากผ่านกึ่งกลางตามแนวกว้าง และเส้นที่ลากผ่านกึ่งกลางความหนา ดังรูป 4.4 ข.



ก.



ข.

รูป 4.4 ศูนย์กลางมวลของและศูนย์ถ่วงของ ก. ไม้บรรทัด ข. กล่อง

ในกรณีที่วัตถุมีรูปร่างไม่สมมาตร การหาศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุสามารถทำได้อย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรมลองทำดู

กิจกรรมลองทำดู การหาศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุ

จุดประสงค์

หาศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุที่มีรูปร่างไม่สมมาตรด้วยวิธีการลากเส้นตามแนวของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุ

วัสดุและอุปกรณ์

1. แผ่นทำจากวัสดุแข็ง รูปร่างไม่สมมาตร และได้มีการเจาะรูบริเวณขอบไว้แล้ว	1 แผ่น
2. ดินสอ	1 แท่ง
3. ไม้บรรทัด	1 อัน
4. นอต	1 ตัว
5. ขาตั้งพร้อมที่ยึดหลอดทดลอง	1 อัน
6. เชือกยาวประมาณ 50 เซนติเมตร	1 เส้น

วิธีทำกิจกรรม

1. นำแผ่นวัสดุแข็งมาแขวนกับที่ยึดหลอดทดลองซึ่งติดตั้งไว้บนขาตั้ง โดยให้รูใดรูหนึ่งบนแผ่นวัสดุแข็งสวมเข้ากับปลายของที่ยึดหลอดทดลอง ปล่อยให้แผ่นวัสดุแข็งห้อยอย่างอิสระ
2. ผูกปลายเชือกด้านหนึ่งกับที่ยึดหลอดทดลอง โดยให้ตำแหน่งที่ผูกใกล้กับรูของแผ่นวัสดุแข็งที่แขวน
3. ผูกปลายอีกด้านหนึ่งของเชือกกับนอต จากนั้นปล่อยให้เชือกห้อยลงมาอย่างอิสระ โดยไม่ให้นอตแตะพื้น ดังรูป

รูป การจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรมลองทำดู

4. ใช้ไม้บรรทัดทาบบนแผ่นวัสดุแข็งตามแนวของเส้นเชือก จากนั้นใช้ดินสอลากเส้นลงบนแผ่นวัสดุแข็งตามแนวของเชือก โดยให้ลากจากรูที่ใช้แขวนจนถึงขอบอีกด้านหนึ่งของแผ่นวัสดุแข็ง
5. ทำซ้ำข้อ 1.–3. แต่เปลี่ยนรูที่ใช้แขวนเป็นรูที่เหลืออีก 2 รู

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ เส้นลากด้วยดินสอทั้งสามเส้นมีการตัดกันกี่จุด
- ☐ จุดที่เส้นดินสอตัดกันคือจุดอะไร จงอธิบาย

ข้อสังเกต

ตำแหน่งศูนย์กลางมวลอาจไม่อยู่ภายในเนื้อของวัตถุก็ได้ เช่น ศูนย์กลางมวลของวงแหวนสม่ำเสมออยู่ที่จุดศูนย์กลางของระนาบวงแหวน ดังรูป

รูป ศูนย์กลางมวลของวงแหวน

หลังจากที่ได้เข้าใจแนวคิดของศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงแล้ว การศึกษาสมดุลแบบต่าง ๆ จะสามารถทำความเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น ซึ่งในลำดับถัดไป จะเป็นการพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุหรือระบบอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่ สมดุลต่อการหมุน และเสถียรภาพของวัตถุ ตามลำดับ

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.2

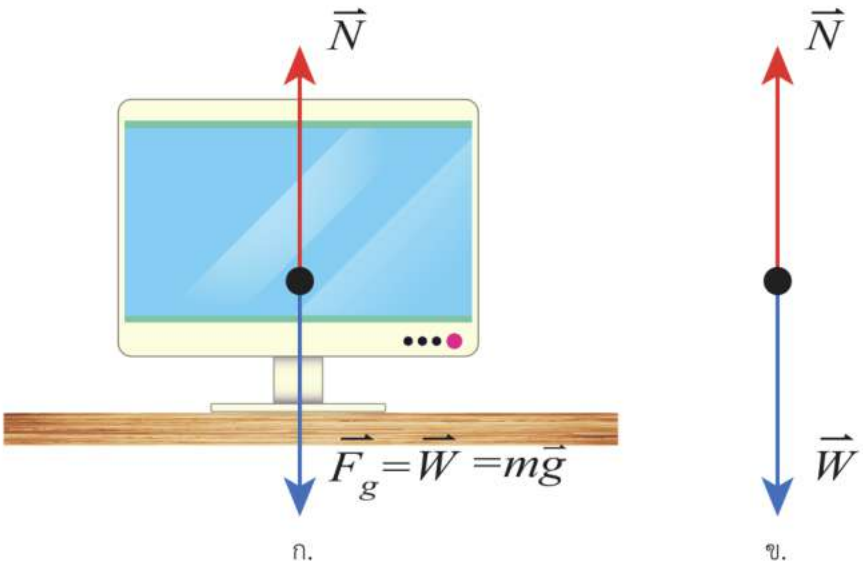
1. วัตถุมวลสม่ำเสมอวางบนพื้นโลก ศูนย์ถ่วงกับศูนย์กลางมวลจะเป็นตำแหน่งเดียวกันหรือไม่
2. แขวนวัตถุทรงกระบอกที่ปลายเชือกด้านหนึ่ง ปลายเชือกอีกปลายหนึ่งแขวนไว้กับเพดาน จะต้องแขวนวัตถุทรงกระบอกที่ปลายเชือกอย่างไร ให้วัตถุนั้นวางตัวในแนวระดับพอดี
3. ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุหนึ่งบนผิวโลกอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน ถ้าวัตถุนี้อยู่บนดวงจันทร์ ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วงของวัตถุก้อนนี้จะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร
4. ยกตัวอย่างวัตถุที่ศูนย์ถ่วงอยู่ภายนอกเนื้อวัตถุมา 2 ตัวอย่าง

4.3 สมดุลต่อการเลื่อนที่

วัตถุที่จะอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่คือ วัตถุที่อยู่นิ่งหรือมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว สอดคล้องกับกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน นั่นคือ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วยสมการได้ว่า $\sum \vec{F} = 0$ ในหัวข้อนี้จะพิจารณาดังนี้

กรณีมีแรงสองแรงกระทำ

ในกรณีที่มีแรงสองแรงกระทำต่อวัตถุ แล้ววัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง เช่น แรงที่กระทำต่อจอภาพของคอมพิวเตอร์ที่วางอยู่บนโต๊ะ ดังรูป 4.5 ก. มีสองแรง ได้แก่แรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำต่อจอภาพหรือน้ำหนักของจอภาพ ($\vec{F}_g = \vec{W} = m\vec{g}$) ซึ่งมีทิศลงในแนวดิ่ง และแรงแนวฉากที่โต๊ะกระทำต่อจอภาพ ($\vec{N}$) ซึ่งมีทิศตั้งฉากกับผิวสัมผัสระหว่างโต๊ะกับจอภาพหรือมีทิศขึ้นในแนวดิ่ง จะเห็นได้ว่าแรงทั้งสองนี้ ผ่านศูนย์กลางมวล อยู่ในแนวเดียวกันและมีทิศตรงข้ามกัน



รูป 4.5 ก. จอภาพของคอมพิวเตอร์ที่อยู่นิ่งและอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่ ข. แรงที่กระทำต่อจอภาพมีสองแรงคือ $\vec{N}$ และ $\vec{W}$ ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกันและมีทิศทางตรงข้ามกัน

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เมื่อวัตถุอยู่นิ่ง $\sum \vec{F} = 0$ พิจารณาจากรูป 4.5 จะได้ว่า

$$\vec{N} + \vec{W} = 0$$

หรือ

$$\vec{N} = -\vec{W}$$

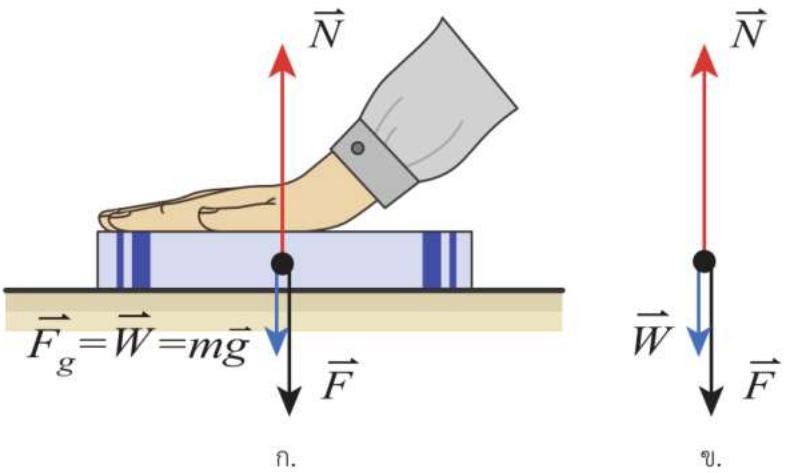
เครื่องหมายลบข้างหน้า $\vec{W}$ หมายถึง มีทิศตรงข้ามกับ $\vec{N}$ หรือกล่าวได้ว่า แรงแนวฉากมีขนาดเท่ากับน้ำหนัก แต่มีทิศตรงข้ามกัน ดังนั้น ในกรณีที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง โดยมีแรงสองแรงกระทำ แรงทั้งสองจะมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงข้ามกัน และกระทำผ่านศูนย์กลางมวล

กรณีมีแรงสามแรงกระทำ

ในกรณีที่มีแรงสามแรงกระทำต่อวัตถุ แล้ววัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง แบ่งการพิจารณาออกเป็นสองกรณี ดังนี้

<u>กรณีที่แรงอยู่ในแนวเดียวกัน</u>

พิจารณากรณีที่หนังสือที่วางอยู่นิ่งบนโต๊ะแล้วมีแรง $\vec{F}$ กดหนังสือในทิศตั้งฉากกับหนังสือ ดังรูป 4.6 ในกรณีนี้ มีแรงสามแรงกระทำต่อหนังสือ ได้แก่ น้ำหนักของหนังสือ ($\vec{F}_g = \vec{W} = m\vec{g}$) ซึ่งมีทิศลง แรงแนวฉากที่โต๊ะกระทำต่อหนังสือ ($\vec{N}$) ซึ่งมีทิศขึ้น และ แรงกด ($\vec{F}$) ซึ่งมีทิศลง



รูป 4.6 ก. หนังสือที่วางนิ่งอยู่บนโต๊ะและถูกกดด้วยมือ ข. แรงที่กระทำต่อหนังสือมีสามแรง คือ $\vec{N}$ $\vec{F}$ และ $\vec{W}$ ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกัน

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เมื่อวัตถุอยู่นิ่ง $\sum \vec{F} = 0$

พิจารณารูป 4.6 จะได้ว่า

$$\vec{N} + \vec{W} + \vec{F} = 0$$

หรือ

$$\vec{N} = -\vec{W} - \vec{F}$$

นั่นคือ ผลรวมของแรงที่มีทิศขึ้นมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงที่มีทิศลง กล่าวคือวัตถุถูกแรงที่อยู่ในแนวเดียวกันสามแรงกระทำ จะอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่งเมื่อผลรวมของแรงที่มีทิศตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน ซึ่งในกรณีที่มีแรงมากกว่าสามแรง โดยแรงเหล่านั้นอยู่แนวเดียวกัน จะได้ข้อสรุปเช่นเดียวกันเนื่องจากใช้แนวทางการพิจารณาเดียวกัน

<u>กรณีที่แรงไม่อยู่ในแนวเดียวกันแต่อยู่ในระนาบเดียวกัน</u>

พิจารณากรณีที่มีแรงสามแรงที่ไม่อยู่แนวเดียวกันแต่อยู่ในระนาบเดียวกันกระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง จะมีเงื่อนไขอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง ศึกษาได้จากกิจกรรม 4.2

กิจกรรม 4.2 การทดลองเรื่องสมดุลของแรงสามแรง

จุดประสงค์

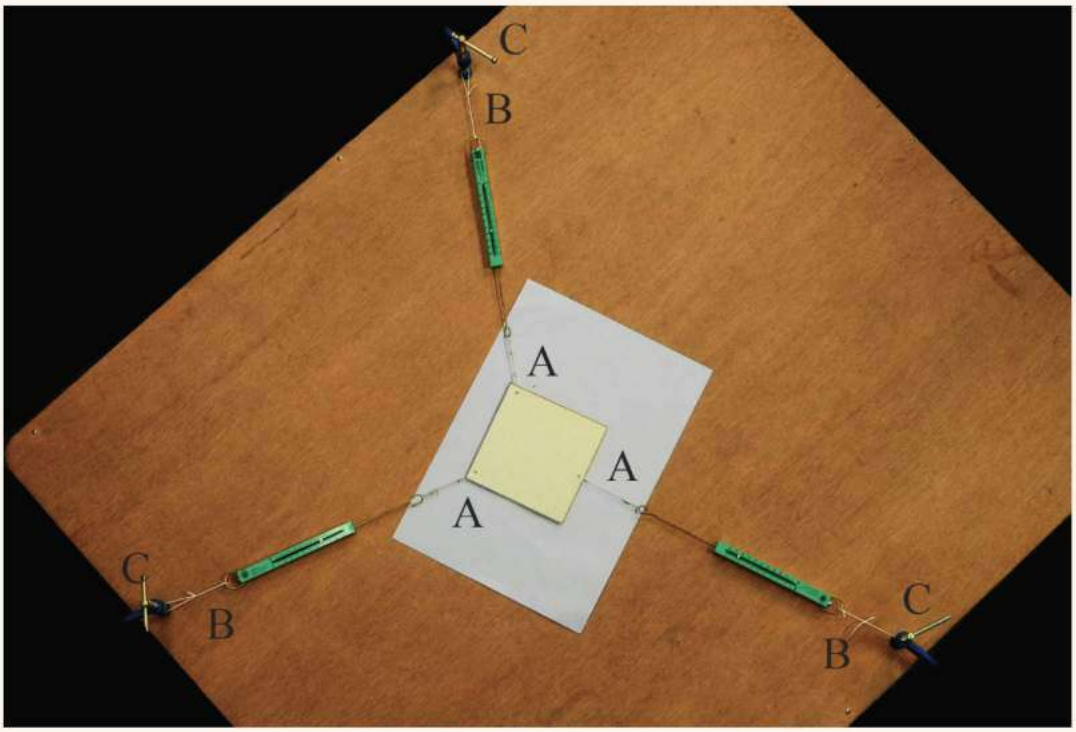
1. ทดลอง วิเคราะห์ และอภิปรายเกี่ยวกับแนวของแรงและขนาดของแรงสามแรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง
2. หาแรงลัพธ์ของแรงสามแรงด้วยวิธีการเขียนเวกเตอร์แบบหางต่อหัว

วัสดุและอุปกรณ์

1. เครื่องชั่งสปริง	3 เครื่อง
2. เชือก	6 เส้น
3. กระดาษขาว	1 แผ่น
4. กระดาษแข็ง	1 แผ่น
5. ตัวหนีบยึด	3 อัน

วิธีทำกิจกรรม

1. ผูกเชือก A จำนวนสามเส้น ที่ขอบกระดาษแข็งด้านละหนึ่งเส้น อีกปลายของเชือก A ทำเป็นบ่วงคล้องกับปลายเครื่องชั่งสปริงสามตัว
2. ผูกเชือก B จำนวนสามเส้น เข้าที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเครื่องชั่งสปริงด้านละหนึ่งเส้น
3. ดึงปลายของเชือก B ทั้งสามไปในสามทิศทางพร้อมกับยึดติดกับตัวหนีบยึด C ที่ขอบโต๊ะสอดกระดาษขาวใต้กระดาษแข็ง ดังรูป



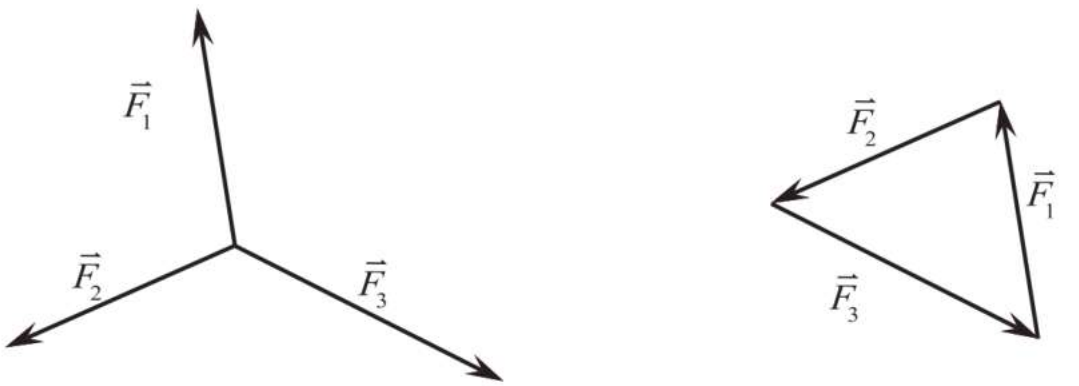
รูป การจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 4.2

4. เขียนแนวของเส้นเชือกทั้งสามแทนแนวแรงบนกระดาษขาว
5. อ่านแรงดึงในเส้นเชือก A ทั้งสามจากเครื่องชั่งสปริง บันทึกผล
6. นำกระดาษขาวออก แล้วเขียนต่อแนวของเส้นเชือกแต่ละเส้นบนกระดาษขาว
7. ใช้กระดาษขาวอีกแผ่นเขียนเวกเตอร์ของแรงสามแรง โดยใช้ทิศทางและขนาดของแรงดึงในเส้นเชือกในข้อ 5. มาทำเป็นอัตราส่วนในการกำหนดความยาวของเวกเตอร์ และเขียนให้หางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งจนครบ

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ ขณะกระดาษแข็งอยู่นิ่ง แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกระดาษแข็งมีค่าเท่าใด
- ☐ แนวของเส้นเชือกแต่ละเส้นที่เขียนต่อบนกระดาษขาว จะพบกันหรือไม่ อย่างไร
- ☐ เมื่อเขียนให้หางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งจนครบ จะได้ภาพที่มีลักษณะเป็นอย่างไร

จากกิจกรรม 4.2 เมื่อกระดาษแข็งอยู่นิ่ง ถ้าต่อแนวแรงดึงที่เส้นเชือกดึงกระดาษแข็งทั้งสามแรงไปบนแผ่นกระดาษขาว จะพบว่า แนวแรงทั้งสามพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง ดังรูป 4.7 ก. จึงสรุปได้ว่า เมื่อมีแรงสามแรงกระทำต่อวัตถุที่ตำแหน่งต่าง ๆ โดยแนวแรงทั้งสามไม่ขนานกัน แต่อยู่ในระนาบเดียวกันและวัตถุอยู่นิ่ง แนวแรงทั้งสามต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง



ก. เวกเตอร์แทนแรงดึงในเส้นเชือก

ข. การรวมเวกเตอร์ของแรงดึงในเส้นเชือก โดยเขียนหางต่อหัวเวกเตอร์

รูป 4.7 แนวแรงดึงในเส้นเชือกที่ผูกกับกระดาษแข็งเมื่อแผ่นกระดาษแข็งหยุดนิ่ง ถ้าให้ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ เป็นแรงกระทำต่อกระดาษแข็งที่อ่านค่าได้จากเครื่องชั่งสปริง 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

ถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งสามจากรูป 4.7 ก. มาเขียนต่อกัน โดยให้ความยาวของเวกเตอร์เป็นอัตราส่วนกับขนาดของแรงดึงในเส้นเชือกที่อ่านได้ และให้หางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่งจนครบ จะพบว่า หัวเวกเตอร์สุดท้ายจะมาพบหางของเวกเตอร์แรกพอดี และได้เป็น**รูปสามเหลี่ยมปิด** ดังรูป 4.7 ข. ซึ่งหมายความว่า ผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสามเป็นศูนย์ นั่นคือ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกระดาษแข็งมีค่าเป็นศูนย์นั่นเอง เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

ซึ่งผลที่ได้นี้ สอดคล้องกับกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เพราะแผ่นกระดาษแข็งอยู่นิ่ง แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกระดาษแข็งมีค่าเป็นศูนย์

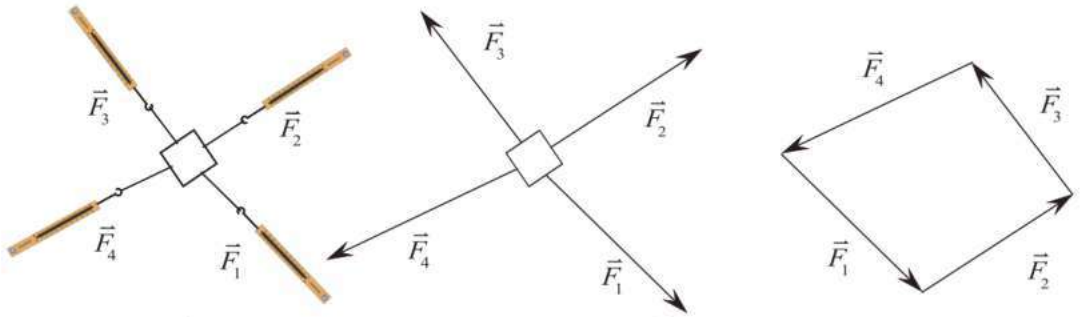
ในทำนองเดียวกัน พิจารณากรณีที่มีแรงหลายแรง $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + ... + \vec{F}_n$ กระทำต่อวัตถุ ทำให้วัตถุสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง จะสามารถสรุปได้ว่า แรงลัพธ์ของแรงหลายแรงนั้นเป็นศูนย์ ดังสมการ

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + ... + \vec{F}_n = 0$$

หรือ

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad (4.1)$$

ถ้านำแรงเหล่านี้ สมมติว่าเป็น $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ และ $\vec{F}_4$ ดังรูป 4.8 ก. มาหาแรงลัพธ์โดยการสร้างรูปและใช้ความยาวที่เป็นอัตราส่วนกับขนาดของแรง ดังรูป 4.8 ข. จะได้เป็นรูปหลายเหลี่ยมปิด ดังรูป 4.8 ค.



ก. แนวแรงดึงที่กระทำต่อวัตถุ ข. เวกเตอร์แทนแรงดึงที่กระทำต่อวัตถุ ค. การรวมเวกเตอร์ของแรงดึงที่กระทำต่อวัตถุโดยเขียนหางต่อหัวเวกเตอร์

รูป 4.8 การรวมเวกเตอร์แทนแรงที่กระทำต่อวัตถุที่อยู่ในสมดุลได้เป็นรูปหลายเหลี่ยมปิด

นอกจากจะใช้วิธีการเขียนหางต่อหัวเวกเตอร์ ในการพิจารณาแรงลัพธ์ของแรงสามแรงหรือมากกว่าที่กระทำต่อวัตถุ การหาแรงลัพธ์ยังสามารถหาได้โดย**การแยกแรงเป็นแรงองค์ประกอบตามแกน x และ y ที่ตั้งฉากกัน แล้วรวมแรงองค์ประกอบเหล่านั้นในแต่ละแกน** จะได้องค์ประกอบของแรงลัพธ์ คือ

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} + \vec{F}_{4x} + ... + \vec{F}_{nx}$$

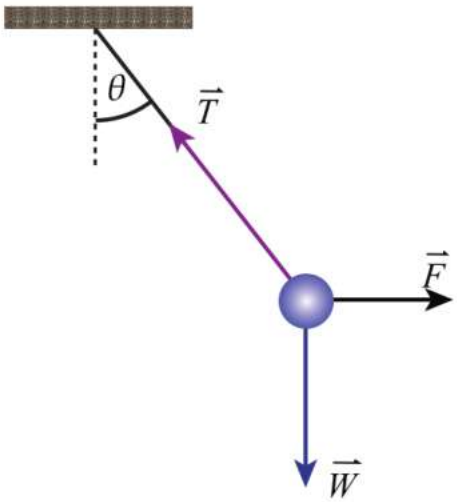
และ

$$\sum \vec{F}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} + \vec{F}_{4y} + ... + \vec{F}_{ny}$$

ในกรณีที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง ผลรวมของแรงที่กระทำต่อวัตถุต้องเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ผลรวมของแรงองค์ประกอบของแรงกระทำต่าง ๆ ในแนวแกน x และแกน y จะต้องเป็นศูนย์ด้วย นั่นคือ

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ และ } \sum \vec{F}_y = 0 \qquad (4.2)$$

ตัวอย่าง 4.1 ใช้เชือกผูกวัตถุหนัก 4 นิวตัน แล้วนำไปแขวนให้วัตถุห้อยอยู่ในแนวดิ่ง พบว่าถ้าใช้แรงในแนวระดับขนาด 3 นิวตัน ดึงวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่นิ่ง ดังรูป

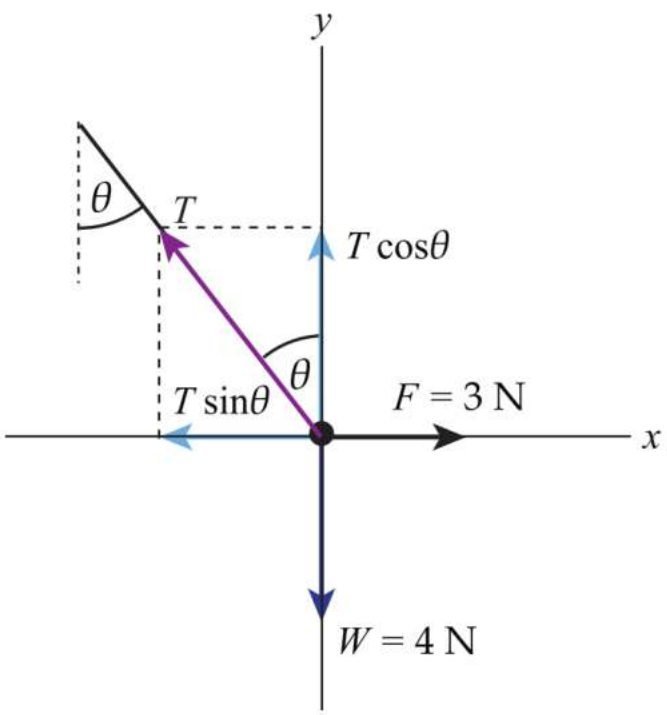


รูป ประกอบตัวอย่าง 4.1

จงหาแรงดึงในเส้นเชือกและมุมที่แนวเส้นเชือกทำกับแนวดิ่ง

แนวคิด ให้ $\vec{T}$ เป็นแรงดึงในเส้นเชือก เนื่องจากวัตถุอยู่ในสภาพสมดุล แรง 3 แรง คือ $\vec{T}$ $\vec{F}$ และ $\vec{W}$ พบกันที่จุด ๆ หนึ่ง

ให้แกน x อยู่ในแนวแรง $\vec{F}$ และแกน y อยู่ในแนวแรง $\vec{W}$
แยกแรง $\vec{T}$ ให้อยู่ในแนวแกน x และแกน y ดังรูป
และใช้หลักสมดุล จะได้ $\sum \vec{F}_x = 0$ และ $\sum \vec{F}_y = 0$



วิธีทำ พิจารณาในแนวแกน x ให้แรงที่มีทิศทางไปทางขวาเป็นบวก แรงที่มีทิศทางไปทางซ้ายเป็นลบ

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

จะได้ $$F - T\sin\theta = 0$$

$$T\sin\theta = F \qquad \text{(a)}$$

พิจารณาในแนวแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นเป็นบวก แรงที่มีทิศลงเป็นลบ

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

จะได้ $$T\cos\theta - W = 0$$

$$T\cos\theta = W \qquad \text{(b)}$$

สมการ (a) / (b) จะได้ว่า $$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{F}{W}$$

$$\tan\theta = \frac{(3\text{ N})}{(4\text{ N})}$$

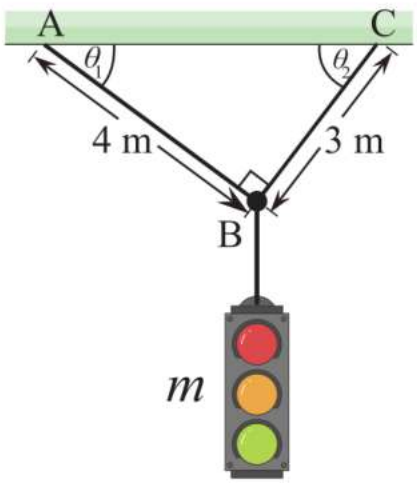
$$= \frac{3}{4}$$

จากตาราง $\tan 36.9^\circ = 0.75$ จะได้ $\theta = 36.9^\circ$

แทน $\sin 36.9^\circ = 0.6004$ ลงใน (a) จะได้ $T = 5$ N

ตอบ แรงดึงในเส้นเชือกมีค่า 5 นิวตัน และมุมที่แนวเส้นเชือกทำกับแนวดิ่งมีค่าประมาณ 36.9 องศา

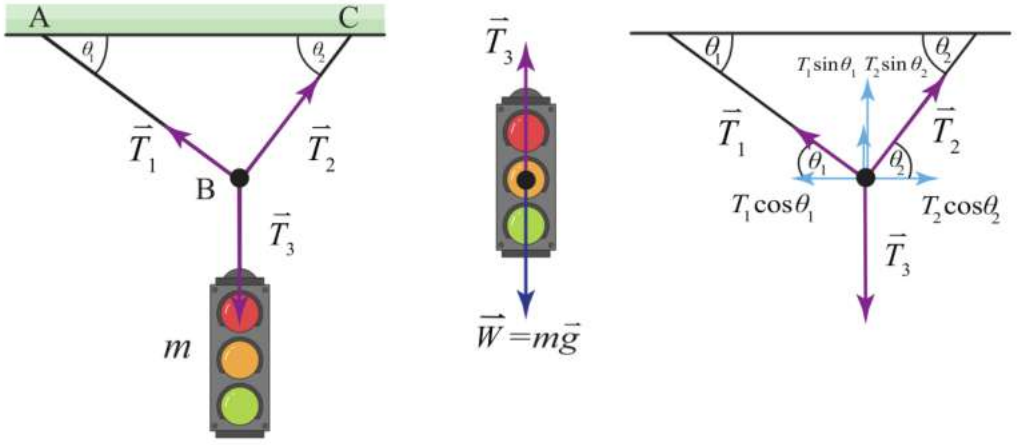
ตัวอย่าง 4.2 โคมไฟจราจรมวล m แขวนไว้นิ่งกลางถนนด้วยลวดสามเส้น ดังรูป



รูป ประกอบตัวอย่าง 4.2

จงหาแรงดึงในเส้นลวด ถ้าด้าน AB ยาว 4 เมตร ด้าน BC ยาว 3 เมตร และมวลของโคมไฟจราจร $m = 5$ kg

แนวคิด จากเงื่อนไขสมดุลต่อการเลื่อนที่ $\sum \vec{F} = 0$



ก. ข. ค.

วัตถุที่พิจารณามีสองชิ้นคือ

1) โคมไฟจราจร ซึ่งมีแรงกระทำสองแรง คือ น้ำหนักและแรงดึงเชือก T_3 ซึ่งอยู่ในแนวดิ่ง

2) ปมที่ผูกเส้นลวดทั้งสามเส้น ซึ่งมีแรงดึงในเส้นลวดสามแรงกระทำ ได้แก่ T_1 T_2 และ T_3

พิจารณาแรงองค์ประกอบตามแนวแกน x (แนวระดับ) และแกน y (แนวดิ่ง) โดยใช้เงื่อนไขของการอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง โดยเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ แล้วจึงเขียนองค์ประกอบของแรง T_1 T_2 และ T_3 ตามแนวแกน x และแกน y ที่ตำแหน่งซึ่งเส้นลวดสามเส้นผูกติดกัน

วิธีทำ จากรูป ข. กำหนดให้ทิศขึ้นเป็นบวก และจากเงื่อนไขเมื่อวัตถุอยู่นิ่ง $\sum \vec{F} = 0$ จะได้ว่า

$$T_3 - mg = 0$$

หรือ

$$T_3 = mg \qquad \text{(c)}$$

จากรูป ค. เมื่อพิจารณาที่ปม กำหนดให้ทิศไปทางขวาเป็นบวก แรงองค์ประกอบตามแนวแกน x มีสองแรงกระทำคือ $T_{1x} = T_1 \cos\theta_1$ และ $T_{2x} = T_2 \cos\theta_2$ โดยจากเงื่อนไขที่วัตถุอยู่นิ่ง $\sum \vec{F}_x = 0$ จะได้ว่า

$$T_2 \cos\theta_2 - T_1 \cos\theta_1 = 0$$

หรือ

$$T_1 \cos\theta_1 = T_2 \cos\theta_2 \qquad \text{(d)}$$

เมื่อพิจารณาแรงองค์ประกอบตามแนวแกน y โดยให้ทิศขึ้นเป็นบวก ในที่นี้ มีแรงสามแรงกระทำในแนวแกน y คือ $T_{1y} = T_1 \sin\theta_1$ และ $T_{2y} = T_2 \cos\theta_2$ ในทิศขึ้น และ T_3 ในทิศลง ดังนั้น

$$T_1 \sin\theta_1 + T_2 \sin\theta_2 - T_3 = 0$$

หรือ

$$\begin{aligned} T_1 \sin\theta_1 + T_2 \sin\theta_2 &= T_3 \\ &= mg \end{aligned} \qquad \text{(e)}$$

จากรูป $\cos\theta_1 = \frac{4}{5}$ และ $\cos\theta_2 = \frac{3}{5}$ แทนค่าลงในสมการ (d) จะได้ว่า

$$T_1\left(\frac{4}{5}\right) = T_2\left(\frac{3}{5}\right)$$

หรือ

$$T_1 = \frac{3}{4}T_2$$

จากรูป $\sin\theta_1 = \frac{3}{5}$ และ $\sin\theta_2 = \frac{4}{5}$ และมวลของโคมไฟจราจร $m = 5$ kg แทนค่าในสมการ (e)

$$\left(\frac{3}{4}T_2\right)\left(\frac{3}{5}\right) + T_2\left(\frac{4}{5}\right) = (5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)$$

จะได้

$$T_2 = 39.2\text{ N}$$

และ

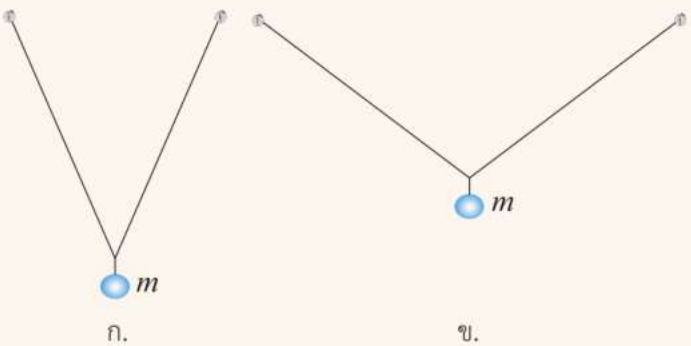
$$T_1 = 29.4\text{ N}$$

$$T_3 = 49.0\text{ N}$$

ตอบ แรงดึงในเส้นลวดมีค่า 29.4, 39.2 และ 49.0 นิวตัน

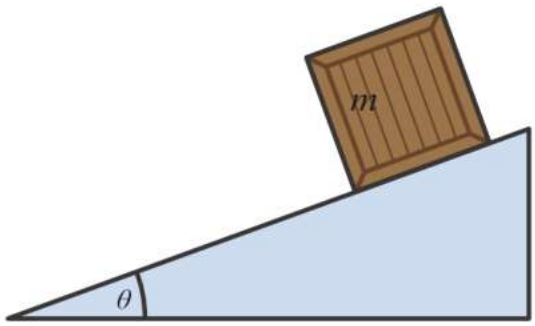
ชวนคิด

แบ่งเส้นเชือกที่มีขนาดสม่ำเสมอออกเป็น 2 เส้นเท่า ๆ กัน นำปลายทั้งสองของแต่ละเส้นผูกติดกับตะปู 2 ตัว ดังรูป ก. และ ข. แล้วแขวนขอเกี่ยวซึ่งเกี่ยวน้ำหนักที่เชือกทั้งสอง เชือกในรูป ก. หรือรูป ข. เมื่อเพิ่มมวล m มากขึ้น เชือกในรูปใดจะขาดก่อน



รูป ประกอบคำถามชวนคิด

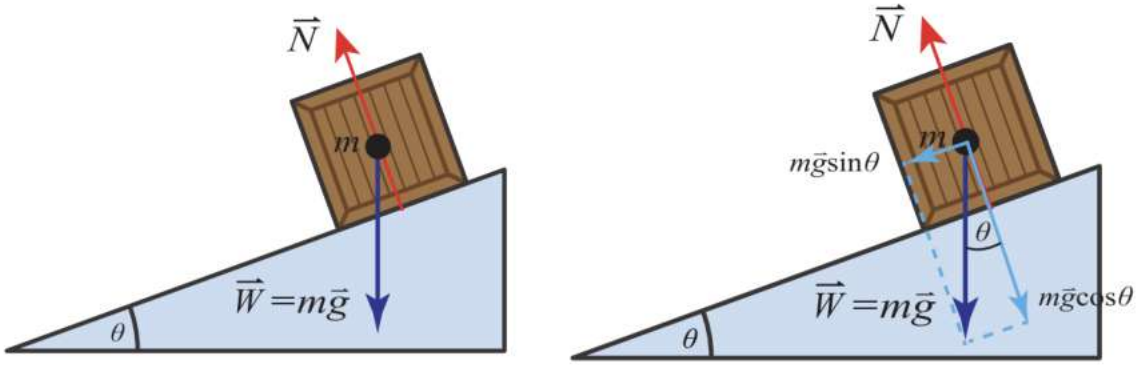
ตัวอย่าง 4.3 กล่องมวล m วางอยู่นิ่งบนพื้นเอียงที่ทำมุม θ กับแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบตัวอย่าง 4.3

จงพิจารณาว่ามีแรงเสียดทานกระทำต่อกล่องหรือไม่ ถ้ามี แรงเสียดทานนั้นเป็นแรงเสียดทานชนิดใด มีค่าเท่าใด และแรงแนวฉากมีค่าเท่าใด

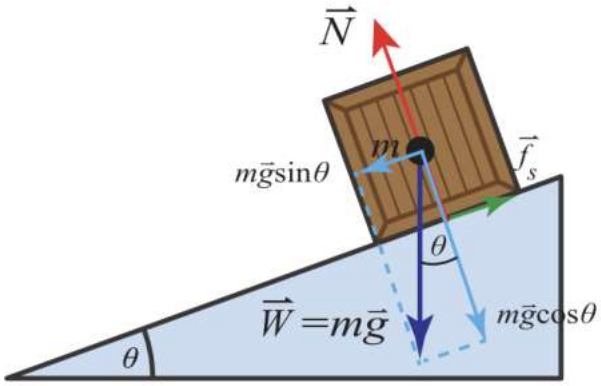
แนวคิด กล่องที่อยู่บนพื้นเอียงลื่น จะมีแรงสองแรงกระทำคือ น้ำหนักของกล่องที่มีทิศลง และแรงแนวฉากที่พื้นเอียงกระทำกับกล่องในทิศตั้งฉากกับระนาบพื้นเอียง ดังรูป ก.



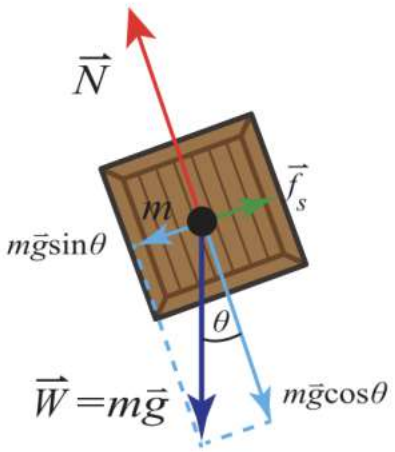
ก. ข.

เมื่อแยกองค์ประกอบของแรงให้อยู่ในแกนที่ตั้งฉากกัน โดยแกนหนึ่งขนานกับพื้นเอียงและอีกแกนตั้งฉากกับพื้นเอียง ดังรูป ข. จะพบว่า มีแรง $mg\sin\theta$ ที่ทำให้กล่องเคลื่อนที่ลงตามแนวพื้นเอียง ดังนั้น ถ้ากล่องจะอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่งบนพื้นเอียงได้ จะต้องมีแรงอย่างน้อยอีกหนึ่งแรงกระทำต่อกล่องในทิศตรงข้ามกับแรง $mg\sin\theta$ แต่เนื่องจากไม่มีแรงภายนอกอื่นกระทำต่อกล่อง พื้นเอียงนี้จึงต้องเป็นพื้นฝืด โดยมีแรงเสียดทานกระทำต่อกล่อง เป็นผลให้กล่องอยู่นิ่งบนพื้นเอียงได้ แรงเสียดทานนี้มีทิศขึ้นในแนวขนานพื้นเอียง และเป็นแรงเสียดทานสถิตเนื่องจากกล่องอยู่นิ่ง

วิธีทำ พิจารณาแรงที่กระทำต่อกล่องในรูป ค. เราสามารถหาขนาดของแรงเสียดทานสถิตได้จากการพิจารณาแรงองค์ประกอบตามแนวขนานพื้นเอียง โดยกำหนดทิศขึ้นขนานพื้นเอียงมีค่าบวก



ค.



ง.

จะได้

$$\sum \vec{F}_{\parallel} = 0$$
$$f_s - mg\sin\theta = 0$$
$$f_s = mg\sin\theta$$

แรงเสียดทานสถิตนี้ ไม่จำเป็นต้องเป็นแรงเสียดทานสถิตสูงสุด

เมื่อพิจารณาแรงองค์ประกอบตามแนวตั้งฉากพื้นเอียง โดยกำหนดทิศขึ้นตั้งฉากพื้นเอียงมีค่าบวกจะได้

$$\sum \vec{F}_{\perp} = 0$$
$$N - mg\cos\theta = 0$$
$$N = mg\cos\theta$$

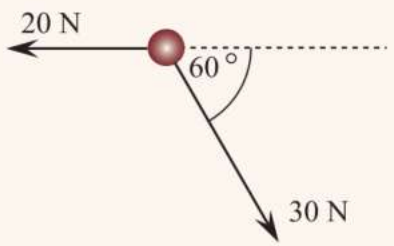
ตอบ มีแรงเสียดทานสถิตขนาด $mg\sin\theta$ กระทำต่อกล่องในทิศขึ้นขนานพื้นเอียง และแรงแนวฉากมีขนาด $mg\cos\theta$

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.3

1. วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
2. เมื่อปล่อยให้วัตถุตกอย่างตกอิสระ ถ้าไม่คิดแรงต้านอากาศที่กระทำต่อวัตถุ วัตถุนี้อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่หรือไม่ อธิบาย
3. วางไม้คานสม่ำเสมอพิงกำแพงลื่น ปลายอีกข้างหนึ่งวางบนพื้นลื่นเช่นกัน ในกรณีนี้คานจะสมดุลต่อการเลื่อนที่หรือไม่ เพราะเหตุใด
4. จงให้เหตุผลว่า เมื่อมีมวลแขวนที่จุดกึ่งกลางของเส้นเชือกที่ขึงไว้ในแนวระดับ เหตุใดเราจึงไม่สามารถทำให้เชือกเป็นเส้นตรงโดยไม่หย่อนเลย

แบบฝึกหัด 4.3

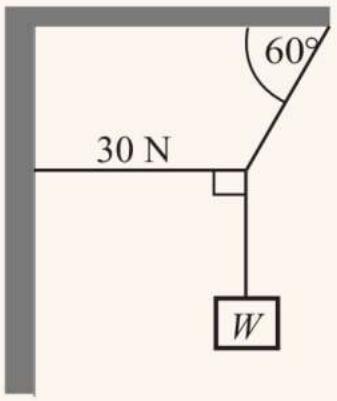
1. เด็กคนหนึ่งออกแรง 100 นิวตัน ลากกล่องให้เคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอไปตามแนวระดับ โดยแนวของแรงดึงทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ จงหาแรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อกล่อง
2. วัตถุหนัก 50 นิวตัน วางอยู่นิ่งบนพื้นเอียงซึ่งเอียงทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ จงหาแรงที่พื้นเอียงดันวัตถุในแนวตั้งฉาก และแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นเอียงกับวัตถุ
3. แรงสองแรงมีขนาด 20 และ 30 นิวตัน กระทำต่อวัตถุหนึ่งดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 3

จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่สามที่จะทำให้วัตถุอยู่ในสมดุล

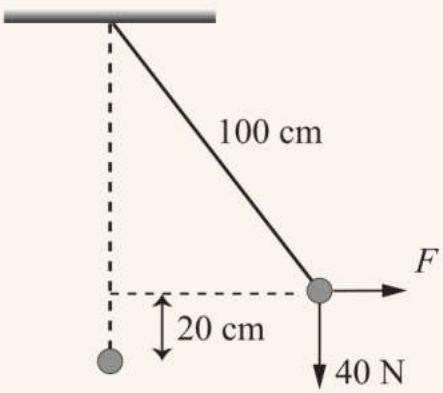
4. วัตถุหนัก W แขวนไว้ด้วยเชือกดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 4

ถ้าแรงดึงในเส้นเชือกตามแนวระดับเป็น 30 นิวตัน จงหาน้ำหนัก W

5. วัตถุหนัก 40 นิวตัน ผูกด้วยเชือกยาว 100 เซนติเมตร แล้วนำไปแขวนห้อยอยู่ในแนวดิ่ง ถ้าใช้แรงดึง F ในแนวระดับดึงให้วัตถุสูงจากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ 20 เซนติเมตร ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 5

จงหาแรง F

4.4 สมดุลต่อการหมุน

จากที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน คือวัตถุที่ไม่หมุน หรือหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว โดยวัตถุอาจมีการเลื่อนที่หรือเปลี่ยนตำแหน่งได้ เช่น ล้อรถยนต์ที่ไม่อยู่ที่ตำแหน่งเดิมแต่กำลังหมุนรอบเพลาด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว เป็นล้อที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน แต่ในหัวข้อนี้ จะเป็นการศึกษาเฉพาะสถานการณ์ที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุนและอยู่นิ่ง

การพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ต้องเกี่ยวข้องกับปริมาณที่บอกถึงแนวโน้มที่ทำให้วัตถุเกิดการหมุน เรียกว่า โมเมนต์ของแรง ซึ่งจะได้ศึกษาต่อไป

4.4.1 โมเมนต์ของแรง

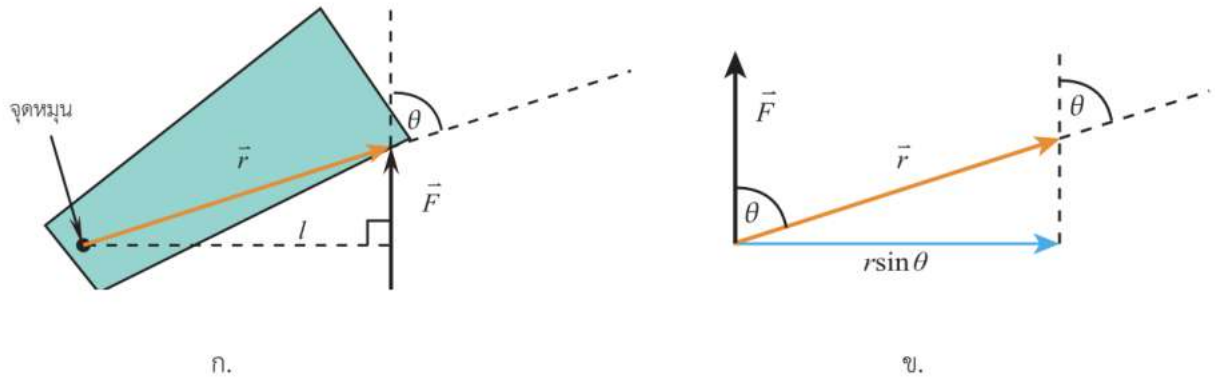
ในการพิจารณาเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุนและอยู่นิ่ง แนวคิดสำคัญที่ต้องทำความเข้าใจคือแนวคิดเกี่ยวกับ**โมเมนต์ของแรง** (moment of a force, M) ซึ่งเป็นปริมาณบอกถึงแนวโน้มที่ทำให้วัตถุหมุนรอบจุดหรือแกนหนึ่ง ๆ

โมเมนต์ของแรง (M) มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างขนาดของแรง (F) กับระยะทางจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวของแรง (l) ดังสมการ

$$M = Fl \tag{4.3}$$

โดยโมเมนต์ของแรงมีหน่วยเป็น นิวตัน เมตร (N m)

ในกรณีที่มีแรงกระทำกับวัตถุที่ตำแหน่งใด ๆ โดยมีเวกเตอร์ตำแหน่งจากจุดหมุนถึงตำแหน่งที่แรงกระทำไม่ตั้งฉากกับแนวแรง โมเมนต์ของแรงหาได้จาก ผลคูณระหว่างขนาดของแรงกับขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์ตำแหน่งที่ตั้งฉากกับแนวแรง ดังรูป 4.9



ก. ข.

รูป 4.9 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุมีแนวแรงห่างจากแกนหมุนเป็นระยะ l

$\vec{F}$ เป็นแรงกระทำต่อวัตถุ

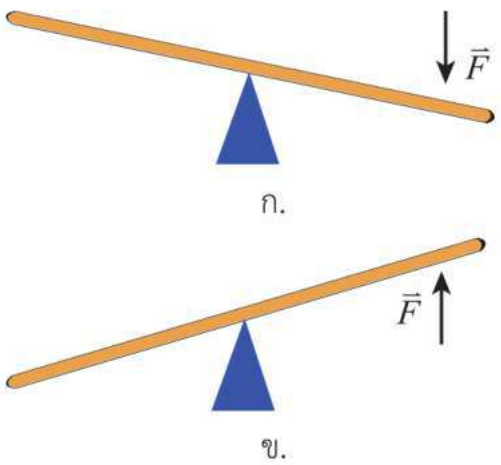
$\vec{r}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งจากจุดหมุนไปถึงจุดที่แรง $\vec{F}$ กระทำ

จะได้ว่า ขนาดของโมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ เท่ากับ

$$M = Fl = Fr\sin\theta \qquad (4.4)$$

โดย l เป็นระยะทางจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวของแรง $\vec{F}$

โมเมนต์ของแรงอาจทำให้วัตถุหมุนตามเข็มนาฬิกา (clockwise) ดังรูป 4.10 ก. หรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา (counter-clockwise) ดังรูป 4.10 ข.

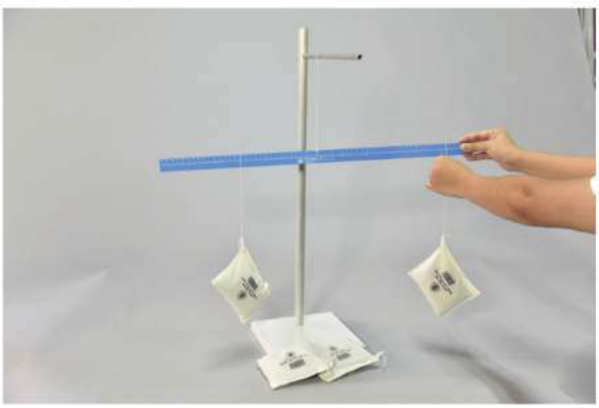


รูป 4.10 แรง $\vec{F}$ กระทำต่อแท่งไม้ทำให้แท่งไม้หมุน ก. ตามเข็มนาฬิกา หรือ ข. ทวนเข็มนาฬิกา

โมเมนต์ของแรงที่ทำให้วัตถุหมุนตามเข็มนาฬิกา เรียกว่า โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา หรือเรียกสั้น ๆ ว่า โมเมนต์ตาม (clockwise moment, $M_{\text{ตาม}}$) ส่วนโมเมนต์ของแรงที่ทำให้วัตถุหมุนทวนเข็มนาฬิกา เรียกว่า โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา หรือเรียกสั้น ๆ ว่า โมเมนต์ทวน (counter-clockwise moment, $M_{\text{ทวน}}$)

การที่วัตถุอยู่นิ่งโดยไม่หมุน โมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้นกับวัตถุเป็นอย่างไร อาจศึกษาได้จากสถานการณ์ต่อไปนี้

แขวนคานให้อยู่นิ่งในแนวระดับ โดยให้จุดที่แขวนคานเป็นจุดหมุน ดังรูป 4.11 นำถุงทราย 2 ถุง ที่มีมวลเท่ากันมาแขวนแต่ละด้านของคาน ขยับถุงทรายไปตามตำแหน่งต่าง ๆ บนคาน จนกระทั่งคานอยู่นิ่งในแนวระดับ คำนวณโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาและตามเข็มนาฬิการอบจุดที่แขวนคาน



รูป 4.11 การแขวนถุงทรายกับคาน

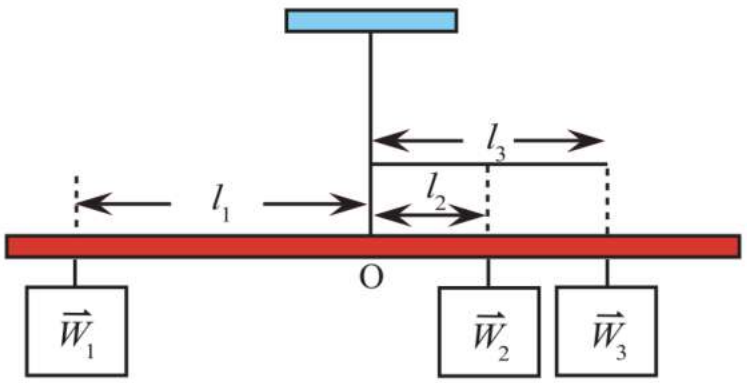
เมื่อคานอยู่นิ่งในแนวระดับ นั่นคือ คานอยู่ในสมดุลต่อการหมุนและอยู่นิ่ง ผลรวมของโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าเท่ากับผลรวมของโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา เขียนแทนด้วยสมการ

$$\sum M_{\text{ตาม}} = \sum M_{\text{ทวน}} \tag{4.5}$$

เงื่อนไขตามสมการ (4.5) เป็นเงื่อนไขของวัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน ซึ่งสามารถนำไปใช้อธิบายการอยู่ในสมดุลต่อการหมุนของวัตถุอื่น ๆ ได้เช่นกัน หรือ ถ้ากำหนดให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ เงื่อนไขที่วัตถุจะอยู่ในสมดุลต่อการหมุน เขียนใหม่ได้เป็น

$$\sum M = 0 \tag{4.6}$$

ตัวอย่างเช่น ในกรณีที่มีน้ำหนัก $\vec{W}_1$ $\vec{W}_2$ และ $\vec{W}_3$ แขวนกับไม้เมตรที่อยู่นิ่งในแนวระดับ ดังรูป 4.12 (ไม่คิดน้ำหนักของไม้เมตร)



รูป 4.12 น้ำหนัก $\vec{W}_1$ $\vec{W}_2$ และ $\vec{W}_3$ แขวนกับไม้เมตรซึ่งอยู่ในแนวระดับ

ผลรวมของโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อไม้เมตรรอบจุด O ในรูป 4.12 มีค่าเป็นศูนย์ กำหนดให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าเป็นบวก และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็นลบ จะได้ว่า

$$\sum M = 0$$
$$W_1 l_1 - W_2 l_2 - W_3 l_3 = 0$$

หรือได้ว่า

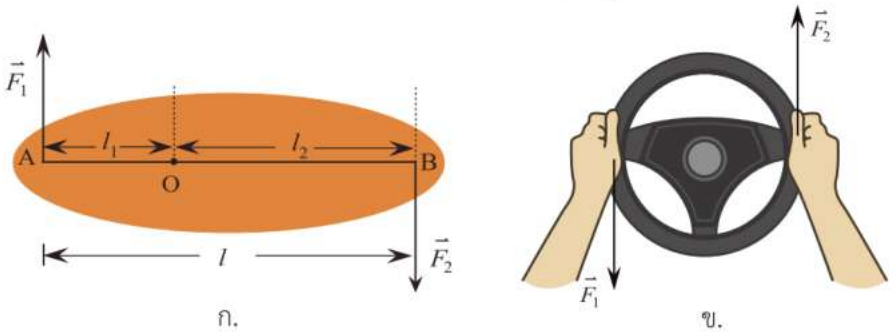
$$W_1 l_1 = W_2 l_2 + W_3 l_3$$

นั่นคือ เมื่อไม้เมตรอยู่ในสมดุลต่อการหมุน

ผลรวมของโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา = ผลรวมของโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

4.4.2 โมเมนต์ของแรงคู่ควบ

แรงสองแรงที่ขนานกัน มีขนาดเท่ากันและกระทำต่อวัตถุในทิศตรงข้ามกัน เรียกว่า **แรงคู่ควบ** (couple) เช่น แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ที่มีขนาดเท่ากันกระทำต่อวัตถุในรูป 4.13 ก. และ 4.13 ข.



รูป 4.13 แรงคู่ควบ $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ กระทำกับ ก. วัตถุที่ตำแหน่ง A และ B ข. พวงมาลัยรถยนต์

จากรูป 4.13 ก. จะได้ว่าแรงลัพธ์ของแรงคู่ควบมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากขนาดของแรงคู่ควบเท่ากัน แต่มีทิศตรงข้ามกัน ส่วนโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ รอบจุดหมุน O เป็นโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา ถ้าให้ F เป็นขนาดของแรงคู่ควบแต่ละแรง จะหาผลรวมของโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ รอบจุดหมุน O ได้เป็น

$$\begin{aligned} F_1 l_1 + F_2 l_2 &= F l_1 + F l_2 \\ &= F\left(l_1 + l_2\right) \\ &= Fl \end{aligned}$$

ดังนั้น $$M_c = Fl$$

เมื่อ M_c เป็นโมเมนต์ของแรงคู่ควบ

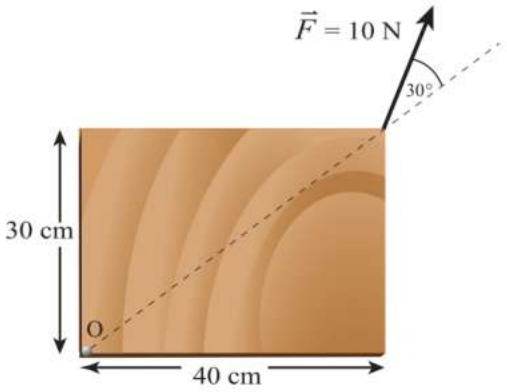
F เป็นขนาดของแรงคู่ควบ

l เป็นระยะทางตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง

ในการหาโมเมนต์ของแรงคู่ควบรอบจุดหมุนอื่น เช่น A หรือ B ดังแสดงในรูป 4.13 ก. ผลรวมของโมเมนต์ของแรงคู่ควบยังคงมีค่าเท่ากับ Fl และหมุนตามเข็มนาฬิกา แสดงว่า การหาโมเมนต์ของแรงคู่ควบรอบแกนหมุนใด ๆ ก็ตาม ค่าที่ได้จะคงเดิมและมีทิศการหมุนเช่นเดิม เช่น ในกรณีนี้หมุนตามเข็มนาฬิกา

ดังนั้นสรุปได้ว่า**โมเมนต์ของแรงคู่ควบใด ๆ มีขนาดเท่ากับผลคูณของขนาดของแรงใดแรงหนึ่งกับระยะทางตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง** ซึ่งจะหมุนตามเข็มนาฬิกา หรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา ขึ้นอยู่กับทิศของแรงคู่ควบนั้น นั่นคือ โมเมนต์ของแรงคู่ควบไม่เท่ากับศูนย์ และเนื่องจากแรงลัพธ์ของแรงคู่ควบเป็นศูนย์ แสดงว่า **วัตถุที่มีแรงคู่ควบเพียงคู่เดียวกระทำ จะอยู่ในสภาพสมดุลต่อการเลื่อนที่ แต่ไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน**

ตัวอย่าง 4.4 แผ่นไม้แผ่นหนึ่งวางอยู่บนพื้นราบ มีตะปูตรึงไว้ที่จุด O และมีแรง $\vec{F}$ กระทำกับแผ่นไม้ที่ตำแหน่งและทิศทางดังรูป จงหาโมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ รอบจุด O



รูป ประกอบตัวอย่าง 4.4

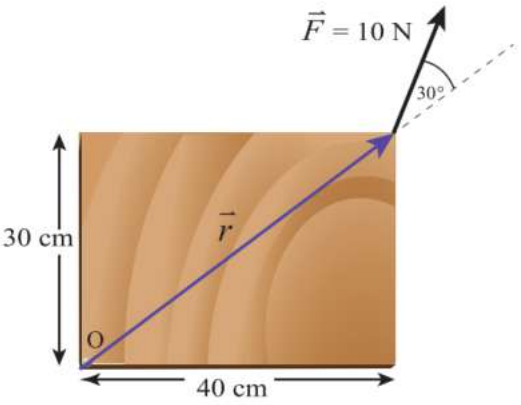
แนวคิด ในกรณีนี้ แรงที่กระทำกับวัตถุที่เวกเตอร์บอกตำแหน่งจากจุดหมุนถึงตำแหน่งที่แรงกระทำไม่ตั้งฉากกับแนวแรง โมเมนต์ของแรงหาได้จาก ผลคูณระหว่างขนาดของแรงกับขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์บอกตำแหน่งที่ตั้งฉากกับแนวแรง ตามสมการ

$$M = Fr\sin\theta$$

โดย $\vec{F}$ เป็นแรงกระทำต่อวัตถุ

$\vec{r}$ เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งจากจุดหมุนไปถึงจุดที่แรง $\vec{F}$ กระทำ

θ เป็นมุมที่แรงกระทำกับเวกเตอร์บอกตำแหน่ง



วิธีทำ จากโจทย์ $F = 10\ \text{N}$ และ $\theta = 30^\circ$

ขนาดของ $\vec{r}$ หาได้จากการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

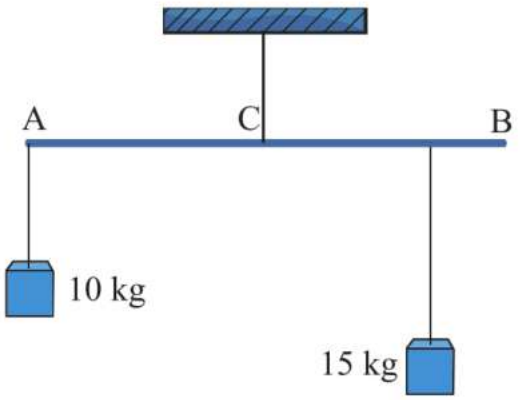
$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(0.3\,\text{m})^2 + (0.4\,\text{m})^2} \\ &= \sqrt{0.25\,\text{m}^2} \\ &= 0.5\,\text{m} \end{aligned}$$

ดังนั้น โมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ รอบจุด O มีค่า

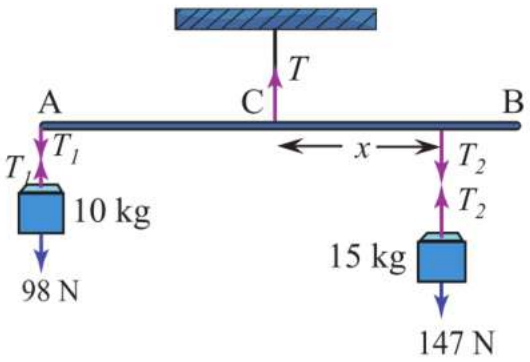
$$\begin{aligned} M &= Fr\sin\theta \\ &= (10\,\text{N})(0.5\,\text{m})(\sin 30^\circ) \\ &= 2.5\,\text{N m} \end{aligned}$$

ตอบ โมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ รอบจุด O มีค่า 2.5 นิวตัน เมตร โดยวัตถุจะหมุนรอบจุด O ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

ตัวอย่าง 4.5 กำหนดให้คานเบายาว 0.6 เมตร มีเชือกแขวนอยู่ที่กึ่งกลางคาน ปลาย A มีมวล 10 กิโลกรัม แขวนอยู่ จะต้องแขวนมวล 15 กิโลกรัม บนคานที่ปลายอีกด้านหนึ่งห่างจากจุดหมุนเท่าใด คานจึงจะอยู่ในสมดุลในแนวระดับ (ให้คิดจุดหมุนที่ C A และ B ตามลำดับ)



รูป ประกอบตัวอย่าง 4.5



แนวคิด เขียนแผนภาพแสดงแรงที่กระทำต่อคานและแรงที่กระทำต่อวัตถุดังรูป

เมื่อ T T_1 T_2 เป็นแรงดึงในเส้นเชือก

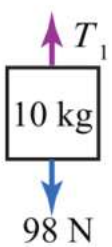
ทั้งคานและวัตถุทั้งสองก้อนอยู่ในสมดุล สามารถหาแรงดึงในเชือกได้จาก $\sum \vec{F} = 0$ และ $\sum M = 0$

ในกรณีแรกจะคิดโมเมนต์รอบจุดหมุน C ที่กึ่งกลางคาน กรณีที่สองคิดโมเมนต์รอบจุด A กรณีที่สามคิดโมเมนต์รอบจุด B แล้วจึงพิจารณาว่าคำตอบที่ได้ทั้งสามกรณีตรงกันหรือไม่

วิธีทำ เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุล $\sum \vec{F} = 0$

ในที่นี้ ไม่มีแรงองค์ประกอบในแนวแกน x มีแต่แรงองค์ประกอบในแนวแรงแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นเป็นบวก และ แรงในทิศลงเป็นลบ

<u>คิดที่มวล 10 กิโลกรัม</u> $\sum \vec{F}_y = 0$



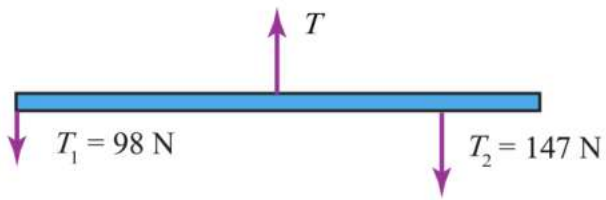
$$T_1 - (10\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 0$$

$$T_1 = 98\,\text{N}$$

คิดที่มวล 15 กิโลกรัม $\sum \vec{F}_y = 0$

$$T_2 - (15\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 0$$
$$T_2 = 147\text{ N}$$

คิดที่คาน

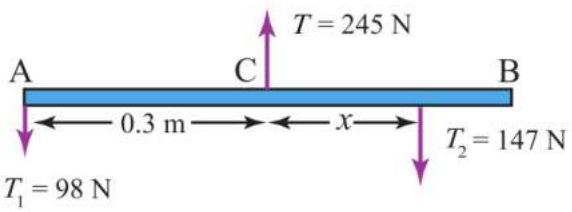


$$\sum \vec{F}_y = 0$$
$$T - T_1 - T_2 = 0$$
$$T = T_1 + T_2$$
$$= (98\text{ N}) + (147\text{ N})$$
$$= 245\text{ N}$$

ต่อไปใช้เงื่อนไข $\sum M = 0$

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ

คิดโมเมนต์ของแรงรอบจุด C



$$\sum M = 0$$
$$(98\text{ N})(0.3\text{ m}) - (147\text{ N})(x) = 0$$
$$(98\text{ N})(0.3\text{ m}) = (147\text{ N})(x)$$
$$x = 0.2\text{ m}$$

คิดโมเมนต์ของแรงรอบจุด A

$$\sum M = 0$$
$$(245\ \text{N})(0.3\ \text{m}) - (147\ \text{N})(0.3\ \text{m} + x) = 0$$
$$(245\ \text{N})(0.3\ \text{m}) = (147\ \text{N})(0.3\ \text{m} + x)$$
$$73.5\ \text{N m} = 44.1\text{N m} + (147\ \text{m})(x)$$
$$(147\ \text{N})(x) = 29.4\ \text{N m}$$
$$x = 0.2\ \text{m}$$

คิดโมเมนต์ของแรงรอบจุด B

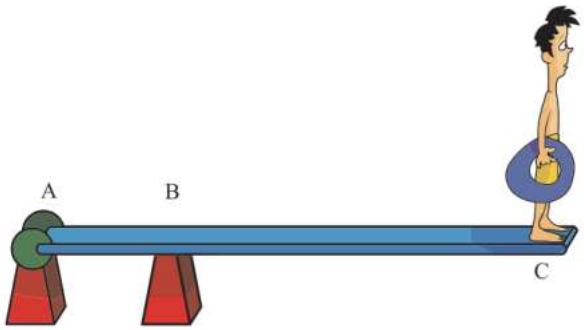
$$\sum M = 0$$
$$(98\ \text{N})(0.6\ \text{m}) + (147\ \text{N})(0.3\ \text{m} - x) - (247\ \text{N})(0.3\ \text{m}) = 0$$
$$(98\ \text{N})(0.6\ \text{m}) + (147\ \text{N})(0.3\ \text{m} - x) = (247\ \text{N})(0.3\ \text{m})$$
$$(58.8\ \text{N m}) + (44.1\text{N m}) - (147x\ \text{N}) = 73.5\ \text{N m}$$
$$147x\ \text{N} = 29.4\ \text{N m}$$
$$x = 0.2\ \text{m}$$

จะเห็นว่ากรณีคิดโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนทั้งสามกรณีจะให้คำตอบที่ตรงกันคือ x มีค่าเท่ากับ 0.2 เมตร

ตอบ จะต้องแขวนมวล 15 กิโลกรัม ห่างจากจุดหมุน C ไปทางขวาเป็นระยะเท่ากับ 0.2 เมตร

ข้อสังเกต

ในขณะที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ผลรวมของโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนใด ๆ จะมีค่าเท่ากับศูนย์เสมอ ในการแก้ปัญหาโจทย์ เราจะเลือกจุดหมุนที่สะดวกในการแก้ปัญหา เช่น จุดหมุนที่มีแนวแรงผ่านจุดนั้นหลายแรง

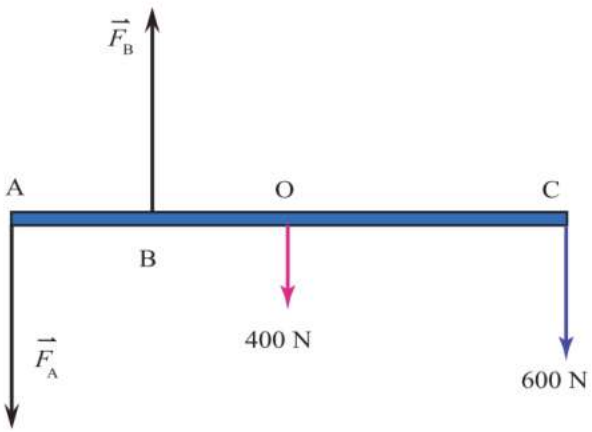


รูป ประกอบตัวอย่าง 4.6

ตัวอย่าง 4.6 กระดานสปริงสำหรับกระโดดน้ำมีน้ำหนัก 400 นิวตัน มีเสายึดกับกระดานสปริงที่ A และ B ซึ่งห่างกัน $\frac{1}{4}$ ของความยาวของกระดานสปริง ดังรูป จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ A และ B กระทำต่อกระดานสปริง ขณะที่นักกระโดดน้ำมีน้ำหนัก 600 นิวตัน ยืนนิ่งอยู่ที่ปลายคาน C

แนวคิด เขียนแผนภาพแสดงแรงที่กระทำต่อกระดานสปริง เมื่อกระดานสปริงอยู่ในสมดุล $\sum \vec{F} = 0$ และ $\sum M = 0$ ไม่ว่าจะคิดโมเมนต์ของแรงรอบจุดใด ๆ

ให้ O เป็นจุดกึ่งกลางของกระดานสปริง
$\vec{F}_A$ เป็นแรงที่เสา A ยึดกระดานสปริง
$\vec{F}_B$ เป็นแรงที่เสา B ดันกระดานสปริง
l เป็นความยาวของกระดานสปริง AC



วิธีทำ เนื่องจากกระดานสปริงอยู่ในสมดุล ดังนั้น

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ และ } \sum M = 0$$

ในที่นี้ ไม่มีแรงองค์ประกอบในแนวแกน x มีแต่แรงองค์ประกอบในแนวแกน y

ให้แรงที่มีทิศขึ้นมีค่าบวก แรงที่มีทิศลงมีค่าลบ

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$F_B - F_A - 400\ \text{N} - 600\ \text{N} = 0$$

ดังนั้น
$$F_B - F_A = 1000\ \text{N} \qquad \text{(f)}$$

ต่อไปใช้เงื่อนไข
$$\sum M = 0$$

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ
คิดแกนหมุนผ่านจุด B (อาจคิดผ่านจุด A ก็ได้ ซึ่งจะหา $\vec{F}_B$ ได้ก่อน)

$$\sum M = 0$$

$$F_{\mathrm{A}}\left(\frac{l}{4}\right)-(400\mathrm{N})\left(\frac{l}{4}\right)-(600\mathrm{N})\left(\frac{3l}{4}\right)=0 \qquad \text{(g)}$$

ดังนั้น

$$F_{\mathrm{A}}\left(\frac{l}{4}\right)=(400\mathrm{N})\left(\frac{l}{4}\right)+(600\mathrm{N})\left(\frac{3l}{4}\right)$$

$$F_{\mathrm{A}} = 2200\ \mathrm{N}$$

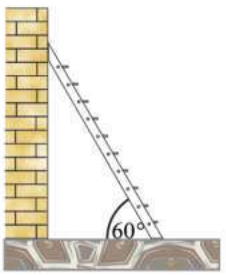
แทนค่า F_{A} ใน (f)

$$F_{\mathrm{B}} = 3200\ \mathrm{N}$$

ตอบ แรงที่เสา A กระทำต่อกระดานสปริงเท่ากับ 2200 นิวตันในทิศทางลง
แรงที่เสา B กระทำต่อกระดานสปริงเท่ากับ 3200 นิวตันในทิศทางขึ้น

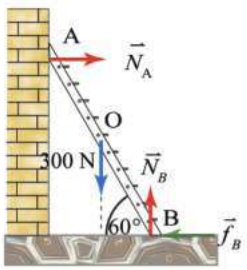
ตัวอย่าง 4.7 บันไดขนาดสม่ำเสมอวางนิ่งพิงกำแพงเกลี้ยง โดยปลายล่างทำมุม 60 องศา กับพื้น ดังรูป บันไดหนัก 300 นิวตัน

ก. จงเขียนแผนภาพของแรงที่กระทำกับบันได
ข. ถ้าคนมีน้ำหนัก 600 นิวตัน ยืนบนบันไดที่ระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวบันไดจากพื้น โดยบันไดยังอยู่นิ่ง ขนาดของแรงที่พื้นและกำแพงกระทำกับบันไดเป็นเท่าใด



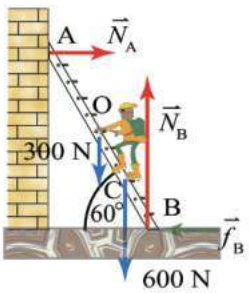
รูป ประกอบตัวอย่าง 4.7

ก. แนวคิด เขียนแผนภาพของแรงจะได้ดังรูปประกอบแนวคิด ก. มีแรงเนื่องจากน้ำหนักของบันได 300 N กระทำที่กึ่งกลางบันได แรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อบันได $\vec{f}_{\mathrm{B}}$ แรงที่พื้นดันปลายล่างของบันไดในทิศทางตั้งฉาก $\vec{N}_{\mathrm{B}}$ และแรงที่กำแพงดันปลายบนของบันไดในทิศทางตั้งฉาก $\vec{N}_{\mathrm{A}}$ ที่กำแพงไม่มีแรงเสียดทาน เพราะกำแพงเกลี้ยง



รูป ประกอบแนวคิด ก.

ข. แนวคิด แสดงแรงที่กระทำต่อบันได เมื่อมีคนหนัก 600 นิวตัน ยืนบนบันไดที่จุด C เป็นระยะ $\frac{1}{4}$ ของความยาวบันได ดังรูป แล้วใช้หลักสมดุล $\sum \vec{F} = 0$ และ $\sum M = 0$



รูป ประกอบแนวคิด ข.

วิธีทำ ให้คาน AB ยาว l AO=BO $= \frac{l}{2}$ และ BC $= \frac{l}{4}$ คนหนัก 600 N

พิจารณาในแนวแกน x ให้แรงที่มีทิศไปทางขวาเป็นบวก แรงที่มีทิศไปทางซ้ายเป็นลบ

เนื่องจากคานอยู่นิ่ง ดังนั้น จาก $\sum \vec{F}_x = 0$

$$N_{\mathrm{A}} - f_{\mathrm{B}} = 0$$

เพราะฉะนั้น $$N_{\mathrm{A}} = f_{\mathrm{B}} \qquad \text{(h)}$$

พิจารณาในแนวแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นมีค่าบวก แรงที่มีทิศลงเป็นลบ

จาก $$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_{\mathrm{B}} - (300\ \mathrm{N}) - (600\ \mathrm{N}) = 0$$

$$N_{\mathrm{B}} = 900\ \mathrm{N}$$

คิดโมเมนต์ของแรงรอบจุด B

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ

จาก $$\sum M = 0$$

$$(300\ \mathrm{N})\left(\frac{l}{2}\cos 60^\circ\right) + (600\ \mathrm{N})\left(\frac{l}{4}\cos 60^\circ\right) - (N_{\mathrm{A}})(l \sin 60^\circ) = 0$$

จะได้ $$N_{\mathrm{A}} = 100\sqrt{3}\ \mathrm{N} = 173.2\ \mathrm{N}$$

แทนค่า N_{A} ในสมการ (h) จะได้ $$f_{\mathrm{B}} = 100\sqrt{3}\ \mathrm{N} = 173.2\ \mathrm{N}$$

เมื่อพิจารณาแรงที่พื้นกระทำต่อบันได จะมี 2 แรงคือ $\vec{N}_{\mathrm{B}}$ และ $\vec{f}_{\mathrm{B}}$

ดังนั้น ถ้าให้ $\vec{R}$ เป็นผลรวมของ $\vec{N}_{\mathrm{B}}$ และ $\vec{f}_{\mathrm{B}}$ จะได้ว่า

$$R = \sqrt{N_{\mathrm{B}}^2 + f_{\mathrm{B}}^2}$$

$$= \sqrt{(900\ \mathrm{N})^2 + (173.2\ \mathrm{N})^2}$$

$$R = 916.5\ \mathrm{N}$$

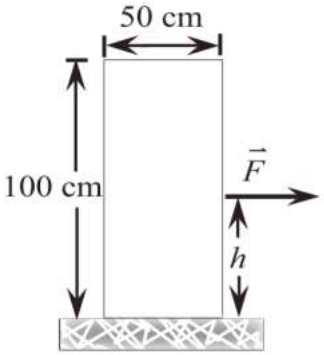
ตอบ ขนาดของแรงที่พื้นกระทำกับบันไดมีค่าเท่ากับ 916.5 นิวตัน

ขนาดของแรงที่กำแพงกระทำกับบันไดในทิศทางตั้งฉากมีค่าเท่ากับ 173.2 นิวตัน

ตัวอย่าง 4.8 วัตถุสม่ำเสมอก้อนหนึ่งหนัก 2.0×10^3 นิวตัน วางอยู่นิ่งบนพื้นระดับซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างผิวสัมผัสเท่ากับ 0.4 มีแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในแนวระดับโดยสูงจากพื้น h ดังรูป

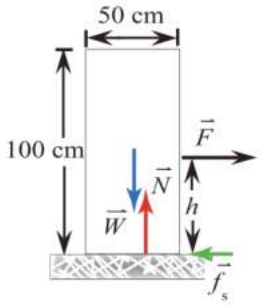
ก. จงหาขนาดของแรง $\vec{F}$ ที่พอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเลื่อนที่

ข. เมื่อแนวแรง $\vec{N}$ อยู่ที่ริมสุดของฐานวัตถุ จงหาระยะ h ของแรง $\vec{F}$ ในข้อ ก. ที่ทำให้วัตถุเริ่มจะล้ม



รูปประกอบตัวอย่าง 4.8

ก. แนวคิด พิจารณาที่วัตถุ โดยแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุ คือ $\vec{W}, \vec{N}, \vec{F}, \vec{f}_s$ ดังรูป



แรงที่พอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเลื่อนที่มีค่าเท่ากับแรงเสียดทานสถิตสูงสุด

วิธีทำ เนื่องจากวัตถุอยู่นิ่ง $\sum \vec{F} = 0$

พิจารณาในแนวแกน x ให้แรงที่มีทิศไปทางขวามีค่าบวก แรงที่มีทิศไปทางซ้ายมีค่าลบ

$$\sum \vec{F}_x = 0$$
$$F - f_s = 0$$

นั่นคือ $$F = f_s$$

พิจารณาในแนวแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นมีค่าบวก แรงที่มีทิศลงมีค่าลบ

$$\sum \vec{F}_y = 0$$
$$N - W = 0$$

นั่นคือ $$N = W = 2.0 \times 10^3 \text{ N}$$

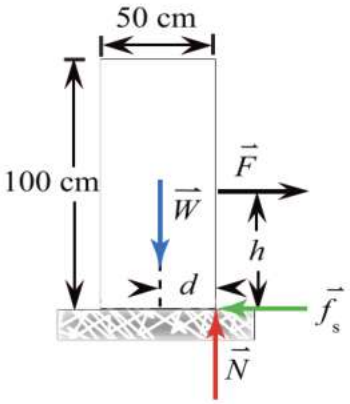
แรงที่พอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเลื่อนที่เท่ากับแรงเสียดทานสถิตสูงสุด $f_{s_{max}}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\mu_s N$

จะได้ $$F = \mu_s N$$
$$= (0.4)(2.0 \times 10^3 \text{ N})$$
$$= 8.0 \times 10^2 \text{ N}$$

จะได้ว่า แรง F มีค่าเท่ากับ 800 นิวตัน

ตอบ แรง F ที่พอดีทำให้วัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่มีค่า 800 นิวตัน

ข. แนวคิด เมื่อเลื่อนตำแหน่งที่ $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุใน ก. ให้สูงจากพื้นขึ้นเรื่อย ๆ โมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}$ $\vec{f}_s$ จะมากขึ้น และเพื่อให้ผลรวมของโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ ตำแหน่งของแนวแรง $\vec{N}$ จะเลื่อนออกจากแนวแรง $\vec{W}$ โดยจะเลื่อนออกมากที่สุด เมื่อแนวแรง $\vec{N}$ อยู่ที่ริมสุดของฐานวัตถุ โดยวัตถุจะเริ่มล้ม (อยู่ในสมดุลต่อการหมุน)
ระยะ h ของแรง $\vec{F}$ ในข้อ ก. ที่ทำให้วัตถุเริ่มจะล้มดังรูป



วิธีทำ เนื่องจากวัตถุอยู่นิ่ง วัตถุอยู่ทั้งในสมดุลต่อการเลื่อนที่ และสมดุลต่อการหมุน ถ้าพิจารณาเฉพาะสมดุลต่อการหมุน จะได้ว่า $\sum M = 0$

คิดโมเมนต์ของแรงรอบจุดที่แรงแนวฉากกระทำ

พิจารณาโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{N}$ $\vec{W}$ และโมเมนต์ของแรงคู่ควบ $\vec{F}$ $\vec{f}_s$
ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ
จะได้ว่า $(W \times d) - (F \times h) = 0$

$$W \times d = F \times h$$

$$(2.0\times10^{3}\ \text{N})\left(\frac{50}{2}\ \text{cm}\right) = (8.0\times10^{2}\ \text{N})\ (h)$$

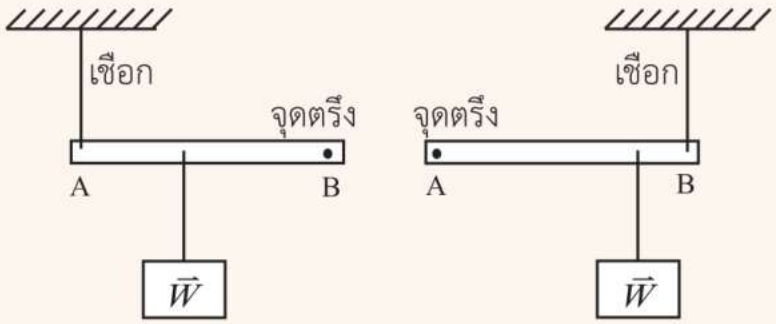
$$h = 62.5\ \text{cm}$$

จะได้ว่าระยะ h มีค่าเท่ากับ 62.5 เซนติเมตร

ตอบ ตำแหน่งที่แรง F กระทำต่อวัตถุต้องอยู่สูงจากพื้น 62.5 เซนติเมตร ทำให้วัตถุเริ่มจะล้ม

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.4

1. วัตถุจะอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ต้องมีเงื่อนไขอะไรบ้าง
2. “แรงสองแรงกระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่ง โดยแรงทั้งสองมีขนาดเท่ากัน อยู่ในแนวขนานกัน และมีทิศทางตรงข้าม วัตถุจะอยู่ในสมดุล ไม่ไถลและไม่หมุน” คำกล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด
3. ก. น้ำหนัก $\vec{W}$ ทำให้คาน AB ในแต่ละรูปมีการหมุนรอบจุดตรึงอย่างไร เมื่อตัดเส้นเชือกให้ขาด ข. ในรูปใด โมเมนต์ของแรงเนื่องจากน้ำหนัก $\vec{W}$ รอบจุดตรึงมีค่ามากกว่า

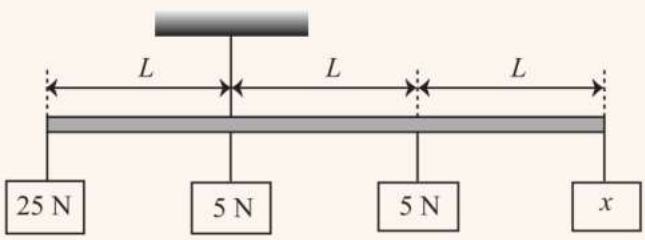


รูป ประกอบคำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.4 ข้อ 3

4. โมเมนต์ของแรงและโมเมนต์ของแรงคู่ควบต่างกันหรือไม่ อย่างไร

แบบฝึกหัด 4.4

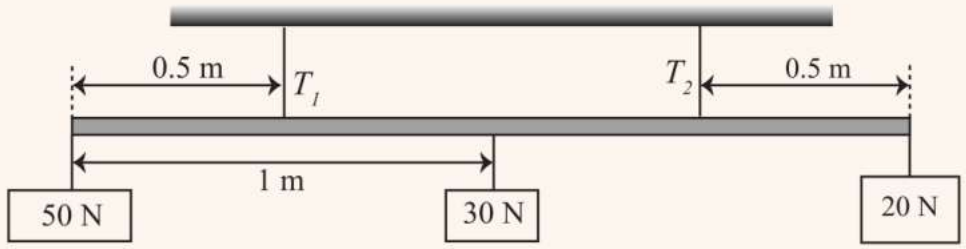
1. คานเบายาว $3L$ มีเชือกผูกห่างจากปลายด้านซ้ายเป็นระยะ L และมีวัตถุ 4 ก้อนที่มีน้ำหนักต่างกันแขวนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้ไม้คานวางตัวในแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.4 ข้อ 1

วัตถุ x มีน้ำหนักเท่าใด

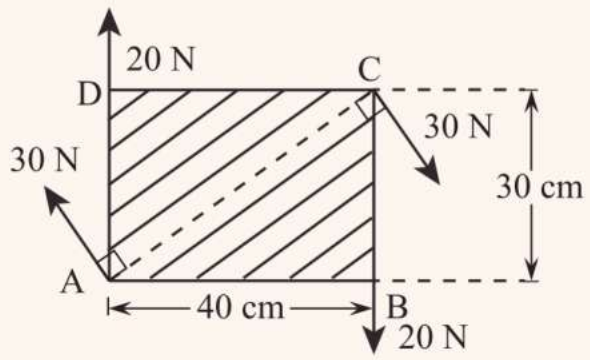
2. แท่งไม้เบายาว 2.0 เมตร มีเชือก 2 เส้นผูกไว้และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้แท่งไม้วางตัวในแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.4 ข้อ 2

แรงดึงเชือก T_1 เป็นกี่เท่าของ T_2

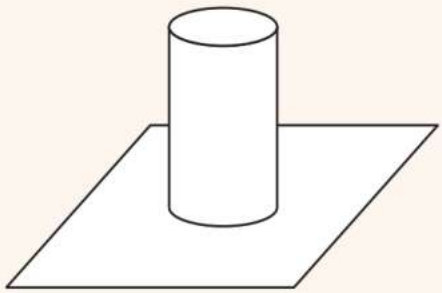
3. กรอบไม้เบารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ด้าน AB ยาว 40 เซนติเมตร ด้าน BC ยาว 30 เซนติเมตร มีแรงกระทำ 4 แรง ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.4 ข้อ 3

โมเมนต์รวมที่กระทำต่อกรอบไม้มีขนาดเท่าใดและเป็นชนิดใด

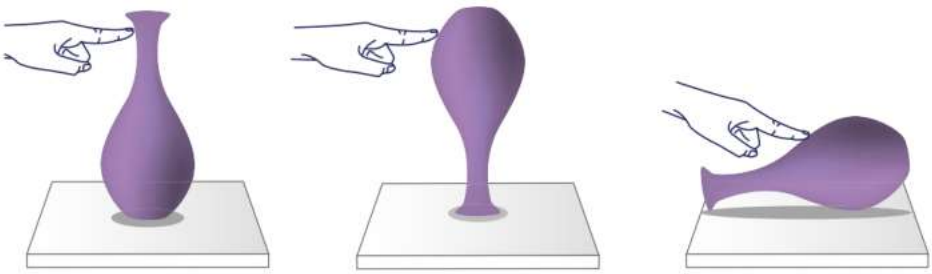
4. ถังรูปทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 เซนติเมตร สูง 40 เซนติเมตร หนัก 120 นิวตัน วางบนพื้นราบ ออกแรง 36 นิวตัน กระทำในแนวระดับ ทำให้ถังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวโดยไม่ล้ม แรงที่ใช้ต้องอยู่สูงจากพื้นไม่เกินเท่าใด



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 4.4 ข้อ 4

4.5 เสถียรภาพของวัตถุ

พิจารณาการใช้นิ้วออกแรงผลักแจกันที่วางตัวในลักษณะแตกต่างกันดังรูป 4.14



รูป 4.14 การใช้นิ้วผลักแจกันที่วางตัวในลักษณะต่างกันบนพื้นระดับ

จากรูป 4.14 ก. เมื่อออกแรงผลักแจกันให้เอียงไปจากเดิมเล็กน้อย แจกันจะคืนกลับมาอยู่ในลักษณะเดิมโดยไม่ล้มลงไป แต่ถ้าแจกันวางตัวอยู่ในลักษณะคว่ำลงดังรูป 4.14 ข. แค่เพียงใช้นิ้วออกแรงผลักแจกันให้เอียงไปจากเดิมเล็กน้อย แจกันจะล้ม และถ้าแจกันวางตัวในลักษณะดังรูป 4.14 ค. ไม่ว่าจะออกแรงผลักแจกันอย่างไร แจกันจะไม่เคลื่อนที่กลับที่เดิม แต่จะอยู่นิ่ง ณ ตำแหน่งใหม่

วัตถุต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เมื่อมีการวางตัวในลักษณะแตกต่างกันจะมีแนวโน้มที่จะล้มได้ง่ายหรือยากแตกต่างกัน เช่นเดียวกับกรณีของแจกัน นั่นคือ วัตถุจะมี**เสถียรภาพ** (stability) มากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการวางตัวของวัตถุ ปัจจัยใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับเสถียรภาพของวัตถุ ศึกษาได้จากกิจกรรม 4.3

กิจกรรม 4.3 ผลของศูนย์ถ่วงที่มีต่อเสถียรภาพของวัตถุ

จุดประสงค์

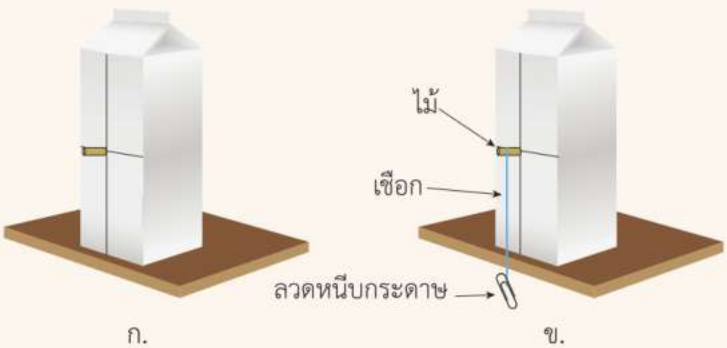
1. สังเกตสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อได้รับแรง
2. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับผลของศูนย์ถ่วงที่มีต่อเสถียรภาพของวัตถุ

วัสดุและอุปกรณ์

1. กล่องเปล่าที่มีขนาดของฐานกล่องใกล้เคียงกัน แต่ความสูงต่างกัน	2 กล่อง
2. ลวดหนีบกระดาษ	2 อัน
3. เชือกยาวประมาณ 1 เมตร	2 เส้น
4. แท่งไม้ขนาดเล็กที่มีความยาวมากกว่าความกว้างของกล่อง	2 แท่ง

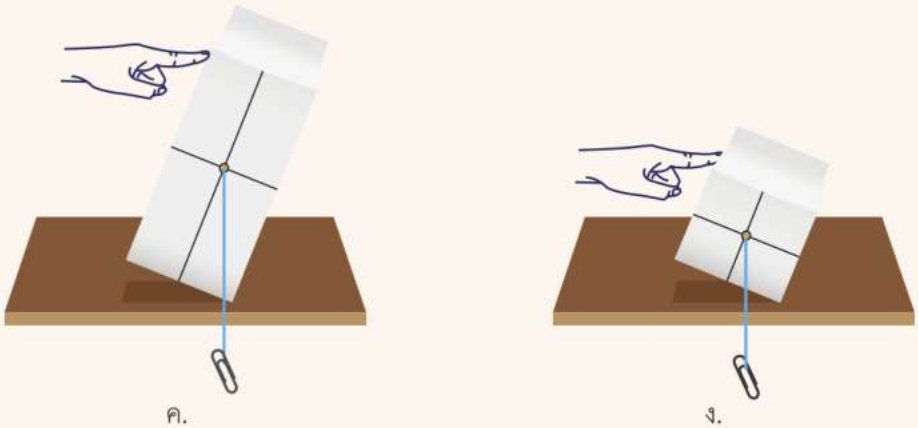
วิธีทำกิจกรรม

1. ที่ด้านข้างด้านหนึ่งของกล่องแต่ละใบ ขีดเส้นแบ่งครึ่งตามด้านยาวและด้านกว้างของกล่องให้จุดที่เส้นทั้งสองตัดกันแทนศูนย์ถ่วงของกล่อง
2. เสียบแท่งไม้เข้าไปที่ตำแหน่งแทนศูนย์ถ่วงของกล่อง จัดให้แนวของแท่งไม้ขนานกับฐานและทะลุออกไปอีกด้านของกล่อง โดยให้เหลือปลายแท่งไม้โผล่ออกมาที่ด้านข้างของกล่องประมาณ 1–2 เซนติเมตร ดังรูปการจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 4.3 ก.
3. ผูกปลายเชือกด้านหนึ่งกับปลายของแท่งไม้โดยให้เชือกห้อยยาวเกินฐานของกล่อง จากนั้นผูกปลายเชือกอีกด้านกับลวดหนีบกระดาษ



รูป จัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 4.3

4. นำกล่องใบใดใบหนึ่งไปวางบนโต๊ะที่ไม่ลื่น บริเวณใกล้ขอบโต๊ะโดยให้ลวดหนีบกระดาษห้อยออกนอกขอบโต๊ะ ดังรูปการจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 4.3 ข.
5. ใช้นิ้วหรือดินสอดันกล่องแต่ละใบที่ตำแหน่งด้านบนของกล่อง จนกล่องเอียงทำมุมกับแนวดิ่งดังรูปตัวอย่างการทำกิจกรรม ค. และ ง. สังเกตแนวของเส้นเชือกกับความกว้างส่วนฐานของกล่อง จากนั้น ปล่อยนิ้วหรือดินสอที่ดันกล่อง สังเกตสภาพการเคลื่อนที่ของกล่อง



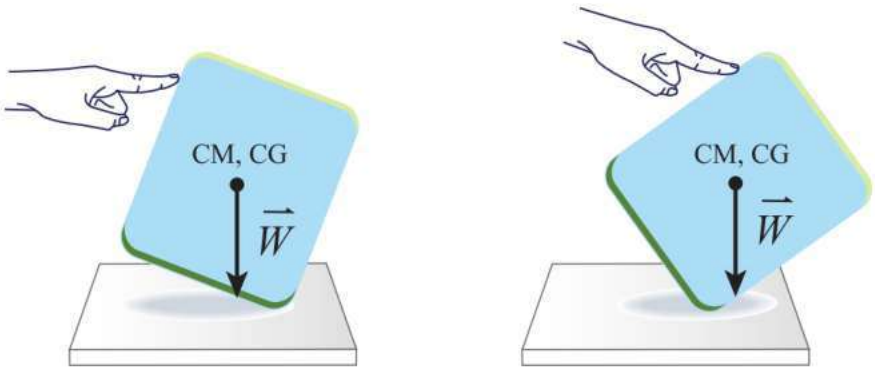
รูป ตัวอย่างการทำกิจกรรม 4.3

6. ทำซ้ำข้อ 5. แต่ให้กล่องเอียงทำมุมกับแนวดิ่งแตกต่างกัน

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ เมื่อดันให้กล่องทั้งสองเอียงทำมุมต่าง ๆ แล้วปล่อย โดยที่กล่องแต่ละใบไม่ล้ม แนวของเส้นเชือกที่ห้อยลวดหนีบกระดาษเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับส่วนฐานของกล่อง
- ☐ เมื่อดันให้กล่องทั้งสองเอียงทำมุมต่าง ๆ แล้วปล่อย โดยที่กล่องล้ม แนวของเส้นเชือกที่ห้อยลวดหนีบกระดาษเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับส่วนฐานของกล่อง
- ☐ มุมที่มากที่สุดที่กล่องแต่ละใบสามารถเอียงได้โดยไม่ล้ม แตกต่างกันหรือไม่ และเกี่ยวข้องกับศูนย์ถ่วงของกล่องแต่ละใบอย่างไร

เมื่อใช้นิ้วดันส่วนบนของกล่องกระดาษที่วางอยู่บนพื้นเรียบไม่ลื่น โดยที่กล่องมีมวลกระจายสม่ำเสมอและมีรูปร่างสมมาตร ถ้าดันกล่องให้เอียงโดยที่แนวของแรงโน้มถ่วงที่กระทำผ่านศูนย์ถ่วงของกล่องและยังอยู่ภายในฐาน ดังรูป 4.15 ก. จะพบว่ากล่องจะไม่ล้มและจะกลับคืนสู่สภาพเดิมได้ แต่ถ้ากล่องถูกดันให้เอียงจนกระทั่งแนวของแรงโน้มถ่วงที่กระทำผ่านศูนย์ถ่วงของกล่องอยู่ภายนอกฐาน ดังรูป 4.15 ข. กล่องจะล้ม



ก. ข.

รูป 4.15 การผลักกล่องและแนวของแรงโน้มถ่วงที่กระทำกับศูนย์ถ่วงของวัตถุ

จะเห็นว่า ถ้ากล่องที่มีฐานกว้างเท่ากัน กล่องที่มีศูนย์ถ่วงอยู่ต่ำกว่า จะเอียงได้มากกว่าโดยไม่ล้ม เนื่องจากแนวของแรงโน้มถ่วงที่กระทำผ่านศูนย์ถ่วงของกล่องจะยังอยู่ภายในฐานแม้กล่องจะเอียงทำมุมกับแนวดิ่งมาก ทำให้กล่องที่มีศูนย์ถ่วงต่ำ มีเสถียรภาพมากกว่ากล่องที่มีศูนย์ถ่วงสูง

ในความเป็นจริง เสถียรภาพของวัตถุนอกจากจะขึ้นอยู่กับความสูงของศูนย์ถ่วงของวัตถุแล้ว ยังพบว่าวัตถุที่มีศูนย์ถ่วงสูงเท่ากัน วัตถุที่มีความกว้างส่วนฐานมากกว่าจะมีเสถียรภาพมากกว่า เสถียรภาพของวัตถุที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น ตุ๊กตาล้มลุก หรือ รถแข่ง ดังรูป 4.16 ก. และ 4.16 ข. ตามลำดับ ต่างเป็นวัตถุที่มีเสถียรภาพสูง เพราะตุ๊กตาล้มลุกและรถแข่งได้รับการออกแบบให้มวลส่วนใหญ่ไปรวมกันที่ส่วนฐาน ทำให้ศูนย์ถ่วงอยู่ต่ำ ในส่วนของรถแข่ง ยังมีการออกแบบให้ช่วงระหว่างล้อซ้ายและขวากว้างเมื่อเทียบกับความสูงของรถ ดังนั้นทั้งตุ๊กตาล้มลุกและรถแข่ง ถึงแม้ถูกทำให้เอียงไปมาก ก็จะไม่ล้มหรือพลิกคว่ำโดยง่าย

ก. ข.

รูป 4.16 ก. ตุ๊กตาล้มลุก ข. รถแข่ง

พิจารณารถโดยสารแบบ 2 ชั้น และ รถบรรทุกสินค้า ดังรูป 4.17 ก. และ 4.17 ข. ด้วยน้ำหนักของผู้โดยสารหรือสิ่งของที่รถทั้งสองต้องบรรทุกด้านบน ทำให้ศูนย์ถ่วงของรถทั้งสองอยู่สูงกว่ารถยนต์ทั่วไป และด้วยความกว้างของช่วงระหว่างล้อซ้ายและขวาถูกจำกัดด้วยความกว้างของช่องทางเดินรถ เมื่อรถมีการเลี้ยวโค้ง อาจทำให้รถเอียง และมีโอกาสที่จะพลิกคว่ำได้ง่ายกว่ารถยนต์ทั่วไป ดังนั้นผู้ขับขี่รถทั้งสองประเภท ต้องใช้ความระมัดระวังอย่างสูง เพื่อไม่ให้เกิดการพลิกคว่ำที่อาจส่งผลให้เกิดอันตรายกับผู้โดยสารและผู้ขับขี่ การบรรทุกสิ่งของในรถบรรทุกจึงไม่ควรบรรทุกสิ่งของให้มีความสูงมากจนเกินไป

ก.

ข.

รูป 4.17 ก. รถบัสโดยสารแบบมี 2 ชั้น ข. รถบรรทุกผลผลิตทางการเกษตร

นอกจากความเข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขที่ทำให้วัตถุอยู่ในสมดุลจะนำไปอธิบายสมดุลและเสถียรภาพของวัตถุต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันแล้ว ยังนำไปใช้อธิบายการทำงานของอุปกรณ์หรือเครื่องมือบางชนิดได้อีกด้วย เช่น คาน คีมตัดลวด ไขควง เป็นต้น ซึ่งจะได้ศึกษาในบทต่อไป

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 4.5

1. เสถียรภาพของวัตถุขึ้นกับอะไรบ้าง
2. เพราะเหตุใด ช่องเก็บสัมภาระของรถบัสจึงอยู่ข้างล่างของตัวรถ
3. ขวดน้ำดื่มแบบเดียวกันสามขวด ขวดหนึ่งไม่มีน้ำ ขวดที่สองมีน้ำอยู่ครึ่งขวด และขวดที่สามมีน้ำอยู่เต็ม ขวดใดมีเสถียรภาพมากกว่ากัน อธิบาย

สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน

4.1 สมดุลกล

- สมดุลกล หรือ เรียกสั้น ๆ ว่า สมดุล เป็นสภาพที่วัตถุรักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิม คือ หยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว หรือหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว
- วัตถุที่อยู่ในสมดุลสถิต คือวัตถุที่อยู่นิ่ง
- วัตถุที่อยู่ในสมดุลจลน์ คือวัตถุที่มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว หรือมีการหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว
- วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่ คือวัตถุที่หยุดนิ่ง หรือ มีการเลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว
- วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน คือวัตถุที่ไม่มีการหมุน หรือ หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว

4.2 ศูนย์กลางมวลและศูนย์ถ่วง

- ศูนย์กลางมวล คือ จุดที่เปรียบเสมือนเป็นจุดรวมของมวลวัตถุทั้งก้อน ซึ่งไม่เปลี่ยนตำแหน่งและไม่ขึ้นกับสถานที่ที่วัตถุนั้นอยู่
- ศูนย์ถ่วง คือ จุดที่แรงลัพธ์ของแรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำต่อวัตถุ
- สำหรับวัตถุที่อยู่ในบริเวณที่สนามโน้มถ่วงมีค่าสม่ำเสมอ ศูนย์ถ่วงของวัตถุเป็นตำแหน่งเดียวกับศูนย์กลางมวล

4.3 สมดุลต่อการเลื่อนที่

- เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ เขียนแทนได้ด้วยสมการ $\sum \vec{F} = 0$
- ในกรณีที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง สามารถพิจารณาดังนี้
  - ➢ กรณีมีแรงสองแรงกระทำ แรงทั้งสองจะต้องมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงข้ามกัน และแนวของแรงผ่านศูนย์กลางมวล
  - ➢ กรณีมีแรงสามแรงกระทำ สามารถแบ่งได้เป็นกรณีย่อยอีกสองกรณีคือ
    - o กรณีที่แรงอยู่ในแนวเดียวกัน ผลรวมของแรงที่มีทิศตรงข้ามกันต้องมีขนาดเท่ากัน
    - o กรณีที่แรงไม่อยู่ในแนวเดียวกันแต่อยู่ในระนาบเดียวกัน แนวแรงทั้งสามต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่งและถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งสามมารวมกันด้วยวิธีหางต่อหัวเวกเตอร์จะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมปิด
  - ➢ กรณีที่มีแรงมากกว่าสามแรงกระทำ โดยที่แรงแต่ละแรงไม่อยู่ในแนวเดียวกัน ถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งหมดมารวมกันด้วยวิธีหางต่อหัวเวกเตอร์ จะได้เป็นรูปหลายเหลี่ยมปิด

- การเขียนแผนภาพวัตถุอิสระและการแยกแรงเป็นแรงองค์ประกอบ สามารถนำมาใช้ในการพิจารณาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่และอยู่นิ่ง โดยผลรวมของแรงในแนวแกน x และแกน y มีค่าดังสมการ

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ และ } \sum \vec{F}_y = 0$$

4.4 สมดุลต่อการหมุน

- โมเมนต์ของแรงเป็นปริมาณที่บอกถึงแนวโน้มที่ทำให้วัตถุหมุนรอบจุดหรือแกนหนึ่ง ๆ โดยหาค่าของโมเมนต์ได้จากสมการ

$$M = Fl = Fr\sin\theta$$

- โมเมนต์ของแรงอาจทำให้วัตถุหมุนตามเข็มนาฬิกา ($M_{\text{ตาม}}$) หรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา ($M_{\text{ทวน}}$)
- เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ผลรวมของโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าเท่ากับผลรวมโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกาเขียนแทนด้วยสมการ

$$\sum M_{\text{ตาม}} = \sum M_{\text{ทวน}}$$

ถ้าให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีค่าบวก โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีค่าลบ สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\sum M = 0$$

- แรงคู่ควบเป็นแรงสองแรงที่ขนานกันและมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน โมเมนต์ของแรงคู่ควบเขียนแทนด้วยสมการ $M_c = Fl$
- แรงคู่ควบหนึ่งคู่กระทำต่อวัตถุ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ แต่โมเมนต์ของแรงคู่ควบไม่เป็นศูนย์ วัตถุจึงอยู่ในสมดุลต่อการเลื่อนที่แต่ไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน
- การเขียนแผนภาพของแรงที่กระทำต่อวัตถุและการแยกแรงเป็นแรงองค์ประกอบ สามารถนำมาใช้ในการพิจารณาแรงลัพธ์และผลรวมโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุเมื่อวัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุนและอยู่นิ่ง เขียนแทนด้วยสมการ

$$\sum \vec{F}_x = 0, \quad \sum \vec{F}_y = 0 \text{ และ } \sum M = 0$$

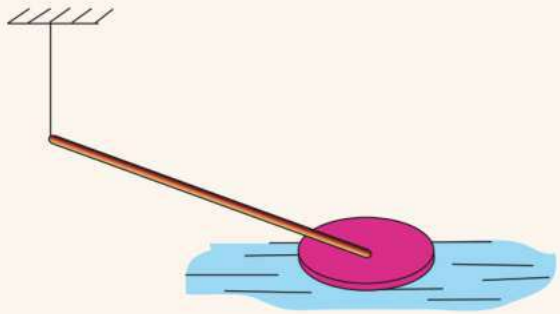
4.5 เสถียรภาพของวัตถุ

- วัตถุที่อยู่ในสมดุลอาจวางตัวได้ในลักษณะที่ต่างกัน ทำให้เกิดการสมดุลที่มีเสถียรภาพต่างกันขึ้นอยู่กับตำแหน่งศูนย์ถ่วงและความกว้างส่วนฐานของวัตถุ
- วัตถุที่มีศูนย์ถ่วงต่ำและมีฐานกว้าง จะมีเสถียรภาพมากกว่าวัตถุที่มีศูนย์ถ่วงสูงและมีฐานแคบ

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4

คำถาม

1. แท่งไม้แท่งหนึ่งมีเชือกผูกที่ปลายบน ปลายล่างแตะอยู่บนแผ่นวัตถุซึ่งลอยน้ำอยู่ (แผ่นวัตถุลอยเคลื่อนที่ไปมาในน้ำได้) จงอธิบายให้เห็นว่าแผ่นวัตถุจะสมดุลคือ หยุดนิ่งเมื่อเส้นเชือกที่ผูกอยู่ในแนวดิ่ง ไม่ว่าแท่งไม้จะเอียงทำมุมเท่าไรก็ตาม



รูป ประกอบคำถามข้อ 1

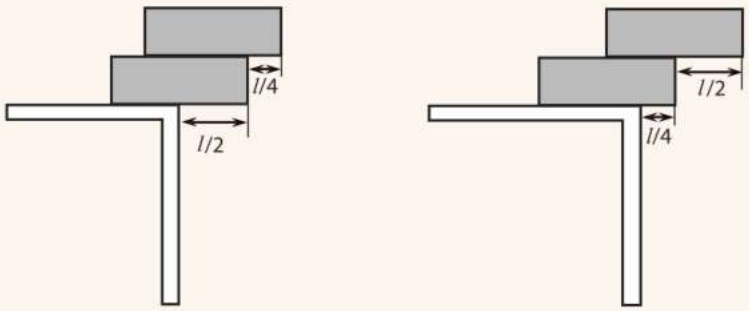
2. สุภาษิตที่ว่า “หาบดีกว่าคอน” เป็นจริงหรือไม่ในแง่ของวิชาฟิสิกส์

ก. การหาบ

ข. การคอน

รูป ประกอบคำถามข้อ 2

3. ในกรณีที่วัตถุถูกกระทำด้วยแรงคู่ควบหนึ่งคู่ วัตถุนั้นจะไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน ถ้าจะให้วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ต้องทำให้ผลรวมของโมเมนต์ของแรงมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ ต้องมีแรงคู่ควบอีกอย่างน้อยหนึ่งคู่ กระทำต่อวัตถุ แรงคู่ควบนั้นจะต้องกระทำต่อวัตถุในลักษณะใด เขียนรูปประกอบคำอธิบายด้วย
4. วางแท่งไม้สม่ำเสมอยาว *l* ซ้อนกันดังรูป แท่งไม้ในรูปใดที่อยู่ในสมดุล เพราะเหตุใด



รูป ประกอบคำถามข้อ 4

5. เมื่อนำวัตถุทรงลูกบาศก์สองก้อน ทำจากไม้และโลหะ ซึ่งยึดติดกันอยู่มาวางไว้บนพื้นฝืดดังรูป

รูป ประกอบคำถามข้อ 5

วัตถุในรูปใด ที่มีแนวโน้มที่จะล้มได้ง่ายกว่าเมื่อถูกผลักด้วยแรงเท่า ๆ กันจากระดับความสูงเดียวกัน จงอธิบาย

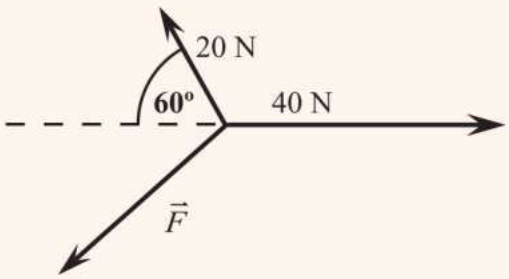
6. ระบบซึ่งประกอบด้วยช้อน ส้อม และไม้จิ้มฟัน เราสามารถนำเอาไม้จิ้มฟันไปวางที่ขอบแก้วแล้วทำให้เกิดสมดุลดังรูป

รูป ประกอบคำถามข้อ 6

จงอธิบาย เพราะเหตุใดจึงเกิดสมดุลได้

ปัญหา

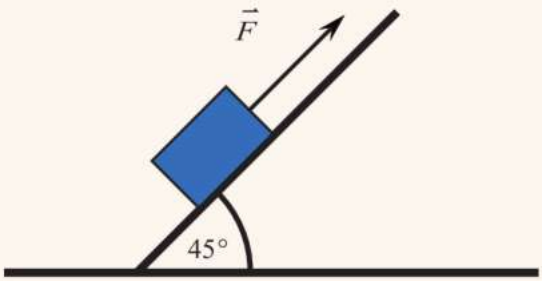
1. แรง 20 นิวตัน แรง 40 นิวตัน และ แรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุหนึ่ง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 1

ขนาดของแรง $\vec{F}$ ที่ทำให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลเป็นเท่าใด

2. น้ำหนัก $\bar{W}$ แขวนไว้ด้วยเชือกสองเส้น ซึ่งเอียงทำมุม 60 องศา และ 30 องศา กับแนวดิ่ง จงหาขนาดแรงดึงในเส้นเชือกทั้งสอง
3. วัตถุเลื่อนลงมาตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว พื้นเอียงนี้ยาว 0.60 สูง 0.30 เมตร จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเอียง
4. วัตถุมีน้ำหนัก 20 นิวตัน วางบนพื้นเอียงทำมุม 45 องศากับแนวระดับ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ0.3และแรง$\bar{F}$กระทำต่อวัตถุในแนวขนานพื้นเอียงดังรูป



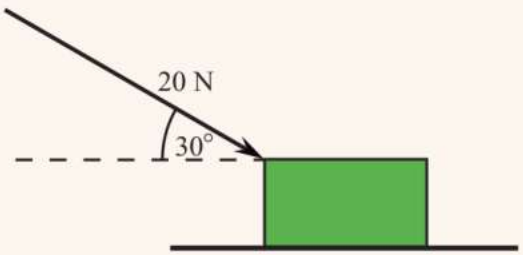
รูป ประกอบปัญหาข้อ 4

จงหา

ก. แรงดึง $\bar{F}$ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว

ข. แรงดึง $\bar{F}$ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลงพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว

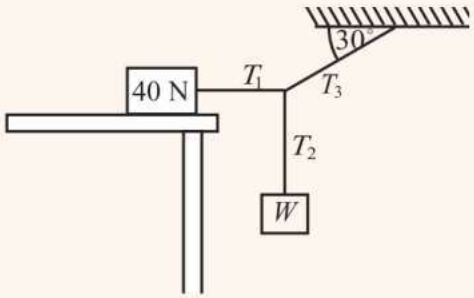
5. วัตถุมีน้ำหนัก 50 นิวตัน วางไว้บนพื้นและมีแรง 20 นิวตัน กระทำดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 5

จงหาแรงกดพื้นในแนวตั้งฉากกับผิว และถ้าวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้น

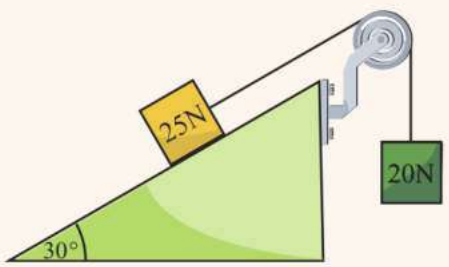
6. วัตถุหนัก 40 นิวตัน และวัตถุหนัก W ผูกไว้ด้วยเชือกและอยู่ในสมดุลในลักษณะดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 6

ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างวัตถุกับพื้นโต๊ะเท่ากับ 0.4 จงหาน้ำหนัก W ที่มากที่สุดที่จะทำให้วัตถุทั้งสองยังคงอยู่นิ่งเช่นเดิม

7. วัตถุหนัก 20 นิวตัน แขวนไว้ด้วยเชือกคล้องผ่านรอกที่ไม่คิดความฝืด (ความฝืดน้อยมาก) ปลายอีกข้างหนึ่งของเชือกผูกวัตถุหนัก 25 นิวตัน ซึ่งวางอยู่บนพื้นเอียง ดังรูป

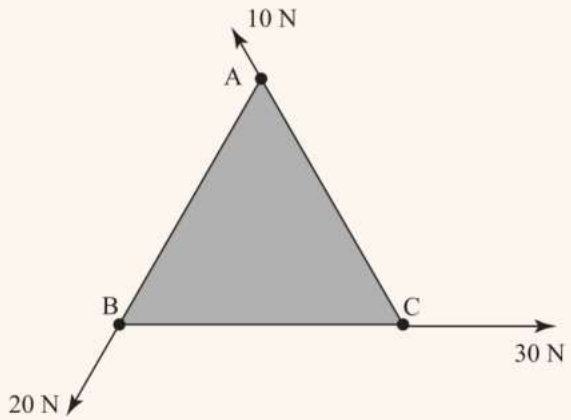


รูป ประกอบปัญหาข้อ 7

เมื่อปล่อยไว้อย่างอิสระ ปรากฏว่า วัตถุที่วางบนพื้นเอียงเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงได้พอดี จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับวัตถุ

8. มวล m วางบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม 30 องศากับแนวระดับ ถ้าวัดได้ว่ามวลนั้นไถลลงพื้นเอียงด้วยความเร่ง $\frac{1}{8}g$ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวลนั้นกับพื้นจะเป็นเท่าไร

9. แผ่นพลาสติกรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC แต่ละด้านยาว 40 เซนติเมตร มีแรงกระทำ ดังรูป

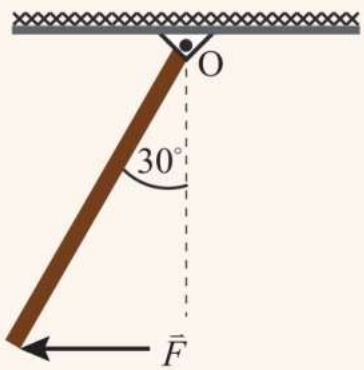


รูป ประกอบปัญหาข้อ 9

โมเมนต์ของแรงรอบจุด A มีขนาดเท่าใด และเป็นโมเมนต์ชนิดใด

10. ไม้เมตรสม่ำเสมอหนัก 8 นิวตัน นำมาวางบนพื้นโต๊ะที่อยู่ในแนวระดับ โดยให้ปลายด้านหนึ่งยื่นออกไปจากขอบโต๊ะ 80 เซนติเมตร จะต้องใช้แรงกดที่ปลายอีกด้านหนึ่งอย่างน้อยเท่าใด ไม้เมตรจึงไม่กระดก

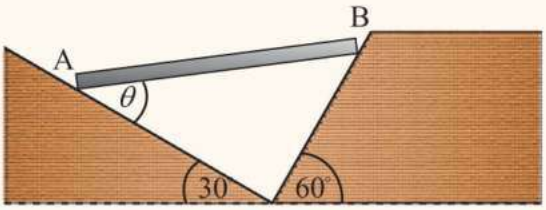
11. คานสม่ำเสมอหนัก $50\sqrt{3}$ นิวตัน แขวนไว้กับเพดานที่จุดหมุนลื่น ออกแรง $\vec{F}$ ในแนวระดับกระทำต่อปลายคาน แล้วทำให้คานเบนไปจากแนวดิ่ง 30 องศา ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 11

จงหาขนาดของแรง $\vec{F}$

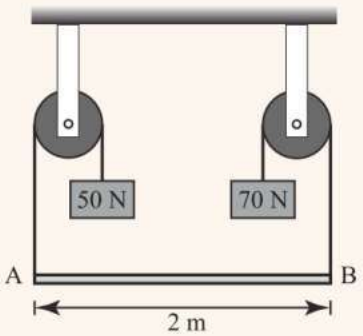
12. คานสม่ำเสมอ AB ยาว L หนัก W วางนิ่งอยู่บนพื้นเอียงผิวเกลี้ยง โดยปลาย A ทำมุม θ กับพื้นเอียงซึ่งทำมุม 30 องศากับแนวระดับ ส่วนปลาย B อยู่บนพื้นเอียงซึ่งทำมุม 60 องศากับแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 12

จงหาแรงที่พื้นเอียงกระทำต่อแต่ละปลายคานในเทอมของ W

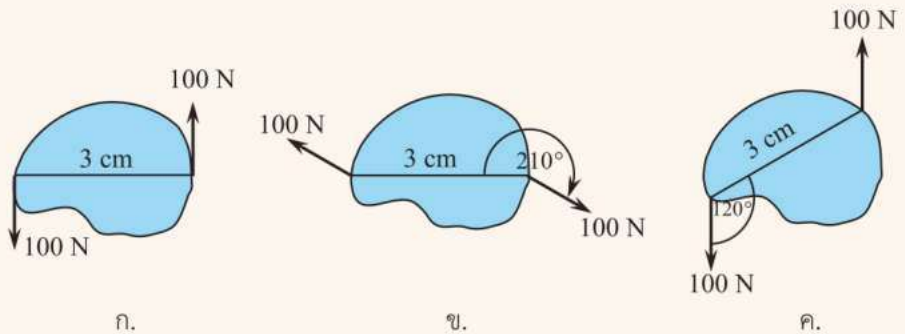
13. แผ่นไม้ไม่สม่ำเสมอ AB หนัก 120 นิวตัน ยาว 2 เมตร วางตัวในแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 13

ศูนย์ถ่วงของแผ่นไม้อยู่ห่างจากปลาย A เป็นระยะเท่าใด

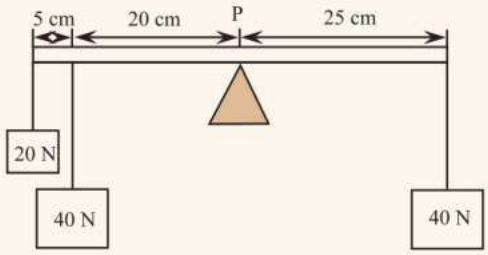
14. มีแรงคู่ควบกระทำต่อวัตถุในแนวต่าง ๆ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 14

จงหาขนาดของโมเมนต์ของแรงคู่ควบเหล่านั้นและในแต่ละกรณีวัตถุจะหมุนอย่างไร

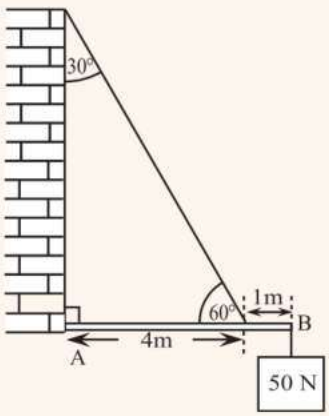
15. คานสม่ำเสมอยาว 50 เซนติเมตร มีไม้หมอนหนุนไว้ที่จุดกึ่งกลางคาน P และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ต่าง ๆ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 15

ถ้าต้องการให้คานวางตัวในแนวระดับ จะต้องแขวนมวลหนัก 50 นิวตันที่ตำแหน่งใด

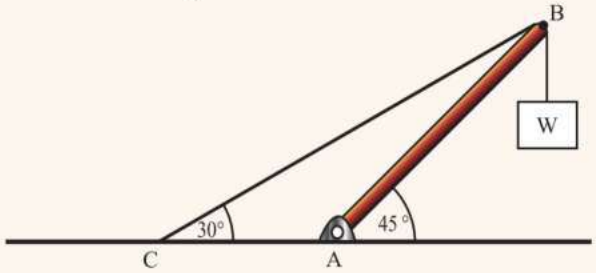
16. เส้นลวดดึงคาน AB ซึ่งมีน้ำหนัก 50 นิวตัน แขวนไว้ที่ปลายคาน ถ้าคานสม่ำเสมอมีน้ำหนัก 20 นิวตัน ยาว 5 เมตร มีปลาย A ตรึงติดกับกำแพง คานสมดุลอยู่ได้ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 16

จงหาแรงดึงของเส้นลวด

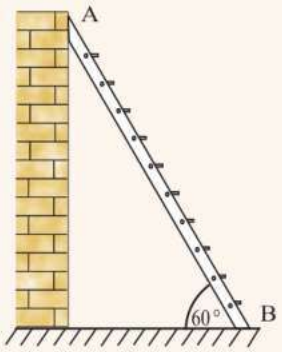
17. AB เป็นคานสม่ำเสมอตรึงไว้ที่ A ลวด BC ดึงคานที่ห้อยวัตถุไว้ ถ้าคานหนัก 200 นิวตัน และวัตถุหนัก 1000 นิวตัน แขวนดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 17

จงหาแรงดึงในเส้นลวด BC

18. บันไดยาว 2.5 เมตร มีน้ำหนัก 40 นิวตัน วางพิงกำแพงเกลี้ยง (ไม่คิดแรงเสียดทาน) ดังรูป



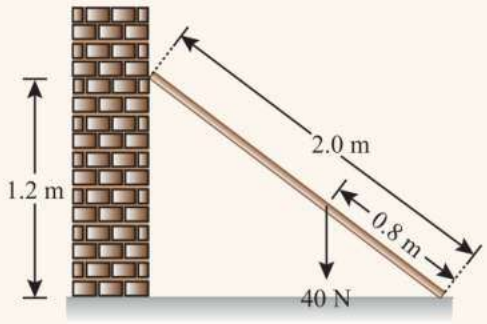
รูป ประกอบปัญหาข้อ 18

ศูนย์ถ่วงของบันไดอยู่ห่างปลายล่าง 1.0 เมตร จงหา

ก. แรงเสียดทานระหว่างพื้นล่างกับบันได ที่ทำให้บันไดวางนิ่งอยู่ได้

ข. จงหาแรงที่บันไดกระทำต่อกำแพงที่จุด A

19. คานยาว 2.0 เมตร หนัก 40 นิวตัน ศูนย์กลางมวลอยู่ห่างจากปลายที่ด้านล่าง 0.8 เมตร ปลายอีกด้านหนึ่งวางพิงกำแพงผิวเกลี้ยง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 19

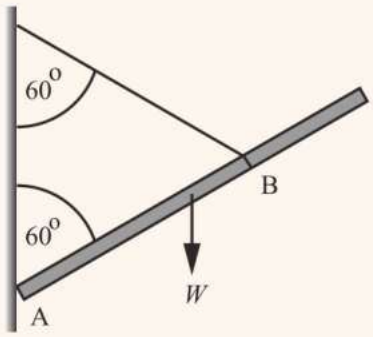
ถ้าคานที่พิงเริ่มไถล จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นกับคาน

20. คานสม่ำเสมอยาว L หนัก W ปลายข้างหนึ่งวางพิงกำแพงผิวเกลี้ยงทำมุม θ กับกำแพง ปลายอีกข้างอยู่บนพื้นระดับผิวฝืด ถ้าคานอยู่นิ่ง จงหาแรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อคาน ในเทอม W และ θ

ปัญหาท้าทาย

21. วางวัตถุมวล m บนแผ่นไม้ซึ่งทำมุม 30 องศากับแนวระดับ เมื่อค่อย ๆ ยกปลายแผ่นไม้ให้สูงขึ้นพบว่า วัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่เมื่อแผ่นไม้ทำมุม 60 องศา กับแนวระดับ แรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุ ตั้งแต่แรกจนถึงวัตถุเริ่มเคลื่อนที่มีค่าเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

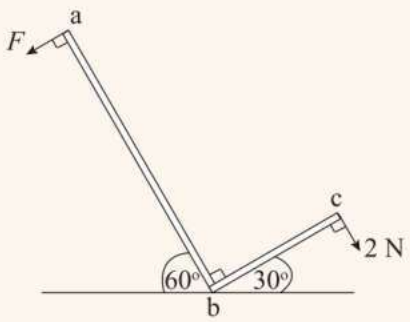
22. แท่งไม้สม่ำเสมอหนัก W ยาว L ติดบานพับที่ปลาย A มีเชือกผูกที่จุด B ระยะ AB เท่ากับ $\frac{2}{3}L$ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 22

แรงดึงในเส้นเชือกมีค่าเท่าใด (ตอบในเทอมของ W)

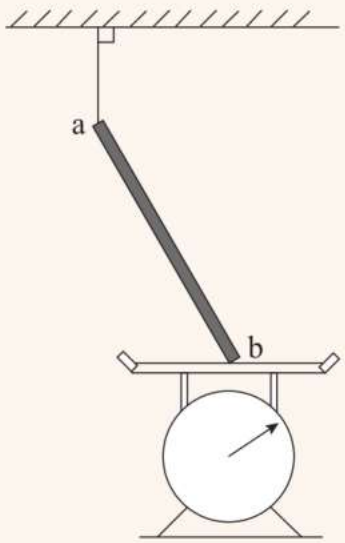
23. งอลวดสม่ำเสมอเป็นมุมฉาก ด้าน ab ยาว 80 เซนติเมตร ด้าน bc ยาว 40 เซนติเมตร มีแรงกระทำที่ปลาย a และ ปลาย c ทำให้ลวดอยู่ในสมดุลต่อการหมุนรอบจุด b ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 23

ถ้าความเสียดทานที่จุดสัมผัสมากพอที่จะไม่ไถล แรง F ที่กระทำที่ปลาย a มีค่าเท่าใด กำหนดให้ ลวดยาว 100 เซนติเมตร มีน้ำหนัก 1 นิวตัน

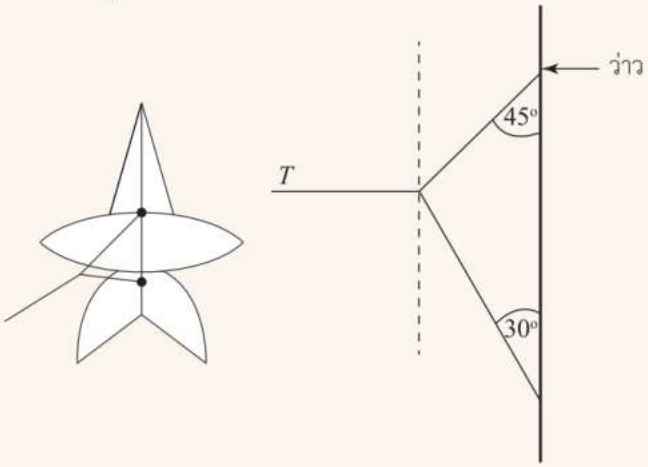
24. แท่งเหล็กสม่ำเสมอ ab ปลาย a ผูกไว้ด้วยเชือกเบา ปลาย b วางอยู่บนเครื่องชั่งและอยู่ในสมดุล ในลักษณะดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 24

ถ้าแท่งเหล็กมีน้ำหนัก 80 นิวตัน เครื่องชั่งจะอ่านน้ำหนักได้กี่นิวตัน

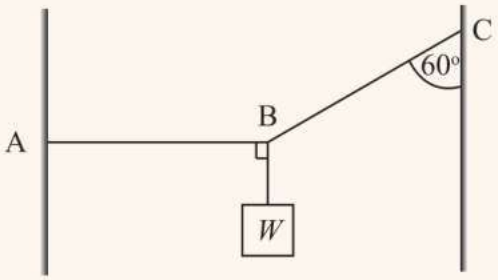
25. ว่าวจุฬาเป็นการละเล่นของไทย ในการเล่นจะต้องใช้เชือกผูกที่ตัวว่าวสองเส้นเรียกว่า “สายซุง” โดยเชือกทำมุมไม่เท่ากันดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 25

ถ้าเส้นเชือกที่ใช้ดึงสายซุงมีแรงดึงในเชือก 10 นิวตัน จงหาแรงดึงในเชือกสายซุงเส้นบนและเส้นล่าง ตามลำดับ

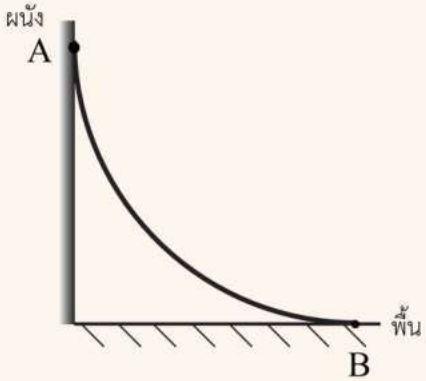
26. วัตถุหนัก W แขวนไว้ด้วยเชือก AB และ BC เชือก AB อยู่ในแนวระดับและเชือก BC ทำมุม 60 องศากับแนวดิ่งดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 26

ถ้าเส้นเชือกแต่ละเส้นทนแรงดึงได้สูงสุดเส้นละ 30 นิวตัน จงหาน้ำหนัก W ที่มากที่สุดที่ทำให้วัตถุอยู่นิ่งได้

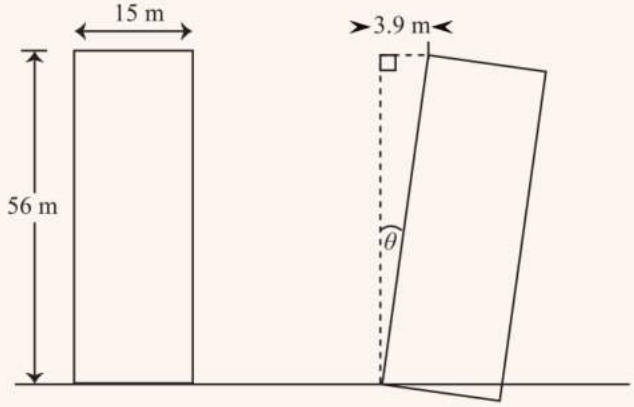
27. เส้นลวดขนาดสม่ำเสมอหนัก W ดัดให้โค้งเป็นส่วนหนึ่งของวงกลมที่มีความยาว $\frac{1}{4}$ ของความยาวเส้นรอบวง วางพิงผนังลื่นที่จุด A และสัมผัสพื้นที่จุด B ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 27

แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นที่พื้นต้องมีขนาดเท่าใด จึงทำให้ลวดไม่ไถลลง (ตอบในรูปของ W)

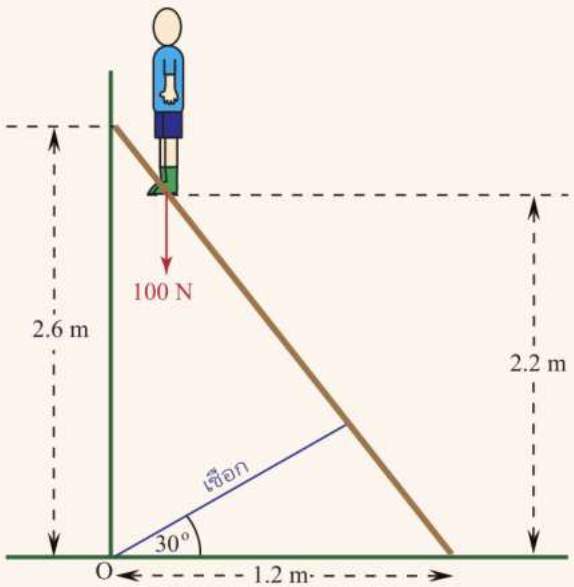
28. หอเอนเมืองปิซาในประเทศอิตาลี หากยังไม่คิดถึงการเอียงตัวของหอคอยจะมีความสูงประมาณ 56 เมตร และมีความกว้างของฐานประมาณ 15 เมตร แต่ในความเป็นจริงเมื่อหอคอยเอียงตัวและพบว่ายอดหอคอยด้านหนึ่งมีระยะห่างจากแนวดิ่งเป็นระยะประมาณ 3.9 เมตร ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 28

หอคอยนี้เอียงตัวเป็นมุมเท่าใด และจะเอียงเป็นมุมมากที่สุดเท่าใดโดยที่ไม่ล้มลงมา

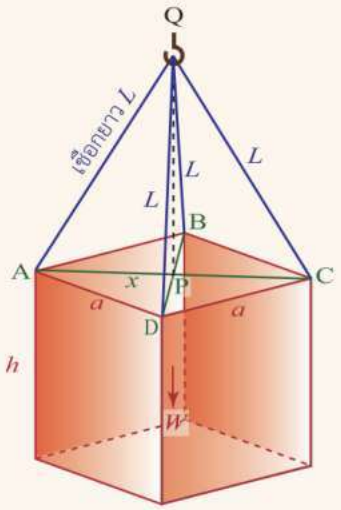
29. บันไดขนาดสม่ำเสมอหนัก 80 นิวตัน วางพิงไว้กับผนังห้อง โดยทั้งผนังห้องและพื้นห้องลื่น ถ้าเด็กคนหนึ่ง มีน้ำหนัก 100 นิวตัน ปีนขึ้นไปยืนที่ความสูง 2.2 เมตร ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 29

แรงดึงของเชือกจะเป็นเท่าใด

30. วัตถุแข็งเกร็งรูปเหลี่ยมสม่ำเสมอ หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส พื้นที่ a^2 วัตถุมีความสูง h หนัก W ดังรูป



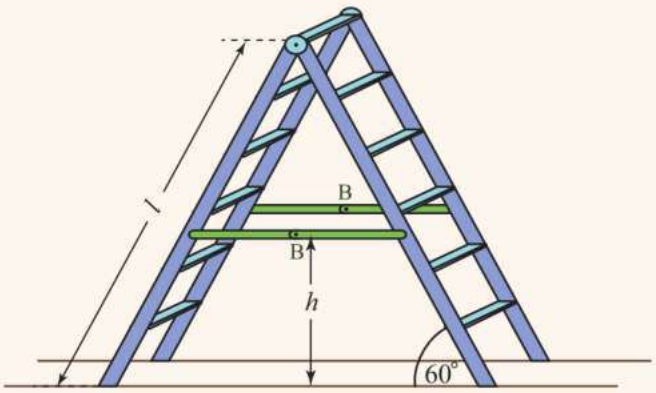
รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 30

จงหา

ก. แรงดึงเชือกแต่ละเส้น ถ้ามุมบนทั้งสี่ผูกด้วยเชือกยาว L เท่ากัน 4 เส้น โดยปลายบนรวบไปแขวนไว้ที่จุดบนเพดาน

ข. ความตึงของเชือกที่เหลือแต่ละเส้น เมื่อตัดเชือก QC และระบบยังอยู่ในสมดุลสถิต

31. บันไดโลหะมีความสมมาตรแสดงดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 31

ด้านบนเป็นบานพับ มีคานโลหะ B มวลน้อยมาก ดึงรั้งไว้ทำให้บันไดทั้งสองข้างทำมุม 60 องศากับพื้นระดับ ถ้าบันไดแต่ละข้างยาว l และคาน B สูงกว่าพื้นเป็นระยะ h พบว่าคาน B ทั้งสองออกแรงดึงบันไดแต่ละข้างเท่ากับ T จงหาน้ำหนักรวมของบันไดนี้ในเทอมของ T, l และ h ถ้าระบบไม่มีความเสียดทาน

บทที่ 5 งานและพลังงาน

ipst.me/7666

ผู้เล่นสไลเดอร์ในสวนน้ำปล่อยตัวลงจากด้านบนของสไลเดอร์ที่สูงหลายสิบเมตร ทำให้พลังงานศักย์โน้มถ่วงเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ ช่วยให้เกิดความสนุกสนานเพลิดเพลิน ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์เรียกว่า พลังงานกล การเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันมีความเกี่ยวข้องกับพลังงานกลอย่างไร จะได้ศึกษาในบทนี้

คำถามสำคัญ

- งานและพลังงานกลมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- ความเข้าใจเกี่ยวกับงานและพลังงานกลนำไปประยุกต์ใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุและการทำงานของเครื่องกลได้อย่างไร

จุดประสงค์การเรียนรู้

5.1 งานเนื่องจากแรงคงตัว

1. บอกความหมายของงานในวิชาฟิสิกส์
2. วิเคราะห์และคำนวณงานของแรงคงตัวจากสมการและพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง
3. บอกความหมายของงานที่มีค่าเป็นบวก เป็นลบ หรือเป็นศูนย์

5.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงตัว

4. วิเคราะห์และคำนวณงานของแรงไม่คงตัวจากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง

5.3 กำลัง

5. บอกความหมายของกำลังและกำลังเฉลี่ย
6. คำนวณกำลังเฉลี่ย

5.4 พลังงานกล

7. บอกความหมายและคำนวณพลังงานจลน์
8. ทดลองเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงลัพธ์กับพลังงานจลน์
9. อธิบายและประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ในการแก้ปัญหา
10. บอกความหมายและคำนวณพลังงานศักย์โน้มถ่วง
11. ทดลองเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง
12. บอกความหมายและคำนวณพลังงานศักย์ยืดหยุ่น
13. ทดลองเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก และ ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่น
14. บอกความหมายและคำนวณพลังงานกล

5.5 การอนุรักษ์พลังงานกล

15. บอกความหมายของแรงอนุรักษ์
16. จำแนกแรงอนุรักษ์กับแรงไม่อนุรักษ์
17. วิเคราะห์และอภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับกฎการอนุรักษ์พลังงานกล
18. จำแนกสถานการณ์ที่มีการอนุรักษ์พลังงานกลกับสถานการณ์ที่ไม่มีการอนุรักษ์พลังงานกล
19. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องแรงอนุรักษ์และกฎการอนุรักษ์พลังงานกลในแก้ปัญหา

5.6 เครื่องกล

20. บอกความหมายและคำนวณประสิทธิภาพของเครื่องกลอย่างง่าย
21. อธิบายการทำงานของเครื่องกลอย่างง่ายโดยใช้ความรู้เรื่องงานและสมดุลกล
22. บอกความหมายและคำนวณการได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลอย่างง่าย

ความรู้ก่อนเรียน

การเคลื่อนที่ในแนวตรง แรงและผลของแรงลัพธ์ที่มีต่อการเคลื่อนที่ แรงเสียดทาน งานที่เกิดจากแรงที่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ กำลัง พลังงานกล การถ่ายโอนพลังงาน กฎการอนุรักษ์พลังงาน หลักการทำงานของเครื่องกลอย่างง่าย สมดุลกล โมเมนต์

ในชีวิตประจำวัน เมื่อมีการกล่าวถึง งาน มักจะหมายถึง การประกอบอาชีพ หรือการกระทำภารกิจต่าง ๆ ที่ต้องใช้ความพยายาม เช่น การยกของขึ้นรถ การทำความสะอาดห้อง หรือ การจัดทำเอกสาร ซึ่งงานเหล่านี้ ต้องมีการใช้พลังงานจึงสามารถทำให้งานสำเร็จได้ เช่น การใช้พลังงานจากกล้ามเนื้อในการยกของ หรือ การใช้พลังงานไฟฟ้าทำให้มอเตอร์ไฟฟ้าทำงานได้ ดังนั้น จะเห็นได้ว่า งานและพลังงานมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเรา

ในวิชาฟิสิกส์ได้มีการกำหนดความหมายของคำว่า งาน ในลักษณะที่เฉพาะกว่าความหมายที่บุคคลทั่วไป ๆ เข้าใจกัน งานในวิชาฟิสิกส์มีความหมายว่าอย่างไร และมีความสัมพันธ์กับพลังงานอย่างไร แล้วความเข้าใจเกี่ยวกับงานและพลังงานสามารถนำไปใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ ได้แตกต่างจากการใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันที่ได้เรียนรู้มาแล้วอย่างไร จะได้ศึกษาในบทเรียนนี้

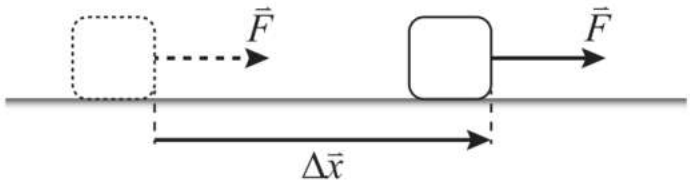
5.1 งานเนื่องจากแรงคงตัว

ในวิชาฟิสิกส์ เราพิจารณาว่ามี**งาน** (work) เกิดขึ้นเมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุมีการกระจัดในแนวแรง ดังนั้น ถ้าออกแรงผลักตู้ แต่ตู้ไม่เคลื่อนที่ ถือว่าไม่เกิดงาน หรือ ในช่วงที่นักกีฬายกน้ำหนักค้างไว้ ถือว่าไม่ได้ทำงาน แต่ในช่วงที่ยกน้ำหนักให้เคลื่อนที่ขึ้นจากพื้นถึงตำแหน่งที่ยกน้ำหนักค้างไว้ ถือว่ามีการทำงานในทางฟิสิกส์ ค่าของงานหาได้อย่างไร พิจารณาได้จากสถานการณ์ต่อไปนี้

ในรูป 5.1 มีแรง $\vec{F}$ คงตัวดึงกล่องอยู่ในแนวระดับ โดยระหว่างที่ถูกดึงอยู่นี้กล่องเคลื่อนที่ได้การกระจัด $\Delta\vec{x}$ บนพื้นระดับ มีทิศเดียวกับแรง งานของแรงนี้จะมีค่าเท่ากับขนาดของแรง $\vec{F}$ คูณกับขนาดของการกระจัด $\Delta\vec{x}$ กำหนดสัญลักษณ์ W แทนงานของแรงนี้ จะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$W = F\Delta x \tag{5.1}$$

โดย $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกันกับ $\Delta\vec{x}$



รูป 5.1 กล่องเคลื่อนที่โดยมีการกระจัด $\Delta\vec{x}$ ในแนวเดียวกันกับแรงดึงคงตัว $\vec{F}$

เนื่องจากในระบบเอสไอ แรงมีหน่วยเป็น นิวตัน (N) และการกระจัดมีหน่วยเป็น เมตร (m) หน่วยของงานในระบบเอสไอ จึงเป็น **นิวตัน เมตร** (N m หรือ N·m) หรือ **จูล** (joule เขียนย่อว่า J) ตามชื่อ เจมส์ เพรสกอต จูล นักวิทยาศาสตร์ที่ศึกษาเกี่ยวกับปริมาณนี้ โดย 1 จูล เท่ากับ 1 นิวตัน เมตร

ชวนคิด

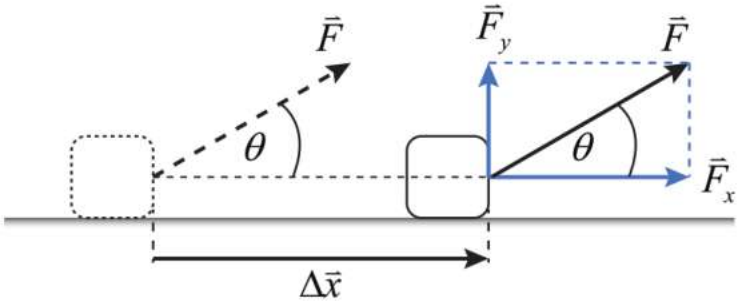
จากสถานการณ์ในรูป 5.1 มีแรงอื่น ๆ ใดอีกบ้าง ที่กระทำต่อกล่องในขณะที่กำลังเคลื่อนที่

ความรู้เพิ่มเติม

เจมส์ เพรสกอต จูล (James Prescott Joule) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ (ค.ศ. 1818 – 1889 หรือ พ.ศ. 2361 – 2432) เป็นผู้ทำการทดลองเพื่อพิสูจน์ว่าพลังงานความร้อนเปลี่ยนเป็นพลังงานกลได้ นอกจากนี้ ผลการศึกษาของจูลได้เป็นพื้นฐานของกฎการอนุรักษ์พลังงาน ชื่อของจูลจึงได้รับเกียรติให้เป็นชื่อหน่วยของพลังงาน

รูป เจมส์ เพรสกอต จูล

ในกรณีที่แรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุไม่ได้มีทิศทางเดียวกับการกระจัด เช่น ดังรูป 5.2 ซึ่งมีแรง $\vec{F}$ ดึงกล่องให้เคลื่อนที่ได้การกระจัด $\Delta\vec{x}$ โดยแรง $\vec{F}$ ทำมุม θ กับการกระจัด เราจะหางานที่แรง $\vec{F}$ ทำได้โดยแยกแรง $\vec{F}$ นี้ออกเป็นแรงองค์ประกอบสองแรงที่ตั้งฉากกัน โดยให้แรงองค์ประกอบแรงหนึ่งอยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ



รูป 5.2 กล่องที่มีแรง $\vec{F}$ คงตัวทำมุม θ กับการกระจัด $\Delta\vec{x}$

$\vec{F}_x$ เป็นแรงองค์ประกอบของ $\vec{F}$ ในแนวเดียวกับการกระจัด ซึ่งอยู่ในแนวระดับ

$\vec{F}_y$ เป็นแรงองค์ประกอบของ $\vec{F}$ ที่ตั้งฉากกับการกระจัด ซึ่งอยู่ในแนวดิ่ง จึงไม่ส่งผลต่อการเคลื่อนที่ในแนวระดับ นอกจากนี้ วัตถุก็ไม่มีการกระจัดในแนวดิ่ง งานที่เกิดจากแรง $\vec{F}_y$ จึงเท่ากับศูนย์

งานที่เกิดจากแรง $\vec{F}_x$ หาได้จาก $W = F_x \Delta x$

แต่เนื่องจาก $F_x = F\cos\theta$

ดังนั้น งานที่เกิดจากแรง $\vec{F}_x$ หาได้จาก

$$W = (F\cos\theta)\Delta x$$

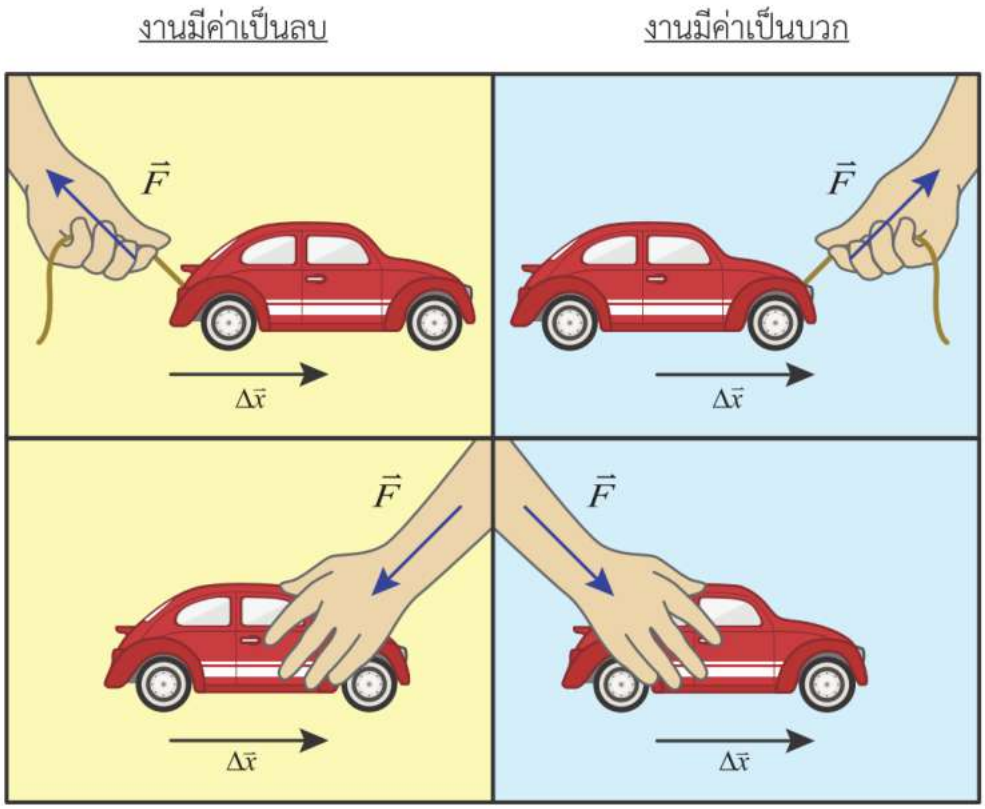
ดังนั้น งานของแรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุไม่ได้มีทิศทางเดียวกับการกระจัดนี้มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างแรงองค์ประกอบในแนวการกระจัด กับขนาดของการกระจัด เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$W = F\Delta x\cos\theta \qquad (5.2)$$

ถ้ามุม θ มีค่าเป็น ศูนย์ หรือ แรงมีทิศเดียวกับการกระจัด งานของแรงนี้ก็จะมีค่าเป็น $W = F\Delta x\cos 0^\circ$ ซึ่งอยู่ในรูปเดียวกับสมการ (5.1)

จากความหมายของงานของแรงคงตัวและสมการ (5.2) จะได้ว่า

1. งานของแรงที่มีทิศทางเดียวกับการกระจัดหรือทำ**มุมแหลม**กับการกระจัด จะมีค่าเป็น **บวก** เนื่องจาก เมื่อ $0 \le \theta < 90^\circ$ จะได้ว่า $0 < \cos\theta \le 1$
2. งานของแรงที่ทำ**มุมฉาก**กับการกระจัด จะมีค่าเป็น **ศูนย์** เนื่องจากเมื่อ $\theta = 90^\circ$ จะได้ว่า $\cos\theta = 0$
3. งานของแรงที่มีทิศสวนทางกับการกระจัดหรือทำ**มุมป้าน**กับการกระจัด จะมีค่าเป็น **ลบ** เนื่องจาก เมื่อ $90^\circ < \theta \le 180^\circ$ จะได้ว่า $-1 \le \cos\theta < 0$



รูป 5.3 แรง $\vec{F}$ ทำมุมต่าง ๆ กับการกระจัด $\Delta\vec{x}$

ชวนคิด

จากสมการ $W = F\Delta x\cos\theta$ นักเรียนคิดว่างานเป็นปริมาณสเกลาร์หรือปริมาณเวกเตอร์

ความรู้เพิ่มเติม

เมื่อเราจัดรูปสมการที่แสดงนิยามของงานของแรงคงตัว $W = (F\cos\theta)\Delta x$ เป็น

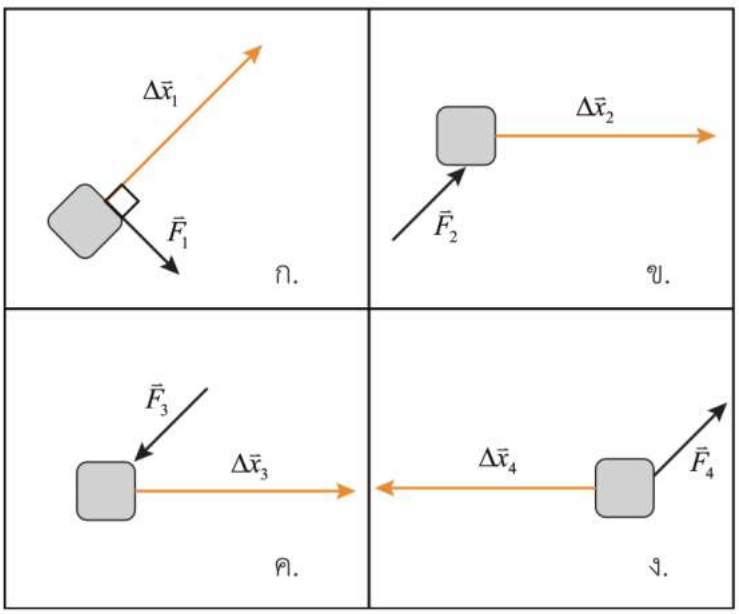
$$W = F\Delta x\cos\theta$$

โดย θ คือมุมระหว่างแรง $\vec{F}$ กับการกระจัด $\Delta\vec{x}$

ในทางคณิตศาสตร์ ค่า $F\Delta x\cos\theta$ เป็น **ผลคูณเชิงสเกลาร์** (scalar product) ของแรง $\vec{F}$ กับการกระจัด $\Delta\vec{x}$ โดย $\vec{F}\cdot\Delta\vec{x} \equiv F\Delta x\cos\theta$

ดังนั้น งานเนื่องจากแรงคงตัวเขียนได้เป็น $W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{x}$

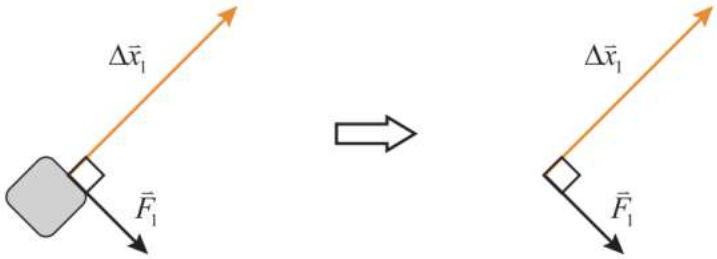
ตัวอย่าง 5.1 พิจารณา แรง 4 แรง $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\vec{F}_3$ $\vec{F}_4$ ที่กระทำต่อวัตถุ 4 ชิ้น โดยวัตถุมีการกระจัด $\Delta\vec{x}_1$ $\Delta\vec{x}_2$ $\Delta\vec{x}_3$ $\Delta\vec{x}_4$ ตามลำดับ ดังรูป งานเนื่องจากแรงแต่ละแรงมีค่าเป็น บวก เป็นลบ หรือเป็น ศูนย์



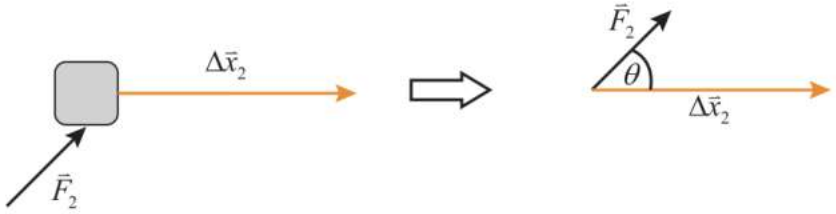
รูป ประกอบตัวอย่าง 5.1

แนวคิด การที่จะระบุว่า งานของแรงแต่ละแรงมีค่างานเป็นบวก ลบ หรือ ศูนย์ พิจารณาได้จากสมการ $W = F\Delta x\cos\theta$ โดย θ เป็นมุมระหว่างแรงนั้นกับการกระจัด $\Delta\vec{x}$

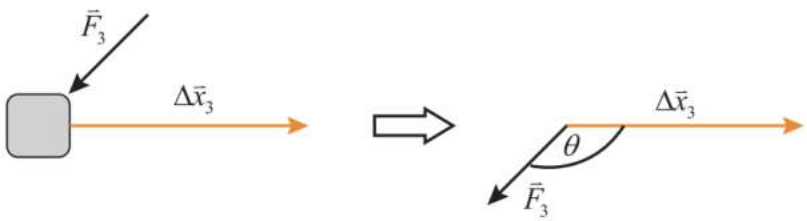
วิธีทำ กรณีรูป ก. มุมระหว่าง $\vec{F}_1$ กับ $\Delta\vec{x}_1$ เป็นมุมฉาก $(\theta = 90^\circ)$ ดังนั้น $\cos 90^\circ = 0$ งานเนื่องจากแรงนี้จึงมีค่าเป็น **ศูนย์**



กรณีรูป ข. การระบุค่าของมุมระหว่างแรงกับการกระจัด ต้องพิจารณาในกรณีที่เวกเตอร์ทั้ง 2 เวกเตอร์ เริ่มจากตำแหน่งเดียวกัน ดังรูปด้านล่าง จะเห็นว่ามุมระหว่างแรงกับการกระจัดเป็น **มุมแหลม** ดังนั้นงานเนื่องจากแรงนี้มีค่าเป็น **บวก**



กรณีรูป ค. เมื่อพิจารณาให้เวกเตอร์ทั้ง 2 เวกเตอร์เริ่มที่ตำแหน่งเดียวกัน ดังแสดงในรูปด้านล่าง จะเห็นว่ามุมระหว่างแรงกับการกระจัดเป็น**มุมป้าน** ดังนั้นงานเนื่องจากแรงนี้มีค่าเป็น **ลบ**



กรณีรูป ง. เมื่อพิจารณาให้เวกเตอร์ทั้ง 2 เวกเตอร์เริ่มที่ตำแหน่งเดียวกัน ดังแสดงในรูปด้านล่าง จะเห็นว่ามุมระหว่างแรงกับการกระจัดเป็น**มุมป้าน** ดังนั้นงานเนื่องจากแรงนี้มีค่าเป็น **ลบ**

ตอบ งานในรูป ก. ข. ค. และ ง. มีค่าเป็น ศูนย์ บวก ลบ และ ลบ ตามลำดับ

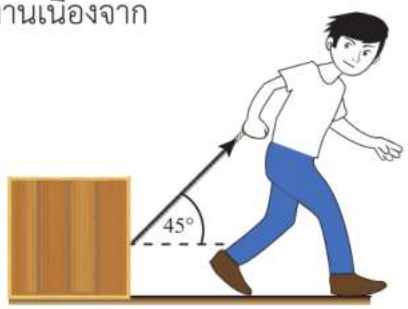
ตัวอย่าง 5.2 ชายคนหนึ่งดึงกล่องมวล 5.6 กิโลกรัม ไปทางขวาเป็นระยะทาง 12.0 เมตร บนพื้นระดับด้วยความเร็วคงตัว ถ้าทราบว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับกล่องมีค่าเป็น 0.20 และเขาดึงด้วยเชือกเบาทำมุม 45 องศา กับแนวระดับ จงหางานเนื่องจาก

ก. แรงดึง

ข. แรงเสียดทาน

ค. แรงแนวฉาก

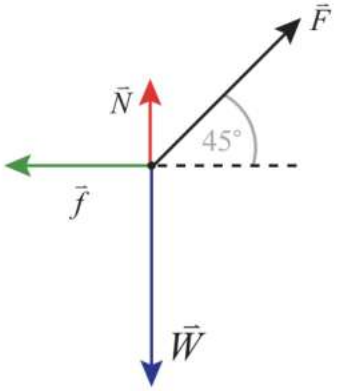
ง. แรงดึงดูดโลกหรือน้ำหนัก



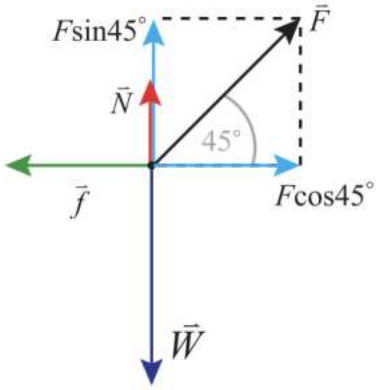
รูป ประกอบตัวอย่าง 5.2

แนวคิด งานเนื่องจากแรงดึงนี้หาได้จากขนาดของแรงและขนาดของการกระจัด ซึ่งขนาดของการกระจัดเท่ากับ 12.0 เมตร ส่วนขนาดของแรงดึงหาได้จากข้อมูลที่ว่า กล่องนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ดังนั้น ความเร่งของกล่องมีค่าเป็นศูนย์ และจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน สามารถสรุปได้ว่า แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกล่องต้องมีค่าเป็นศูนย์ด้วย

วิธีทำ เมื่อพิจารณาแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อกล่อง สามารถเขียนแผนภาพของแรงที่กระทำต่อวัตถุอิสระได้ดังรูปด้านล่าง



ซึ่งสามารถแยกองค์ประกอบของแรงได้ดังรูป



เมื่อพิจารณาส่วนประกอบของแรงลัพธ์ในแนวระดับ จะได้ว่า

$$F\cos 45^\circ - f = 0$$

โดย $f = \mu_k N$

แทนลงในสมการ จะได้ว่า

$$F\cos 45^\circ - \mu_k N = 0$$

เมื่อพิจารณาส่วนประกอบของแรงลัพธ์ในแนวดิ่ง จะได้ว่า

$$N + F\sin 45^\circ - mg = 0$$

$$N = mg - F\sin 45^\circ$$

แทนค่า N ลงในสมการของส่วนประกอบแรงลัพธ์ในแนวระดับ แล้วจัดรูป จะได้

$$F\cos 45^\circ = \mu_k (mg - F\sin 45^\circ)$$

แก้สมการนี้เพื่อหา F ได้

$$F = \frac{\mu_k mg}{(\cos 45^\circ + \mu_k \sin 45^\circ)} = \frac{0.2(5.6\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{(\cos 45^\circ + 0.2\sin 45^\circ)} = 12.94\text{ N}$$

ดังนั้น งานของแรงดึง $\vec{F}$ มีค่าเท่ากับ

$$W = (F\cos\theta)\Delta x = ((12.94\text{ N})\cos 45^\circ)(12.0\text{ m}) = 109.8\text{ J}$$

ตอบ ก. งานของแรงที่ชายคนนี้ดึงกล่องมีค่าเท่ากับ 109.8 จูล

ส่วนงานของแรงเสียดทานจลน์นั้น หาได้จาก สมการ (5.2) โดยขนาดของแรงเสียดทานจลน์มีค่าเท่ากับ

$$f = \mu_k N = \mu_k (mg - F\sin 45^\circ) = 9.15\text{ N}$$

ดังนั้นงานของแรงเสียดทานจึงเท่ากับ

$$W = f\Delta x\cos\theta = (9.15\text{ N})(12.0\text{ m})\cos 180^\circ = -109.8\text{ J}$$

ตอบ ข. งานของแรงเสียดทานมีค่าเท่ากับ −109.8 จูล

ถ้าพิจารณาหาค่างานของแรงอื่น ๆ ที่กระทำต่อกล่องนี้ด้วย จะพบว่า งานของแรงแนวฉาก กับงานของน้ำหนักหรือแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อกล่องนี้มีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากแรงทั้งสองทำมุมตั้งฉากกับการกระจัด

ตอบ ค. งานของแรงแนวฉากมีค่าเป็นศูนย์

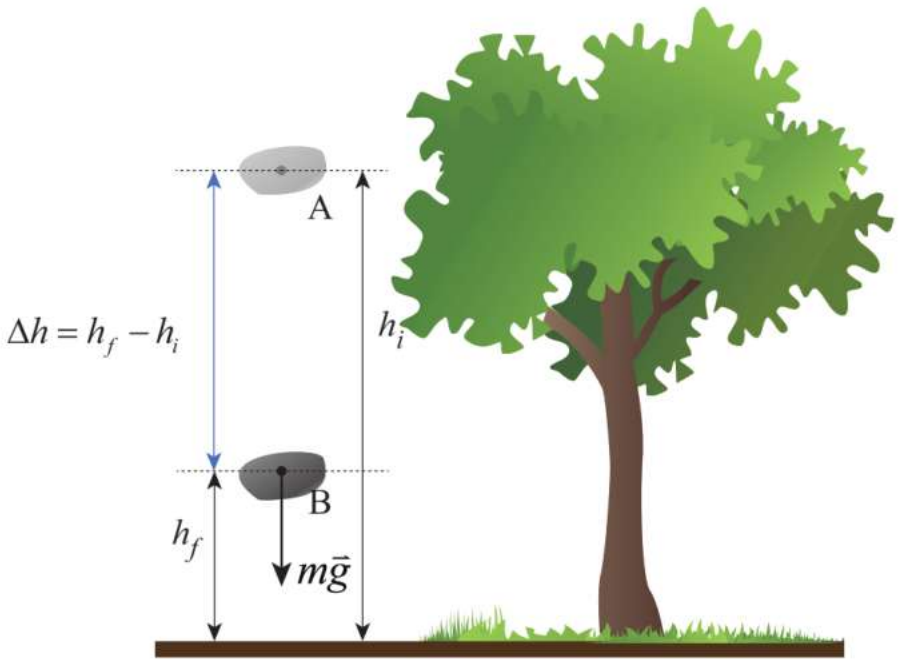
ตอบ ง. งานของน้ำหนักหรืองานของแรงดึงดูดของโลกมีค่าเป็นศูนย์

จะเห็นได้ว่า ผลรวมงานของทุกแรงที่กระทำต่อกล่องเท่ากับศูนย์ เนื่องจากกล่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกล่องมีค่าเป็นศูนย์

งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกบริเวณใกล้ผิวโลก

แรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อวัตถุเรียกว่า น้ำหนัก และบริเวณใกล้ผิวโลกถือว่าเป็นแรงคงตัว มีค่าเท่ากับ มวลของวัตถุคูณกับความเร่งโน้มถ่วงของโลกบริเวณใกล้ผิวโลก ซึ่งมีค่าเท่ากับ 9.8 เมตรต่อวินาที^{2}

พิจารณารูป 5.4 ก้อนหินมวล m ตกจากจุด A ซึ่งสูงจากพื้น h_i มายังจุด B ซึ่งสูงจากพื้น h_f



รูป 5.4 ก้อนหินตกจากจุด A มายังจุด B

เมื่อก้อนหินตกจากจุด A มายังจุด B แรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อวัตถุ หรือ น้ำหนักของวัตถุจะทำให้เกิดงาน มีค่าเท่ากับ

$$W_{\text{gravity}} = F\Delta x\cos\theta$$
$$= (-mg)(h_f - h_i)\cos 0^\circ$$

นั่นคือ

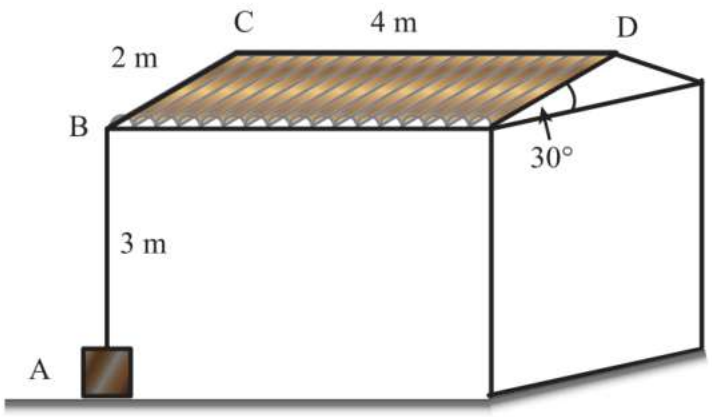
$$W_{\text{gravity}} = -mg(h_f - h_i)$$
$$= -mg\Delta h \qquad (5.3)$$

จากสมการ (5.3) จะเห็นว่า งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกบริเวณใกล้ผิวโลกมีค่าขึ้นกับผลต่างของระดับความสูงในแนวดิ่งระหว่างจุดต้นกับจุดปลาย และเนื่องจากในกรณีนี้ Δh มีค่าเป็นลบ ทำให้งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าเป็นบวก ทั้งนี้เพราะแรงและการกระจัดมีทิศทางเดียวกัน

ตัวอย่าง 5.3 ช่างซ่อมหลังคาคนหนึ่งยกกล่องมวล 5 กิโลกรัม ขึ้นบันไดในแนวตรงจากจุด A ไปถึงจุด B เป็นระยะ 3 เมตร จากนั้น เขาวางกล่องลงบนหลังคาแล้วผลักกล่องให้เคลื่อนที่ไปตามความเอียงของหลังคาที่ทำมุม 30 องศากับแนวระดับ เป็นระยะ 2 เมตร จนถึงจุด C ต่อจากนั้น เขาผลักกล่องต่อไปตามแนวระดับของหลังคาเป็นระยะ 4 เมตร จนกระทั่งถึงจุด D ดังรูป

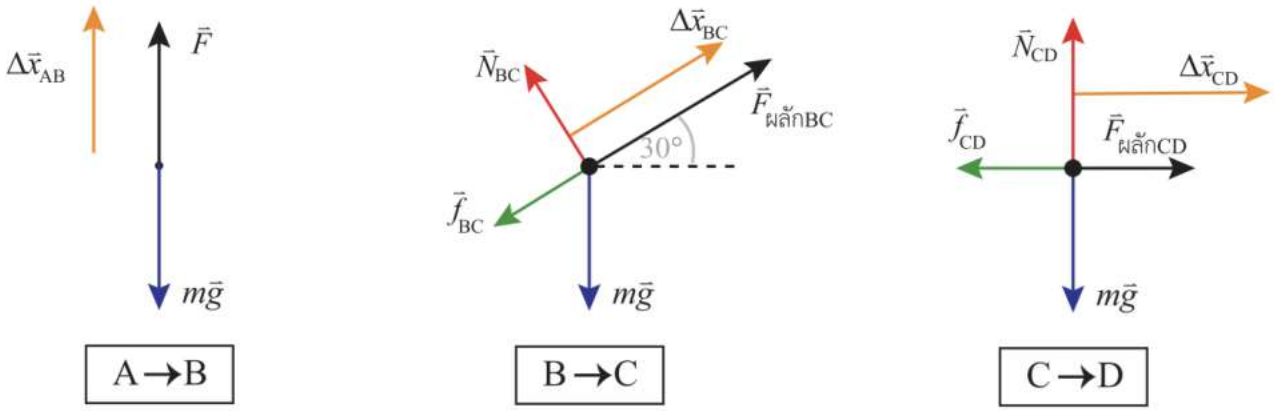
ก. จงระบุว่ามีแรงใดบ้างที่กระทำต่อกล่องในแต่ละช่วงของการเคลื่อนที่ และงานของแรงนั้นมีค่าเป็น บวก ลบ หรือศูนย์

ข. จงคำนวณงานของแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อกล่องที่เคลื่อนที่จากจุด A ถึง D



รูป ประกอบตัวอย่าง 5.3

แนวคิด รูปด้านล่างแสดงแผนภาพวัตถุอิสระและทิศทางของการกระจัดในแต่ละช่วงของการเคลื่อนที่ของกล่อง



วิธีทำ ก. ในช่วง A ถึง B มีงานเนื่องจากแรง 2 แรงที่กระทำต่อกล่อง คือ งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าเป็นลบ เพราะแรงมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด และงานเนื่องจากแรงยกมีค่าเป็นบวก เพราะแรงมีทิศเดียวกับการกระจัด

ในช่วง B ถึง C มีงานเนื่องจากแรง 4 แรงที่กระทำต่อกล่อง คือ งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าเป็นลบ งานเนื่องจากแรงผลักมีค่าเป็นบวก งานเนื่องจากแรงแนวฉากที่หลังคากระทำต่อกล่องมีค่าเป็นศูนย์ และงานเนื่องจากแรงเสียดทานจลน์ระหว่างผิวสัมผัสของกล่องกับหลังคามีค่าเป็นลบ

ในช่วง C ถึง D มีงานเนื่องจากแรง 4 แรงที่กระทำต่อกล่อง คือ งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าเป็นศูนย์ งานเนื่องจากแรงผลักมีค่าเป็นบวก งานเนื่องจากแรงแนวฉากที่หลังคากระทำต่อกล่องมีค่าเป็นศูนย์ และงานเนื่องจากแรงเสียดทานจลน์ระหว่างผิวสัมผัสของกล่องกับหลังคามีค่าเป็นลบ

ข. เราสามารถหางานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อกล่องที่เคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด D ได้จากผลรวมของงานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกในแต่ละช่วงของการเคลื่อนที่ ดังนี้

งานทั้งหมด $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD}$

$$= mg\Delta x_{AB}\cos\theta_{AB} + mg\Delta x_{BC}\cos\theta_{BC} + mg\Delta x_{CD}\cos\theta_{CD}$$

$$= mg\left(\Delta x_{AB}\cos\theta_{AB} + \Delta x_{BC}\cos\theta_{BC} + \Delta x_{CD}\cos\theta_{CD}\right)$$

แทนค่าลงในสมการ จะได้ว่า

$$W = (5\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)\left[(3\,\text{m})\cos 180^\circ + (2\,\text{m})\cos 120^\circ + (4\,\text{m})\cos 90^\circ\right]$$

$$= -196\,\text{J}$$

หรือเราสามารถหางานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกได้จากสมการ (5.3) ซึ่งเป็นการพิจารณาเฉพาะผลต่างของระดับความสูงในแนวดิ่งระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ของวัตถุเท่านั้น ดังนี้

$$W_{\text{gravity}} = -mg(h_f - h_i) = -mg(h_{\text{D}} - h_{\text{A}}) = -mg(\Delta h)$$

โดย Δh คือค่าความสูงของจุด D เทียบกับจุด A โดย

$$\Delta h = h_{\text{D}} - h_{\text{A}} = \left[3\,\text{m} + (2\,\text{m})\sin 30^\circ\right] - 0 = 4\,\text{m}$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$W = -(5\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(4\,\text{m}) = -196\,\text{J}$$

ตอบ งานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อกล่องที่เคลื่อนที่จากจุด A ถึง D เท่ากับ -196 จูล

ข้อสังเกต

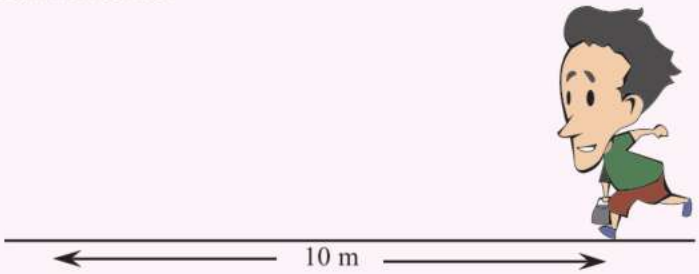
ค่าของงานที่คำนวณได้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกันทั้งสองกรณีมีค่าเท่ากัน โดยไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.1

1. งาน W ของแรงคงตัว $\vec{F}$ ที่กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ด้วยการกระจัด $\Delta\vec{x}$ หาได้อย่างไร
2. ออกแรงยกถุงให้เคลื่อนที่ขึ้นเป็นระยะทางต่างกัน งานที่ทำในแต่ละกรณีเท่ากันหรือไม่
3. เด็กคนหนึ่งปีนต้นมะพร้าวที่ลำต้นตรงในแนวดิ่ง การปีนขึ้นในแนวดิ่งกับการใช้บันไดพาดที่เอียงทำมุมกับพื้นดิน งานที่ทำแต่ละครั้งเท่ากันหรือไม่ ให้เหตุผล
4. นักท่องเที่ยวแบกเป้ไว้บนหลัง เดินในแนวระดับได้ไกล 100 เมตร งานที่ทำในการแบกเป้เป็นเท่าใด

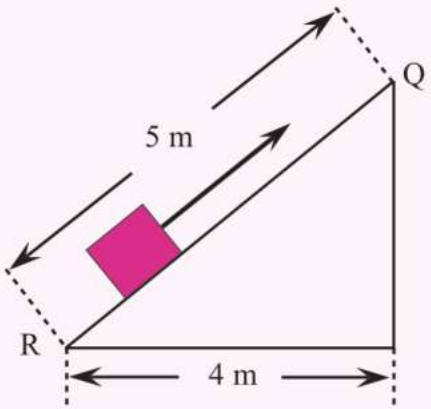
แบบฝึกหัด 5.1

1. ชาวบ้านคนหนึ่งหิ้วถังน้ำหนัก 200 นิวตัน เคลื่อนที่ไปบนพื้นระดับได้ระยะทาง 10 เมตร ดังรูป จงหางานในการหิ้วถังน้ำ



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.1 ข้อ 1

2. นักเรียนคนหนึ่งถือของมวล 10 กิโลกรัม นั่งอยู่บนรถตู้ซึ่งแล่นไปบนถนนระดับได้ระยะทาง 50 เมตร นักเรียนคนนี้ จะทำงานเท่าใด
3. นักเรียนคนหนึ่งดึงก้อนวัตถุน้ำหนัก 5 นิวตัน เคลื่อนที่บนพื้นเอียงที่มีแรงเสียดทานน้อยมาก จาก R ถึง Q ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.1 ข้อ 3

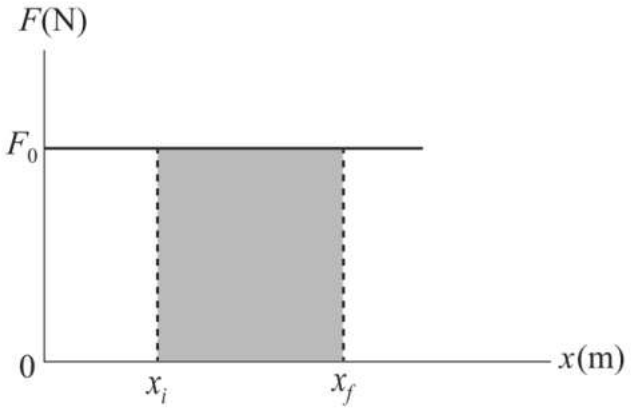
จงหางานที่ใช้ในการเคลื่อนวัตถุ จาก R ถึง Q

4. วัวตัวหนึ่งออกแรง 124 นิวตัน ลากเลื่อนไปบนพื้นระดับ โดยแนวแรงทำมุม 30 องศากับพื้น จงหางานเนื่องจากแรงนี้ เมื่อเลื่อนเคลื่อนที่ไปตามพื้นระดับเป็นระยะทาง 0.50 กิโลเมตร
5. ชายคนหนึ่งใช้เชือกลากกล่องไม้มวล 60.0 กิโลกรัม ไปบนพื้นระดับฝืดด้วยอัตราเร็วคงตัว เป็นระยะทาง 1.0 กิโลเมตร ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับกล่องไม้เท่ากับ 0.02 จงหา
   ก. งานที่ชายคนนี้ทำ
   ข. งานเนื่องจากแรงเสียดทานระหว่างพื้นกับกล่องไม้

5.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงตัว

จากการหางานของแรงที่ผ่านมา เป็นกรณีเฉพาะแรงคงตัวเท่านั้น แต่ถ้าในกรณีที่แรงไม่คงตัว จะหางานของแรงนั้นได้อย่างไร

พิจารณาในกรณีที่แรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุตลอดการเคลื่อนที่ในแนวตรง โดยทิศทางของแรงมีทิศเดียวกับการกระจัด $\Delta\vec{x}$ ของวัตถุ นอกจากจะหางานของแรงนี้ได้จากสมการ $W = F\Delta x\cos\theta$ แล้ว ยังหาได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงคงตัวนี้กับตำแหน่งต่าง ๆ ที่วัตถุเคลื่อนที่ได้อีกด้วย เช่น มีแรงคงตัว $\vec{F}_0$ กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับแรงด้วยการกระจัด $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$ กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงคงตัว F_0 กับตำแหน่ง x ที่วัตถุเคลื่อนที่แสดงได้ดังรูป 5.5



รูป 5.5 กราฟระหว่างขนาดของแรงคงตัว F_0 กับตำแหน่ง x

จากความหมายของงาน จะได้ว่างานที่เกิดจากแรงนี้ในช่วงตำแหน่ง x_i ถึง x_f มีค่า

$$W = F_0\Delta x = F_0(x_f - x_i)$$

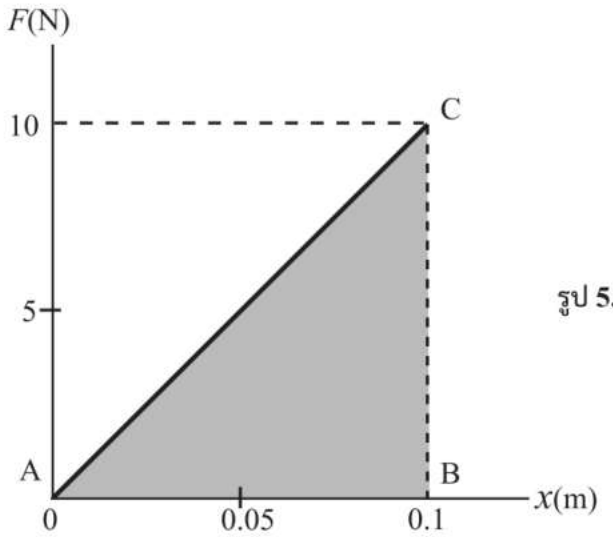
ซึ่งเท่ากับพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าใต้เส้นกราฟที่มีความยาว $(x_f - x_i)$ และความกว้าง F_0 นั่นเอง

ข้อสังเกต

พื้นที่ใต้กราฟ (an area under the graph) หมายถึงพื้นที่ในบริเวณระหว่างแกน x กับเส้นกราฟ รวมทั้ง ในกรณีที่เส้นกราฟอยู่ใต้แกน x

งานของแรงไม่คงตัวแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอ

ส่วนในกรณีแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าไม่คงตัว แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอ เช่น แรงที่ใช้ดึงสปริงให้ยืดออก ($\vec{F}$) สมมติแรงนี้มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ จาก 0 ถึง 10 นิวตัน และวัตถุเคลื่อนที่จนมีการกระจัด 0.1 เมตร สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงสปริงกับตำแหน่ง ดังรูป 5.6



รูป 5.6 กราฟระหว่างแรงดึงสปริงกับตำแหน่ง

การหางานของแรงที่มีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอ พิจารณาได้จากงานของแรงเฉลี่ย โดยแรงเฉลี่ยหาได้จาก

$$\text{แรงเฉลี่ย} = \frac{(\text{แรงที่ตำแหน่งเริ่ม} + \text{แรงที่ตำแหน่งปลาย})}{2}$$

ดังนั้น $\text{งานของแรงนี้} = \text{แรงเฉลี่ย} \times \text{การกระจัด}$

$$= \frac{(0\,\text{N} + 10\,\text{N})}{2}(0.1\,\text{m})$$

$$= 0.5\,\text{J}$$

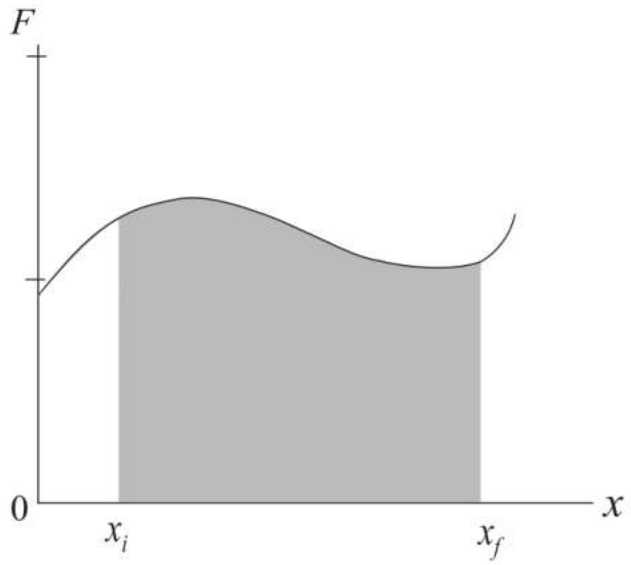
เมื่อพิจารณาพื้นที่ใต้กราฟระหว่าง $x = 0$ ถึง $x = 0.1$ จะได้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีขนาด

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABC} = \frac{1}{2}(0.1\,\text{m})(10\,\text{N}) = 0.5\,\text{J}$$

นั่นคือ งานของแรงไม่คงตัวแต่เปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง เช่นเดียวกับกรณีของแรงคงตัว

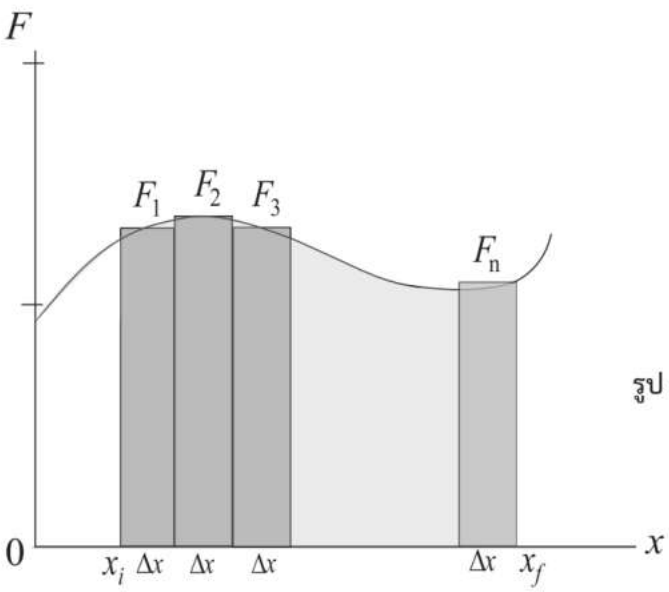
งานของแรงไม่คงตัวและมีค่าเปลี่ยนแปลงไม่สม่ำเสมอ

ในกรณีที่ขนาดของแรงมีค่าไม่คงตัว และมีค่าเปลี่ยนแปลงไม่สม่ำเสมอ เช่น แรงที่มีขนาดเปลี่ยนแปลงดังแสดงในกราฟรูป 5.7



รูป 5.7 กราฟระหว่างแรงไม่คงตัวกับตำแหน่ง

งานของแรงประเภทนี้สามารถหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟเช่นเดียวกัน โดยการแบ่งช่วงของตำแหน่งออกเป็นช่วงเล็ก ๆ ยาว Δx เท่า ๆ กัน ถ้าช่วงนี้เล็กพอ ค่าของแรงที่กระทำในช่วงนี้จะถือได้ว่ามีค่าคงตัว ทำให้ค่าของงานในช่วง Δx นี้เท่ากับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็ก ๆ ดังรูป 5.8 ดังนั้น งานของแรงนี้จากตำแหน่งเริ่มต้นจนถึงตำแหน่งสุดท้าย จะมีค่าเท่ากับผลบวกของพื้นที่แถบเล็ก ๆ เหล่านี้ การแบ่งแถบสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เล็กมากเท่าไร งานที่หาได้จากกราฟโดยวิธีนี้จะยิ่งถูกต้องมากขึ้นเท่านั้น



รูป 5.8 การแบ่งช่วงของตำแหน่งเป็นช่วงเล็ก ๆ เป็นด้านกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็ก ๆ

จากรูป 5.8 งานทั้งหมดในช่วง x_i ถึง x_f หาได้จาก

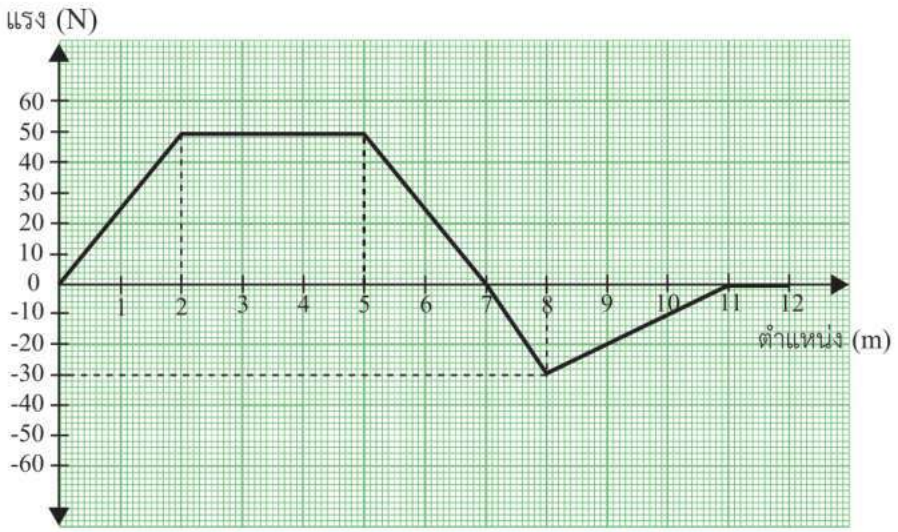
$$W = F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots + F_n\Delta x$$

นั่นคือ $$W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots + W_n$$

หรือ งานทั้งหมด = ผลบวกของงานย่อย

งานมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง โดยแรงที่กระทำเป็นแรงคงตัวหรือไม่คงตัวก็ได้

ตัวอย่าง 5.4 แรงไม่คงตัวกระทำต่อกล่องมวล 2.3 กิโลกรัม ให้เคลื่อนที่ไปตามแนวแรงเป็นเส้นตรงจากตำแหน่ง $x = 0$ เมตร ถึง $x = +12$ เมตร ดังแสดงในกราฟด้านล่าง



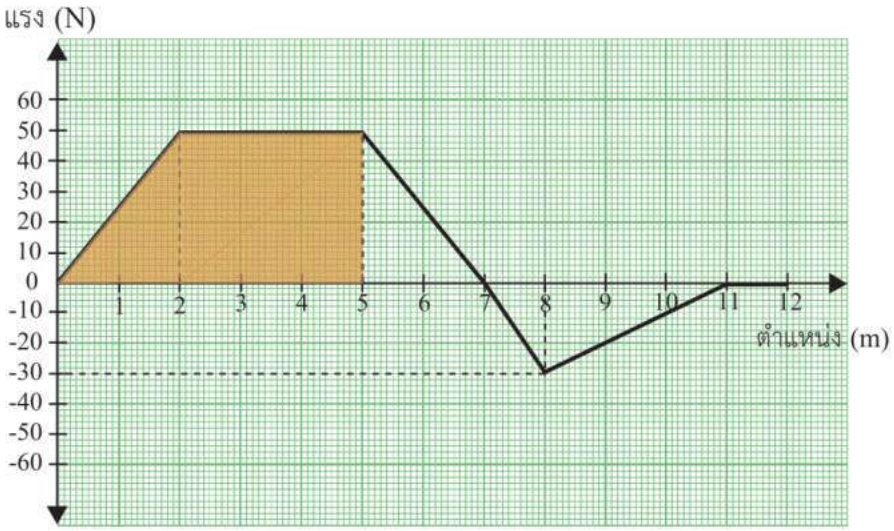
รูป ประกอบตัวอย่าง 5.4

จงหางานที่แรงนี้ทำในช่วง

1) $x = 0$ เมตร ถึง $x = +5$ เมตร
2) $x = +7$ เมตร ถึง $x = +11$ เมตร
3) $x = +5$ เมตร ถึง $x = +12$ เมตร

แนวคิด หางานของแรงไม่คงตัวนี้จากพื้นที่ใต้กราฟ

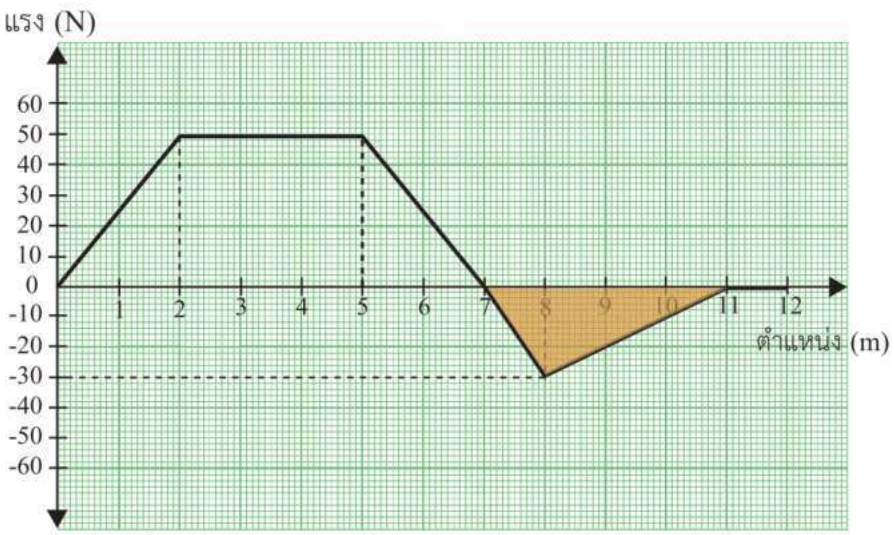
วิธีทำ ช่วงที่ 1 จากตำแหน่ง $x = 0$ เมตร ถึง $x = +5$ เมตร งานที่แรงนี้ทำมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟในส่วนที่แรเงาดังรูปด้านล่าง



ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$W_{0\to 5\text{m}} = \frac{1}{2}(2\text{ m})(50\text{ N}) + (3\text{ m})(50\text{ N}) = 200\text{ N m} = 200\text{ J}$$

ช่วงที่ 2 จาก $x = +7$ เมตร ถึง $x = +11$ เมตร งานที่แรงนี้ทำมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟในส่วนที่แรเงาดังรูปด้านล่าง

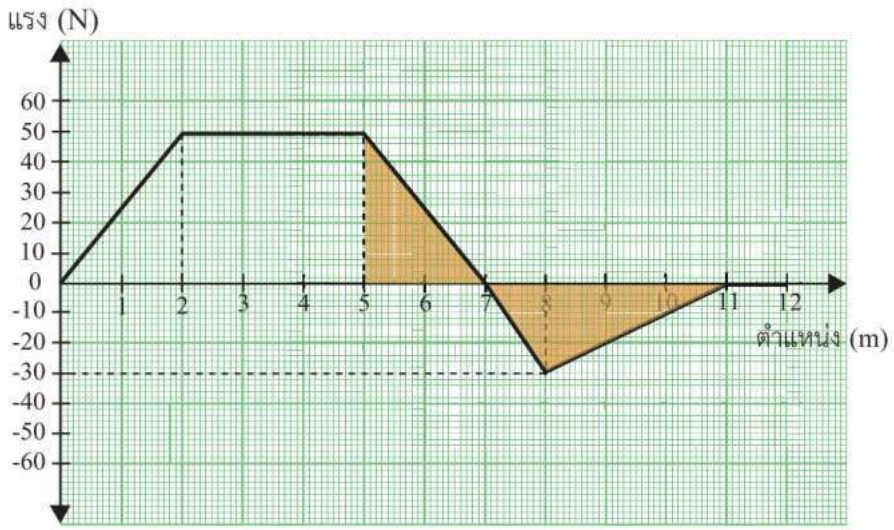


ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$W_{7\text{m}\to11\text{m}} = \frac{1}{2}(4\text{m})(-30\text{N}) = -60\,\text{N m} = -60\,\text{J}$$

สังเกตว่า งานในช่วงนี้มีค่าเป็นลบ เนื่องจากการที่พื้นที่ใต้กราฟอยู่ใต้แกน x ซึ่งหมายความว่าในช่วงนี้แรงมีทิศสวนทางกับการกระจัด

<u>ช่วงที่ 3</u> จาก x = +5 เมตร ถึง x = +12 เมตร งานที่แรงนี้ทำมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟในส่วนที่แรเงาในรูปด้านล่าง



ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$W_{5\text{m}\to12\text{m}} = \frac{1}{2}(2\text{m})(50\text{N}) + \frac{1}{2}(4\text{m})(-30\text{N}) = -10\,\text{N m} = -10\,\text{J}$$

ตอบ งานที่แรงนี้ทำในช่วง x = 0 เมตร ถึง x = +5 เมตร มีค่าเท่ากับ 200 จูล

งานที่แรงนี้ทำในช่วง x = +7 เมตร ถึง x = +11 เมตร มีค่าเท่ากับ −60 จูล

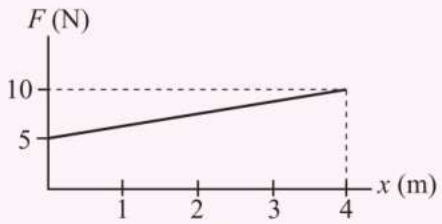
งานที่แรงนี้ทำในช่วง x = +5 เมตร ถึง x = +12 เมตร มีค่าเท่ากับ −10 จูล

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.2

1. การหางานของแรงคงตัวและแรงไม่คงตัวที่กระทำต่อวัตถุ มีวิธีการหาเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
2. ในการหางานจากกราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างสม่ำเสมอ จะหาพื้นที่ได้อย่างไร
3. ในการหางานจากกราฟระหว่างแรงกับตำแหน่ง ถ้าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไม่สม่ำเสมอ จะหาพื้นที่ได้อย่างไร
4. สำหรับเส้นกราฟระหว่างแรงไม่คงตัว F กับตำแหน่ง x F ที่มีค่าลบ (–) มีความหมายอย่างไร

แบบฝึกหัด 5.2

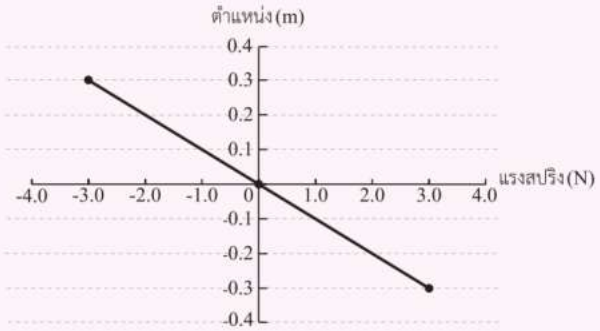
1. กราฟระหว่างขนาดของแรงกับการเคลื่อนที่ไปตามพื้นราบลื่นของวัตถุเป็นดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 1

จงหางานที่กระทำโดยแรงที่เคลื่อนที่มวลไปตามทางเป็นระยะเท่ากับ 4.0 เมตร

2. แรงที่สปริงกระทำกับมวลก้อนหนึ่งแสดงดังกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงสปริงกับตำแหน่งของมวลจากตำแหน่งสมดุล ดังรูป



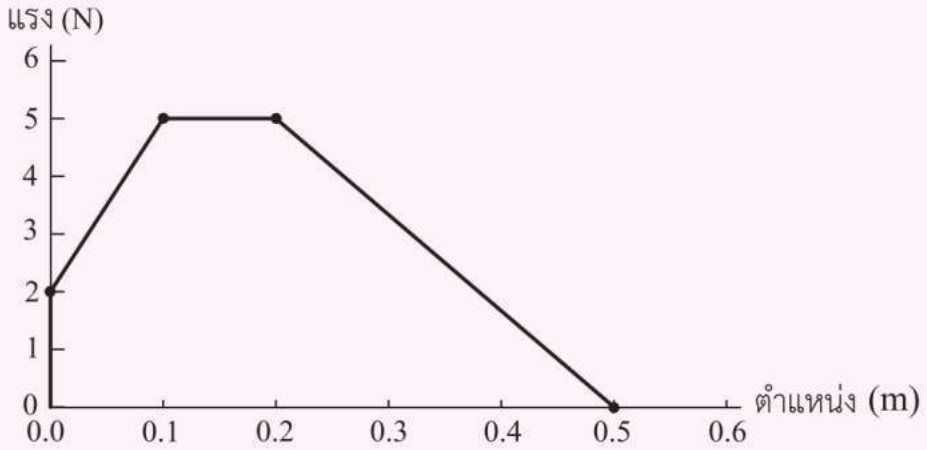
รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 2

จงหา

ก. งานของแรงสปริงจากตำแหน่ง 0 ถึง 0.3 เมตร

ข. งานของแรงสปริงจากตำแหน่ง -0.3 ถึง 0.3 เมตร

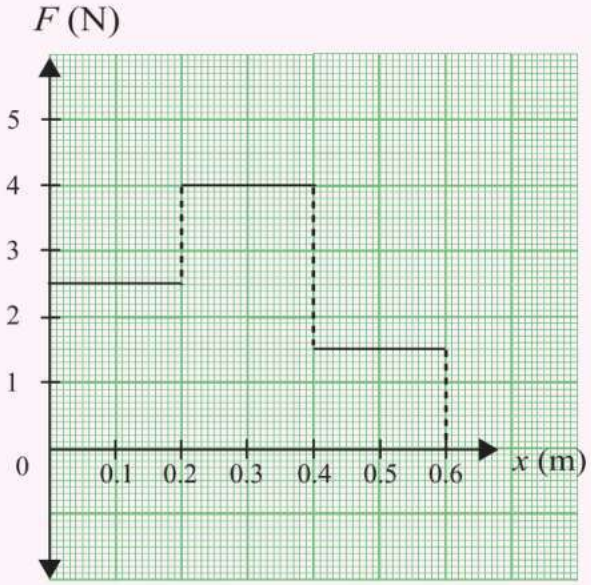
3. กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่กระทำต่อมวลก้อนหนึ่งกับตำแหน่งแสดงดังรูป โดยแรงและการกระจัดมีทิศทางเดียวกัน



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 3

งานทั้งหมดของแรงนี้เป็นเท่าใด

4. แรงไม่คงตัวกระทำต่อมวลก้อนหนึ่ง ถ้ากราฟระหว่างขนาดของแรงกับตำแหน่งในแนวการเคลื่อนที่เป็นดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 4

งานของแรงนี้มีค่าเท่าใด

5.3 กำลัง

กำลัง เป็นคำที่ใช้บอกความสามารถทำงานได้มากหรือน้อยในช่วงเวลาหนึ่ง ในวิชาฟิสิกส์ **กำลัง** (power) เป็นปริมาณหนึ่งที่หาจาก **งานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา** โดยทั่วไปกำลังที่ใช้บอกความสามารถในการทำงานจะหมายถึง **กำลังเฉลี่ย** ซึ่งหาได้จากสมการ

$$\text{กำลังเฉลี่ย} = \frac{\text{งานที่ทำได้}}{\text{ช่วงเวลาที่ใช้}}$$

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (5.4)$$

เนื่องจากงานและช่วงเวลาเป็นปริมาณสเกลาร์ กำลังจึงเป็นปริมาณสเกลาร์ด้วย โดยหน่วยของกำลังในระบบเอสไอ คือ จูลต่อวินาที (J/s) หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า วัตต์ (W) ตามชื่อเจมส์ วัตต์ นักประดิษฐ์ชาวสกอต

ความรู้เพิ่มเติม

เจมส์ วัตต์ (James Watt) นักประดิษฐ์ชาวสกอต (ค.ศ. 1736 – 1819 หรือ พ.ศ. 2279 – 2362) ผู้พัฒนาเครื่องจักรไอน้ำที่มีส่วนสำคัญในการนำประเทศอังกฤษและประเทศอื่น ๆ อีกหลายประเทศเข้าสู่การปฏิวัติอุตสาหกรรม

รูป เจมส์ วัตต์

จากค่าของกำลังเฉลี่ย เราสามารถคำนวณงานได้จากกำลังโดยใช้สมการ

$$W = P_{\text{av}} \Delta t$$

ถ้ากำลังมีหน่วยเป็นวัตต์ และเวลาเป็นวินาที งานตามสมการนี้จะมีหน่วยเป็นจูล ในบางกรณีมีการบอกงานในรูปกำลังโดยใช้เวลาที่มีหน่วยเป็นชั่วโมง จึงอาจพบการบอกหน่วยของงานเป็นหน่วยของกำลังกับเวลา เช่น วัตต์ ชั่วโมง (W h) หรือ กิโลวัตต์ ชั่วโมง (kW h) ซึ่งเป็นการใช้เฉพาะกับบางเรื่องเท่านั้น

ในกรณีของเครื่องยนต์ บางครั้งอาจมีการระบุหน่วยของกำลังเป็น **กำลังม้า** (horse power, hp) หรือ ที่เรียกกันทั่วไปว่า **แรงม้า** โดยที่ 1 hp หรือ 1 แรงม้า เท่ากับ 746 วัตต์ เช่น รถยนต์คันหนึ่งมีกำลังของเครื่องยนต์เท่ากับ 110 กำลังม้า หรือ 110 แรงม้า

ตัวอย่าง 5.5 คุณครูมีมวล 60 กิโลกรัม เดินจากชั้นล่างขึ้นไปชั้น 2 ซึ่งสูงกว่าชั้นล่าง 3 เมตร ภายในเวลา 10 วินาที กำลังเฉลี่ยต่ำสุดที่คุณครูคนนี้ใช้มีค่าเท่าใด

แนวคิด แรงน้อยสุดที่คุณครูต้องออกมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของคุณครูแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน และกำลังเฉลี่ยต่ำสุดของคุณครูมีค่าเท่ากับงานของแรงน้อยสุดหารด้วยช่วงเวลาที่ทำ

วิธีทำ งานเนื่องจากแรงที่คุณครูออกมีค่าเท่ากับ

$$W = mgh = (60\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(3\text{ m}) = 1764\text{ J}$$

ดังนั้น กำลังเฉลี่ยต่ำสุดมีค่าเท่ากับ

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1764\text{ J}}{10\text{ s}} = 176.4\text{ W}$$

ตอบ กำลังเฉลี่ยต่ำสุดที่คุณครูคนนี้ใช้เท่ากับ 176.4 วัตต์

ตัวอย่าง 5.6 ลิฟต์ตัวหนึ่งมีน้ำหนัก 5000 นิวตัน สามารถจุผู้โดยสารได้มากที่สุด 15 คน กำหนดให้โดยเฉลี่ย แต่ละคนหนัก 600 นิวตัน ถ้าลิฟต์ใช้เวลา 40 วินาที ในการเคลื่อนย้ายผู้โดยสารจำนวน 40 ชั้น ซึ่งแต่ละชั้นอยู่ห่างกัน 3.5 เมตร จงคำนวณกำลังของแรงที่ใช้ดึงลิฟต์ตัวนี้ เมื่อขนผู้โดยสารมากที่สุด

แนวคิด สมมติว่าลิฟต์ถูกดึงขึ้นด้วยแรงคงตัว และมีความเร็วคงตัว ดังนั้น แรงดึงจึงเท่ากับน้ำหนักรวมของลิฟท์กับคนที่อยู่ในลิฟต์ และการกระจัดเท่ากับ 40 ชั้นคูณความสูงของแต่ละชั้น ดังนั้น กำลังของแรงที่ใช้ดึงลิฟต์นี้ มีค่าเท่ากับ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} P_{\text{av}} &= \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} \\ &= \frac{\left[5000\text{ N} + 15(600\text{ N})\right](40 \times 3.5\text{ m})}{40\text{ s}} \\ &= 49\,000\text{ W} \\ &= 49\text{ kW} \end{aligned}$$

ตอบ กำลังของแรงที่ใช้ดึงลิฟต์ตัวนี้ เมื่อขนผู้โดยสารมากที่สุดเท่ากับ 49 กิโลวัตต์

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.3

1. กำลังเฉลี่ยเกี่ยวข้องกับปริมาณใดบ้าง
2. กำลังเฉลี่ยของเครื่องกลชนิดเดียวกันสองเครื่องที่มีกำลังไม่เท่ากันบ่งบอกอะไรแก่เรา
3. สมมติเส้นทางขึ้นไปยังน้ำตกในอุทยานแห่งหนึ่งมีสองเส้นทาง เส้นทางแรกคดเคี้ยวแต่ลาดชันน้อย เส้นทางที่สองลาดชันมาก เส้นทางใดขึ้นได้ง่ายกว่า เพราะเหตุใด

แบบฝึกหัด 5.3

1. นักวิ่งคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม วิ่งแข่งขันขึ้นอาคาร 25 ชั้น ด้วยอัตราเร็วคงตัว โดยใช้เวลา 10 นาที แต่ละชั้นสูง 3.2 เมตร จงหากำลังเฉลี่ยของนักวิ่ง
2. เครื่องยนต์ของเรือลำหนึ่งมีกำลัง 3 กิโลวัตต์ สามารถทำให้เรือแล่นได้ด้วยอัตราเร็วคงตัว 5.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาแรงจากเครื่องยนต์ที่ทำให้เรือลำนี้แล่น
3. เครื่องยนต์ของรถยนต์คันหนึ่งมีกำลัง 60 กิโลวัตต์ ถ้าแรงจากเครื่องยนต์ที่ทำให้รถเคลื่อนที่มีค่า 4000 นิวตัน รถยนต์สามารถเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

5.4 พลังงานกล

พลังงานไม่สามารถมองเห็นหรือจับต้องได้ แต่เราสามารถรับรู้จากผลของมันได้ เช่น พลังงานจากแสงอาทิตย์ทำให้เรารู้สึกร้อนเมื่อยืนอยู่กลางแจ้ง พลังงานเสียงที่มากเกินไปทำให้รู้สึกปวดหู หรือพลังงานไฟฟ้าทำให้หลอดไฟสว่าง ในวิชาฟิสิกส์ ความหมายของ **พลังงาน** (energy) คือ ปริมาณที่บอกถึง **ความสามารถในการทำงาน ส่งผลให้มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น** เช่น เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ เปลี่ยนเป็นพลังงานอื่น เปลี่ยนสถานะ เป็นต้น

พลังงานมีหลายชนิด เช่น พลังงานแสง พลังงานเสียง พลังงานไฟฟ้า พลังงานเคมี และ พลังงานนิวเคลียร์ โดยพลังงานในด้านกลศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับพลังงาน 2 ชนิด ได้แก่ **พลังงานจลน์** (kinetic energy) และ **พลังงานศักย์** (potential energy) โดย พลังงานจลน์เป็นพลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่หรือมีความเร็ว ส่วนพลังงานศักย์เป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งหรือรูปร่างของวัตถุ เช่น พลังงานของวัตถุเมื่ออยู่ที่สูง พลังงานในสปริงที่ยืดออกหรือหดสั้นกว่าปกติ ผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ เรียกว่า **พลังงานกล** (mechanical energy) ในหัวข้อต่อไปนี้ จะได้ศึกษาว่างานกับพลังงานกลมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

5.4.1 พลังงานจลน์

นักเรียนคิดว่า ลูกบอลที่กำลังเคลื่อนที่มีพลังงานหรือไม่ พิจารณาจากการขว้างลูกบอลเข้าใส่กระป๋องใบหนึ่งที่วางอยู่บนพื้น ถ้าลูกบอลมีความเร็วมากพอก็จะทำให้กระป๋องกระเด็นหรือล้มได้ แสดงว่าลูกบอลที่กำลังเคลื่อนที่มีพลังงาน เพราะทำให้ตำแหน่งกระป๋องเปลี่ยนแปลงไป พลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่นี้ เรียกว่า พลังงานจลน์

ถ้าเราทราบแรงที่ลูกบอลกระทำต่อกระป๋อง ก็จะหางานของแรงที่กระทำได้ แสดงว่าพลังงานจลน์สามารถทำงานได้ กล่าวได้ว่างานและพลังงานจลน์มีความสัมพันธ์กันซึ่งศึกษาได้จากกิจกรรม 5.1

กิจกรรม 5.1 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างงานกับพลังงานจลน์

จุดประสงค์

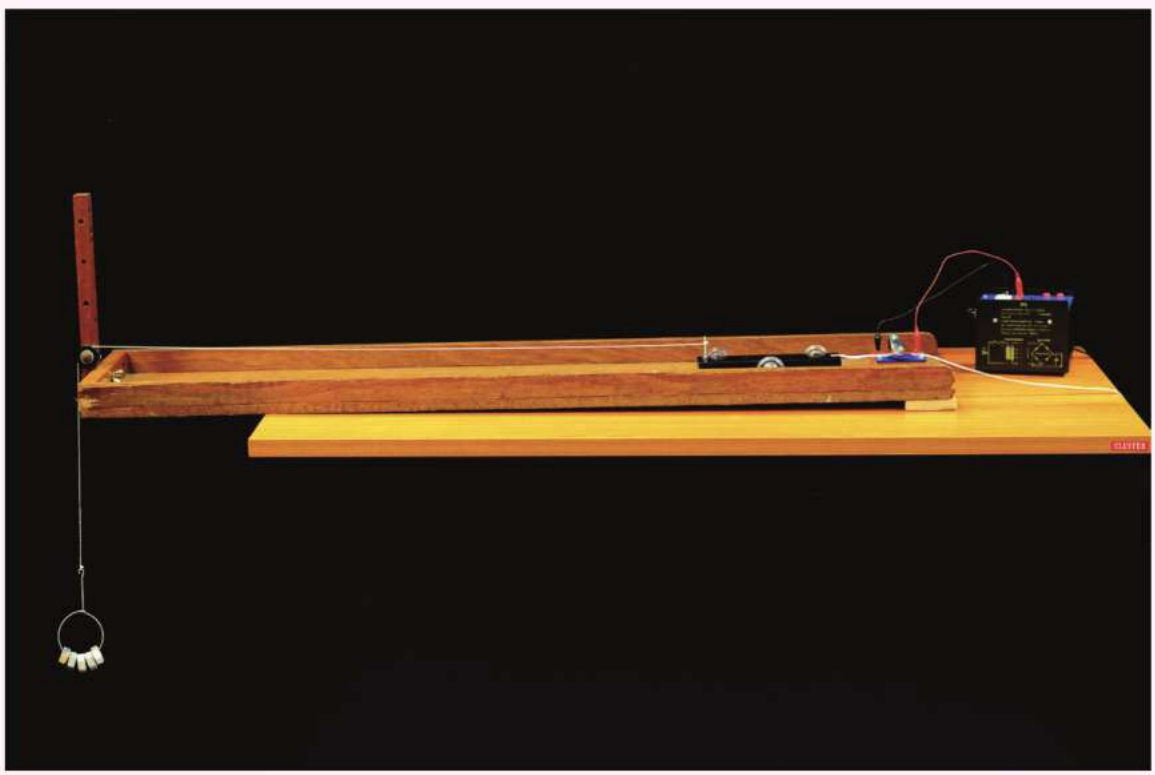
1. คำนวณงานของแรงดึงรถทดลองและอัตราเร็วของรถทดลอง
2. เขียนและวิเคราะห์กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงดึงรถทดลองกับกำลังสองของอัตราเร็วของรถทดลอง
3. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงดึงรถทดลองกับพลังงานจลน์ของรถทดลอง

วัสดุและอุปกรณ์

1.	ชุดเครื่องเคาะสัญญาณเวลาพร้อมแถบกระดาษ	1 ชุด
2.	รางไม้พร้อมแขนราง	1 ชุด
3.	หม้อแปลงโวลต์ต่ำพร้อมสายไฟ	1 ชุด
4.	รถทดลอง	1 คัน
5.	นอต	4 ตัว
6.	เชือกยาวประมาณ 80 เซนติเมตร	1 เส้น
7.	ไม้เมตร	1 อัน

วิธีทำกิจกรรม

1. ชั่งมวลของรถทดลองและนอตแต่ละตัว บันทึกผล
2. จัดเครื่องมือดังรูปโดยให้รถทดลองอยู่ห่างจากรอกประมาณ 60 เซนติเมตร และนอตอยู่สูงจากพื้นประมาณ 60 เซนติเมตร



รูป การจัดเครื่องมือสำหรับกิจกรรม 5.1

3. หนุนรางไม้ด้านที่ปล่อยรถให้สูงขึ้นเล็กน้อย เพื่อชดเชยแรงเสียดทาน จนพอดีรถทดลองแล่นด้วยความเร็วคงตัว

4. ทำกิจกรรมโดยเริ่มจากนอต 1 ตัว ติดแถบกระดาษเข้ากับรถทดลองแล้วสอดผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลา กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำงาน พร้อมปล่อยรถทดลอง จากนั้นดึงแถบกระดาษออกจากรถทดลอง เขียนระบุจำนวนนอตที่ใช้ลงบนแถบกระดาษเพื่อป้องกันความสับสน
5. นำแถบกระดาษที่ได้จากการทำกิจกรรมมาหาอัตราเร็วสุดท้ายของรถทดลองเมื่อเคลื่อนที่ได้ระยะทางประมาณ 50 เซนติเมตร โดยการวัดระยะบนแถบกระดาษจากจุดแรกที่พิจารณาไปเป็นระยะ 50 เซนติเมตร แล้วหาอัตราเร็วของรถทดลองที่ตำแหน่งนั้น บันทึกผลลงในตาราง
6. ทำซ้ำข้อ 4. และ 5. โดยเพิ่มนอตเป็น 2, 3 และ 4 ตัว ตามลำดับ พร้อมทั้งเขียนระบุจำนวนนอตที่ใช้บนแถบกระดาษของกิจกรรมแต่ละครั้ง
7. คำนวณขนาดของแรง F ที่ทำให้รถทดลองเคลื่อนที่ในการทำกิจกรรมแต่ละครั้ง โดยใช้สมการ

$$F = \frac{mm'}{m+m'}g$$

เมื่อ m เป็นมวลของรถ และ m' เป็นมวลของนอต

8. คำนวณงาน $W = F\Delta x$ ของการทำกิจกรรมแต่ละครั้ง นำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟระหว่างงาน $F\Delta x$ กับกำลังสองของอัตราเร็วสุดท้ายของรถทดลอง v^2 โดยให้ $F\Delta x$ อยู่ในแกนตั้งและ v^2 อยู่ในแกนนอน และคำนวณความชันของกราฟ

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ กราฟที่ได้มีลักษณะอย่างไร
- ☐ จากลักษณะของกราฟ สรุปความสัมพันธ์ระหว่างงานกับกำลังสองของอัตราเร็วสุดท้ายได้อย่างไร
- ☐ จากกราฟระหว่าง $F\Delta x$ กับ v^2 ความชันของกราฟคือค่าใด

จากกราฟระหว่างงานของแรงดึงรถกับกำลังสองของอัตราเร็วสุดท้าย สรุปได้ว่างานที่ทำโดยแรงดึงนี้แปรผันตรงกับกำลังสองของอัตราเร็ว นั่นคือ

$$F\Delta x \propto v^2$$

หรือเขียนได้ว่า $$F\Delta x = kv^2 \quad \text{(a)}$$

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน

เราจะศึกษาต่อไปว่า k เกี่ยวข้องกับปริมาณใดบ้าง ดังนี้

ถ้ามีแรงคงตัว $\vec{F}$ มากระทำต่อวัตถุมวล m ทำให้วัตถุซึ่งเดิมอยู่นิ่งเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง Δx แรงนี้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว $\vec{a}$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน ขนาดของความเร่ง a มีค่าเท่ากับ $\frac{F}{m}$ ในกรณีวัตถุเคลื่อนที่ในแนวตรงเป็นระยะทาง Δx ด้วยขนาดความเร่ง a_x โดยมีอัตราเร็วต้น u_x และอัตราเร็วสุดท้าย v_x จะมีความสัมพันธ์ตามสมการ $v_x^2 = u_x^2 + 2a_x\Delta x$

เนื่องจากในกรณีนี้ $u_x = 0$ และเมื่อแทนค่า $a_x = \frac{F}{m}$ แล้วจะได้

$$2\frac{F\Delta x}{m} = v_x^2$$

หรือ
$$F\Delta x = \frac{1}{2}mv_x^2 \qquad \text{(b)}$$

เมื่อเทียบกับสมการ (a) จะได้

$$\frac{1}{2}mv^2 = kv^2$$

ดังนั้น
$$k = \frac{m}{2}$$

จะเห็นได้ว่า ความชันของกราฟจะมีค่าครึ่งหนึ่งของมวลของรถทดลอง

จากความสัมพันธ์ที่ได้ในสมการ (b) จะเห็นว่างานที่กระทำต่อวัตถุ $F\Delta x$ จะทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v โดยงานที่กระทำมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}mv^2$ ซึ่งเรียกว่าพลังงานจลน์ของวัตถุ กล่าวได้ว่างานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุมีพลังงานจลน์ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}mv^2$

ถ้ากำหนดสัญลักษณ์ E_k แทนพลังงานจลน์ของวัตถุ จะได้

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (5.5)$$

หน่วยของพลังงานจลน์สามารถพิจารณาได้จาก $\frac{1}{2}mv^2$ เนื่องจาก m มีหน่วย กิโลกรัม v มีหน่วยเมตรต่อวินาที ดังนั้นหน่วยของพลังงานจลน์ คือกิโลกรัม เมตร^{2}ต่อวินาที^{2} (kg m^2/s^2) ซึ่งเท่ากับ นิวตันเมตร (N m) หรือ จูล (J) จึงสรุปได้ว่า พลังงานจลน์มีหน่วย จูล เช่นเดียวกับหน่วยของงาน

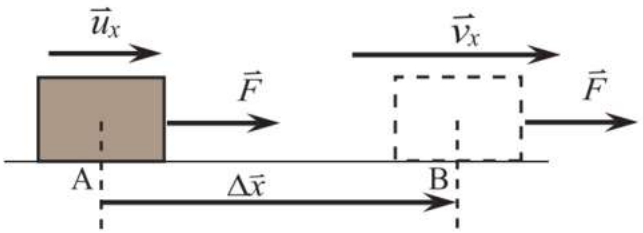
ข้อสังเกต

ถ้านักเรียนคนหนึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 3 เมตรต่อวินาที นักเรียนคนนี้จะมีพลังงานจลน์เท่ากับเท่าใด และถ้านักเรียนอีกคนซึ่งมีมวลเป็นร้อยละ 90 ของมวลของนักเรียนคนแรก นักเรียนคนที่สองจะต้องวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใดจึงจะมีพลังงานจลน์เป็น 2 เท่าของนักเรียนคนแรก (ที่วิ่งด้วยอัตราเร็ว 3 เมตรต่อวินาที)

งานกับการเปลี่ยนพลังงานจลน์ของวัตถุ

เราได้ศึกษามาแล้วว่า งานของแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์ทำให้วัตถุที่อยู่นิ่งมีการเคลื่อนที่ นั่นคือทำให้วัตถุมีพลังงานจลน์ แต่ถ้าวัตถุมีการเคลื่อนที่ หรือมีพลังงานจลน์อยู่แล้ว งานของแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์ที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปหรือไม่

ถ้าเดิมวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น $\vec{u}$ และมีแรงลัพธ์คงตัว $\vec{F}$ ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ ทำให้วัตถุมีความเร็วเปลี่ยนไปเป็น $\vec{v}$



รูป 5.9 การเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีแรงลัพธ์คงตัวกระทำ

เนื่องจากแรงลัพธ์เป็นแรงคงตัว ดังนั้นความเร่งจึงมีค่าคงตัวด้วย จากสมการ

$$v_x^2 = u_x^2 + 2a_x\Delta x$$

$$v_x^2 - u_x^2 = 2a_x\Delta x$$

แทน a_x ด้วย $\frac{F}{m}$ จะได้

$$v_x^2 - u_x^2 = 2\frac{F}{m}\Delta x$$

$$\frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mu_x^2 = F\Delta x$$

$$E_{k_f} - E_{k_i} = W$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$W = E_{k_f} - E_{k_i} = \Delta E_k \qquad (5.6)$$

เมื่อ W คืองานของแรงลัพธ์คงตัวที่ไม่เป็นศูนย์

$E_{k_i} = \frac{1}{2}mu^2$ คือพลังงานจลน์ของวัตถุขณะมีอัตราเร็วต้น u

$E_{k_f} = \frac{1}{2}mv^2$ คือพลังงานจลน์ของวัตถุขณะมีความเร็วปลาย v

ΔE_k คือพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป

จากสมการ (5.6) สรุปได้ว่า **งานเนื่องจากแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป** เรียกความสัมพันธ์ที่ได้นี้ว่า **ทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์** (work-kinetic energy theorem)

พลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไปนั้นอาจจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงก็ได้ขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์ที่กระทำ กล่าวคือ ถ้าแรงลัพธ์กระทำในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ หรืองานของแรงลัพธ์มีค่าเป็นบวก พลังงานจลน์ของวัตถุจะเพิ่มขึ้น วัตถุมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้น เช่น การปล่อยวัตถุให้ตกแบบเสรี แต่ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำมีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลังงานจลน์ของวัตถุจะลดลง วัตถุมีอัตราเร็วลดลง เช่น การโยนวัตถุขึ้นไปในอากาศ และถ้าแรงลัพธ์มีค่าเป็นศูนย์ พลังงานจลน์ของวัตถุจะคงตัว วัตถุมีอัตราเร็วคงตัว

ชวนคิด

วัตถุ A มีการเคลื่อนที่ที่มีอัตราเร็วลดลง วัตถุ B มีการเคลื่อนที่มีอัตราเร็วเพิ่มขึ้น และวัตถุ C มีการเคลื่อนที่ที่มีอัตราเร็วคงตัว จากข้อมูลที่ให้มานี้ นักเรียนสามารถสรุปเกี่ยวกับงานของแรงลัพธ์ที่ทำต่อวัตถุแต่ละชิ้นได้หรือไม่ว่า งานของแรงลัพธ์ที่ทำต่อวัตถุใด มีค่าเป็น บวก ลบ หรือ ศูนย์ บ้าง

ตัวอย่าง 5.7 รถยนต์มวล 800 กิโลกรัม ขณะแล่นด้วยอัตราเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คนขับใช้ห้ามล้อ หลังจากใช้ห้ามล้อ รถเคลื่อนที่ต่อไปอีก 10 เมตรจึงหยุดนิ่ง งานเนื่องจากแรงต้านที่ทำให้รถหยุดมีค่าเท่าใด

แนวคิด แรงต้านที่ทำให้รถหยุดมีทิศทางตรงข้ามกับทิศทางของการกระจัด และทำให้อัตราเร็วของรถลดลงจนเป็นศูนย์

วิธีทำ อัตราเร็วเริ่มต้น $u = 72\,\text{km/h} = \dfrac{72\times1000}{60\times60}\,\text{m/s} = 20\,\text{m/s}$

อัตราเร็วตอนปลาย $v = 0$

งานเนื่องจากแรงต้านที่ทำให้รถหยุด $W = \Delta E_k$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$$= \frac{1}{2}m(v^2 - u^2)$$

$$= \frac{1}{2}(800\,\text{kg})\left[(0\,\text{m/s})^2 - (20\,\text{m/s})^2\right]$$

$$= -160\,\text{kJ}$$

ตอบ งานเนื่องจากแรงต้านที่ทำให้รถหยุดเท่ากับ -160 กิโลจูล

ตัวอย่าง 5.8 ปล่อยวัตถุมวล 450 กรัม ที่ความสูง 10.5 เมตรจากพื้น จงหาว่าเมื่อวัตถุตกถึงพื้น จะมีอัตราเร็วเท่าใด โดยใช้ทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ (ไม่พิจารณาผลของแรงต้านอากาศ)

แนวคิด จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์

$$W = E_{k_f} - E_{k_i} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

เราสามารถหาอัตราเร็วปลายได้ เมื่อทราบงานของแรงลัพธ์และอัตราเร็วต้นของวัตถุ ซึ่งในกรณีนี้เมื่อไม่พิจารณาผลของแรงต้านอากาศ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุจึงมีค่าเท่ากับ น้ำหนักของวัตถุ ซึ่งมีทิศทางเดียวกับการกระจัดของวัตถุ

วิธีทำ งานเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} W &= mgh\cos 0^\circ \\ &= (450\times10^{-3}\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(10.5\ \text{m}) \\ &= +46.3\ \text{J} \end{aligned}$$

เนื่องจากวัตถุตกจากสภาพนิ่ง ดังนั้น อัตราเร็วต้นจึงเป็นศูนย์ จึงได้ว่า

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

จัดรูปใหม่ และแทนค่า จะได้ว่า

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(46\ \text{J})}{(450\times10^{-3}\ \text{kg})}} = 14.346\ \text{m/s}$$

ตอบ เมื่อวัตถุตกถึงพื้นจะมีอัตราเร็ว 14.3 เมตรต่อวินาที

5.4.2 พลังงานศักย์

พิจารณาลูกมะพร้าวที่อยู่นิ่งบนต้นมะพร้าวสูงจากพื้นและไม่มีพลังงานจลน์ดังรูป 5.10 แต่เมื่อลูกมะพร้าวหลุดจากขั้ว พลังงานจลน์ของลูกมะพร้าวจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามระยะทางที่เคลื่อนที่ลงมา พลังงานจลน์นี้มาจากไหน

รูป 5.10 ลูกมะพร้าวที่อยู่บนต้นมะพร้าวสูงมีพลังงาน แต่ไม่ใช่พลังงานจลน์ เพราะลูกมะพร้าวไม่มีการเคลื่อนที่

ทำนองเดียวกับการกดหรือดึงวัตถุที่ติดอยู่กับสปริงให้อยู่นิ่ง วัตถุไม่มีพลังงานจลน์ แต่เมื่อเราปล่อยมือ วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ แสดงว่าวัตถุมีพลังงานจลน์ พลังงานจลน์นี้มาจากไหน

วัตถุที่อยู่ในที่สูงจากระดับอ้างอิงและสปริงที่ถูกอัดหรือยืด มีพลังงานที่พร้อมจะทำงานให้วัตถุ เราเรียกพลังงานที่มีอยู่ในวัตถุอันเนื่องมาจากตำแหน่งของวัตถุเช่นนี้ว่า **พลังงานศักย์** (potential energy)

พลังงานศักย์ของวัตถุที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งของวัตถุที่อยู่ในสนามโน้มถ่วง เรียกว่า **พลังงานศักย์โน้มถ่วง** (gravitational potential energy)

พลังงานศักย์ของวัตถุที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งภายใต้แรงยืดหยุ่น เช่น สปริง เอ็นของไม้เทนนิส หรือสายธนู ดังรูป 5.11 เรียกว่า **พลังงานศักย์ยืดหยุ่น** (elastic potential energy)

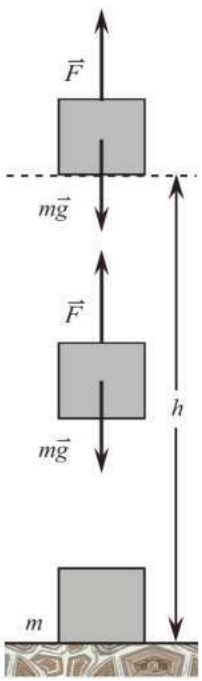
รูป 5.11 พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่สะสมอยู่ในสายธนู

นอกจากนี้ ยังมีพลังงานชนิดอื่น ๆ ที่จัดเป็นพลังงานศักย์ เช่น พลังงานเคมีซึ่งเป็นพลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ในพันธะของอะตอมและโมเลกุลของสสาร พลังงานนิวเคลียร์ซึ่งเป็นพลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ในนิวเคลียส สำหรับในบทนี้เราจะศึกษาเฉพาะพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่านั้น ส่วนพลังงานศักย์ชนิดอื่นจะได้มีการศึกษาในเนื้อหาวิชาอื่นหรือบทอื่น ๆ ต่อไป

ก. พลังงานศักย์โน้มถ่วง

ถ้าให้พื้นดินเป็นระดับอ้างอิงในการยกวัตถุมวล m ให้สูงขึ้นในแนวดิ่งจากพื้นดินเป็นระยะ h ด้วยความเร็วคงตัว จะต้องออกแรง $\vec{F}$ ซึ่งมีขนาดเท่ากับขนาดน้ำหนักของวัตถุ $m\vec{g}$ ดังรูป 5.12 งานที่ทำในการยกวัตถุนี้เท่ากับ Fh เนื่องจาก F เท่ากับ mg ดังนั้น $Fh = mgh$

งานของแรง $\vec{F}$ ที่ยกวัตถุ มีค่าเป็นบวก เพราะ $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ และเรียกปริมาณ mgh ซึ่งมีค่าเท่ากับงานที่ใช้ยกวัตถุนี้ว่า พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุเทียบกับพื้นดิน



รูป 5.12 แรง $\vec{F}$ ยกวัตถุขึ้นสูงเป็นระยะ h

ถ้าใช้สัญลักษณ์ E_p แทนพลังงานศักย์โน้มถ่วง จะเขียนพลังงานศักย์โน้มถ่วงเมื่อวัตถุอยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h ได้เป็น

$$E_p = mgh \qquad (5.7)$$

หน่วยของพลังงานศักย์โน้มถ่วงในระบบเอสไอ คือ จูล และพลังงานศักย์โน้มถ่วงเป็นปริมาณสเกลาร์ เช่นเดียวกับงาน และพลังงานจลน์

จากสมการ (5.7) กล่าวได้ว่า พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่อยู่สูงจากพื้นดินเป็นระยะ h มีค่าเท่ากับ mgh เมื่อเทียบกับพื้นดินและพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่ระดับอ้างอิงมีค่าเป็นศูนย์

ตัวอย่าง 5.9 ลังสินค้ามวล 1000 กิโลกรัม ถูกยกขึ้นวางบนที่สูงจากพื้นดิน 2 เมตร พลังงานศักย์โน้มถ่วงของลังสินค้ามีค่าเท่าใดเมื่อเทียบกับพื้นดิน

แนวคิด พลังงานศักย์โน้มถ่วงของลังสินค้าหาได้จาก $E_p = mgh$ โดย h เป็นความสูงจากระดับอ้างอิงที่กำหนดซึ่งในที่นี้คือพื้นดิน

วิธีทำ จาก

$$\begin{aligned} E_p &= mgh \\ &= (1000\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{m}) \\ &= 19.6\ \text{kJ} \end{aligned}$$

ตอบ พลังงานศักย์โน้มถ่วงของลังสินค้าเท่ากับ 19.6 กิโลจูล เมื่อเทียบกับพื้นดิน

จากที่ได้ศึกษามาแล้วนั้นเป็นการพิจารณาเมื่อยกวัตถุจากระดับพื้นดิน โดยให้พื้นดินเป็นระดับอ้างอิง ดังนั้น h ในสมการ $E_p = mgh$ เป็นความสูงจากพื้นดิน ต่อไปเราจะศึกษาในกรณีที่ตำแหน่งเดิมของวัตถุไม่ได้อยู่ที่ระดับพื้นดิน เช่น เดิมวัตถุอยู่ที่ระดับ h_i จากระดับพื้นดิน แล้วถูกยกขึ้นไปสูงเป็นระยะ h_f ด้วยความเร็วคงตัว ดังรูป 5.13 จะหางานของแรงที่ยกวัตถุนี้ได้อย่างไร

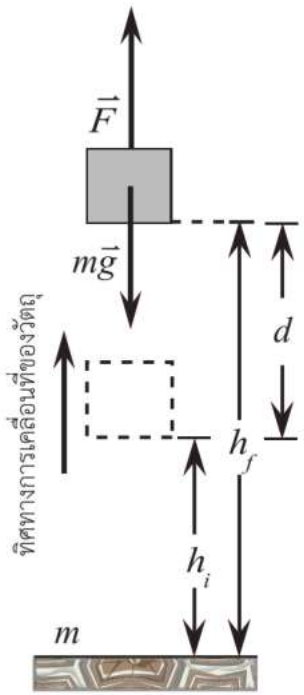
พลังงานศักย์ของวัตถุที่ h_i $E_{p_i} = mgh_i$ (คิดเทียบกับพื้นดิน)

พลังงานศักย์ของวัตถุที่ h_f $E_{p_f} = mgh_f$ (คิดเทียบกับพื้นดิน)

งานของแรง $\vec{F}$ ที่ยกวัตถุ $W = F\Delta x = F(h_f - h_i) = Fd$

เนื่องจาก $F = mg$ เพราะยกวัตถุขึ้นด้วยความเร็วคงตัว ดังนั้น

$$\begin{aligned} Fd &= mgh_f - mgh_i \\ &= \Delta E_p \end{aligned} \qquad (5.8)$$



รูป 5.13 การยกวัตถุจากระดับ h_i ไประดับ h_f

จะเห็นว่า กรณียกวัตถุให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว งานของแรงที่ยกวัตถุสูงขึ้นจากระดับเดิมเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่เพิ่มขึ้น ส่วนงานของแรงที่ยกวัตถุให้ต่ำลงจากระดับเดิม จะเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ลดลง แสดงว่างานของแรงที่ยกวัตถุจะเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่เปลี่ยนไป

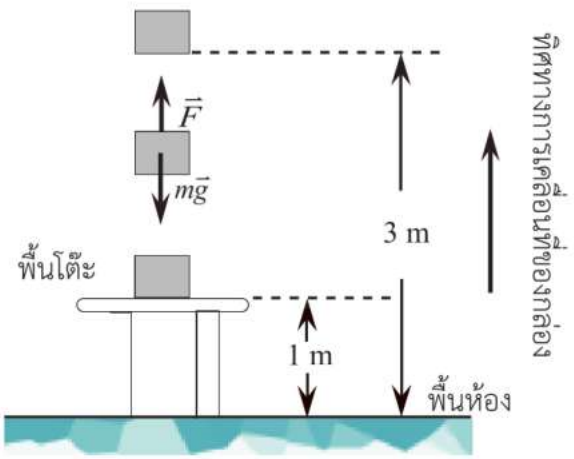
โดยสรุป พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมีค่าขึ้นกับความสูงของวัตถุเมื่อเทียบกับระดับอ้างอิง ส่วนระดับอ้างอิงจะเป็นระดับใดก็ได้แล้วแต่จะกำหนดตามความเหมาะสมในแต่ละกรณี และการเปรียบเทียบพลังงานศักย์ของวัตถุ จะต้องเป็นพลังงานศักย์ที่คิดมาจากระดับอ้างอิงเดียวกัน ในบริเวณใกล้ผิวโลกสนามโน้มถ่วงมีค่าคงตัว ถ้าไม่ระบุระดับอ้างอิง ถือว่าใช้พื้นดินเป็นระดับอ้างอิง

ตัวอย่าง 5.10 ชายคนหนึ่งยกกล่องมวล 20 กิโลกรัม จากโต๊ะเรียนสูง 1 เมตร ขึ้นไปไว้ที่สูง 3 เมตรจากพื้นห้องเรียน

ก. จงคำนวณพลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องนี้ เมื่อให้พื้นห้องเรียนเป็นระดับอ้างอิงและเมื่อให้พื้นโต๊ะเรียนเป็นระดับอ้างอิง

ข. จงคำนวณงานของแรงที่ใช้ในการยกกล่องจากพื้นโต๊ะขึ้นไปไว้ที่สูง 3 เมตรจากพื้นห้องเรียนอย่างช้า ๆ

ก. แนวคิด พลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องหาได้จาก $E_p = mgh$ โดย h เป็นความสูงจากระดับอ้างอิงที่กำหนด ในที่นี้ใช้พื้นห้องและพื้นโต๊ะเป็นระดับอ้างอิง พลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องจึงมีสองค่า เมื่อเขียนภาพสถานการณ์ในโจทย์ จะได้ดังนี้



รูป ตำแหน่งของกล่อง

วิธีทำ เมื่อให้พื้นห้องเรียนเป็นระดับอ้างอิง และ h = 3 m จากพื้นห้องเรียน

$$\begin{aligned} E_p &= mgh \\ &= (20\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(3\text{ m}) \\ &= 588\text{ J} \end{aligned}$$

พลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องเมื่อเทียบกับพื้นห้องเรียนเท่ากับ 588 จูล

เมื่อให้พื้นโต๊ะเป็นระดับอ้างอิง และ h = 2 m จากพื้นโต๊ะ

$$\begin{aligned} E_p &= mgh \\ &= (20\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(2\text{ m}) \\ &= 392\text{ J} \end{aligned}$$

ตอบ พลังงานศักย์โน้มถ่วงของกล่องเมื่อเทียบกับพื้นโต๊ะเท่ากับ 392 จูล

ข. แนวคิด งานของแรงที่ยกกล่องให้สูงขึ้นจากระดับเดิมอย่างช้า ๆ เท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ระดับทั้งสอง

วิธีทำ ระดับความสูงของกล่องก่อนยก h_i = 1 m จากพื้นห้องเรียน

ระดับความสูงของกล่องหลังยก h_f = 3 m จากพื้นห้องเรียน

$$\begin{aligned} W &= E_{p_f} - E_{p_i} \\ &= mgh_f - mgh_i \\ &= mg(h_f - h_i) \\ &= (20\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(3\text{ m} - 1\text{ m}) \\ &= 392\text{ J} \end{aligned}$$

ตอบ งานของแรงที่ใช้ในการยกกล่องจากพื้นโต๊ะขึ้นไปไว้ที่สูง 3 เมตร จากพื้นห้องเรียนเท่ากับ 392 จูล

เราทราบแล้วว่า เมื่อออกแรงยกวัตถุขึ้นในแนวดิ่งอย่างช้า ๆ งานที่ทำได้จะเท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่เพิ่มขึ้น แต่ถ้าเส้นทางการเคลื่อนที่ไม่อยู่ในแนวดิ่ง และวัตถุถูกยกระดับให้สูงขึ้นเท่าเดิม เช่น การลากวัตถุตามพื้นเอียง ในกรณีเช่นนี้งานที่ทำได้จะเท่าเดิมหรือไม่ และการเปลี่ยนพลังงานศักย์โน้มถ่วงจะเป็นอย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรม 5.2

กิจกรรม 5.2 การทดลองพลังงานศักย์โน้มถ่วงกับเส้นทางการเคลื่อนที่

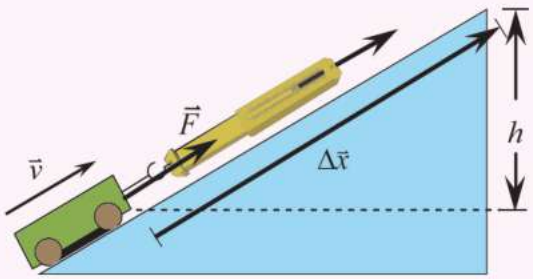
จุดประสงค์

1. คำนวณงานของแรงดึงรถทดลอง
2. คำนวณพลังงานศักย์โน้มถ่วง
3. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงดึงรถทดลองในเส้นทางที่แตกต่างกันกับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของรถทดลอง

วัสดุและอุปกรณ์

1. รางไม้	1 ชุด
2. รถทดลอง	1 คัน
3. เครื่องชั่งสปริง	1 เครื่อง
4. ไม้เมตร	1 อัน
5. ไม้สำหรับหนุนราง	1 อัน

วิธีทำกิจกรรม



รูป การจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 5.2

1. จัดรางไม้ให้เอียงทำมุมค่าหนึ่งกับแนวระดับ แล้ววัดระยะทาง Δx ตามพื้นเอียงเพื่อใช้ดึงรถทดลองให้เคลื่อนที่ ใช้เครื่องชั่งสปริงดึงรถทดลองให้เคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว เป็นระยะทาง Δx อ่านขนาดของแรงดึง F และวัดความสูง h ตามแนวดิ่ง บันทึก Δx h และ F ในตาราง
2. ทำซ้ำข้อ 1. โดยเปลี่ยนมุมเอียงของรางไม้อีก 4 ครั้ง
3. คำนวณงานที่ทำโดยแรงดึง $\vec{F}$ เป็นระยะทาง Δx บันทึกผลการคำนวณในตาราง
4. ชั่งมวลรถทดลอง m แล้วคำนวณพลังงานศักย์โน้มถ่วงของรถทดลองเมื่ออยู่ที่ความสูง h บันทึกผลการคำนวณลงในตาราง

คำถามท้ายกิจกรรม

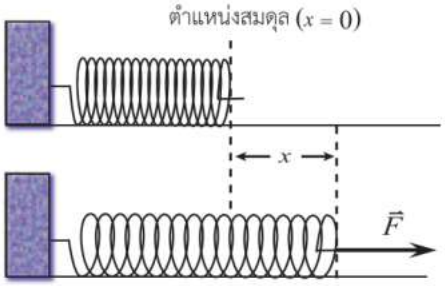
- ☐ ในการทดลองแต่ละครั้ง รถทดลองมีเส้นทางการเคลื่อนที่ต่างกันหรือไม่ อย่างไร
- ☐ ถ้าออกแรงดึงขึ้นในแนวดิ่งเป็นระยะทาง h งานที่ทำโดยแรงนี้เท่ากับงานที่ทำโดยแรงดึง $\vec{F}$ หรือไม่ อย่างไร
- ☐ ในแต่ละเส้นทางที่รางไม้ทำมุมเอียงต่างกัน งานที่ทำโดยแรงดึง $\vec{F}$ เท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วงของรถทดลองที่เพิ่มขึ้นหรือไม่ อย่างไร
- ☐ จากการทดลอง แสดงว่าพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุขึ้นอยู่กับเส้นทางการเคลื่อนที่หรือไม่ อย่างไร

จากกิจกรรม 5.2 พิจารณาได้ว่า งานที่ทำในการดึงวัตถุขึ้นตามพื้นเอียงจนมีระดับสูงขึ้น h นั้นจะเท่ากับ งานที่ทำในการดึงวัตถุขึ้นในแนวดิ่งที่มีระดับความสูงเดียวกัน แต่เนื่องจากงานในกรณีที่ดึงวัตถุขึ้นในแนวดิ่งนั้น เท่ากับการเพิ่มพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ ดังนั้นจึงอาจสรุปได้ว่า **การเปลี่ยนพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ แต่จะขึ้นกับการเปลี่ยนระดับความสูงเท่านั้น** ซึ่งจากข้อสรุปนี้ สามารถนำไปพิจารณาร่วมกับกรณีงานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกหรือแรงโน้มถ่วง บริเวณใกล้ผิวโลกในหัวข้อ 5.1 ทำให้ได้ข้อสรุปอีกข้อว่า **งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วงไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ แต่จะขึ้นกับผลต่างของระดับความสูงในแนวดิ่งของตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้าย** หรือ **ผลต่างของพลังงานศักย์โน้มถ่วงระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้าย** เขียนแทนด้วยสมการ (5.9) นั่นคือ

$$\begin{aligned} W_{gravity} &= -mg(h_f - h_i) \\ &= -\Delta E_p \end{aligned} \qquad (5.9)$$

ข. พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

ถ้าออกแรงที่ใช้ดึงสปริงให้ยืดออกจากตำแหน่งเริ่มต้น จะมีความรู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดึงมือ การออกแรงอัดสปริงให้หดเข้าจากตำแหน่งเริ่มต้นก็เช่นเดียวกัน จะรู้สึกว่ามีแรงจากสปริงดันมือ แรงที่มือดึงสปริงกับแรงที่สปริงดึงมือเป็นแรงคู่กิริยา - ปฏิกิริยา แรงที่สปริงดึงหรือดันมือทำให้สปริงเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งเริ่มต้น เรียกตำแหน่งเริ่มต้นนี้ว่า **ตำแหน่งสมดุล** (equilibrium position)



รูป 5.14 การดึงสปริงให้ยืดออก

ขณะที่เราดึงสปริงให้ยืดออกหรือกดให้หดจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะ x จะทำให้สปริงมีพลังงานสะสมอยู่ปริมาณหนึ่ง พลังงานที่สะสมอยู่ในสปริงขณะที่ยืดออกหรือหดเข้าจากตำแหน่งสมดุลนี้เรียกว่า **พลังงานศักย์ยืดหยุ่น** โดยพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงหาได้จากงานของแรงที่ใช้ดึงสปริงให้ยืดออกหรือแรงกดสปริงให้หดเข้า งานนี้จะมีค่าเท่าใด แรงที่ใช้ดึงสปริงหรือกดสปริงจะมีความสัมพันธ์กับระยะทางที่สปริงยืดหรือหดอย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรม 5.3

กิจกรรม 5.3 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก

จุดประสงค์

1. เขียนและวิเคราะห์กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล
2. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล
3. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง

วัสดุและอุปกรณ์

1. เครื่องชั่งสปริง	1 เครื่อง
2. สปริง	1 อัน
3. ไม้บรรทัด	1 อัน
4. นอต	1 ตัว

วิธีทำกิจกรรม

1. ยึดนอตกับปลายสปริงด้านหนึ่งแล้วยึดปลายสปริงอีกด้านไว้กับดินสอ จากนั้นใช้ตะขอของเครื่องชั่งสปริงเกี่ยวนอตตัวเดียวกันไว้ แล้ววางสปริงและเครื่องชั่งสปริงให้อยู่ในแนวขนานกับไม้บรรทัด ให้ปลายสุดของสปริงด้านที่เกี่ยวกับเครื่องชั่งสปริงอยู่ตรงขีดศูนย์ของไม้บรรทัด ดังแสดงในรูปด้านล่าง

รูป การจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 5.3

2. ใช้เครื่องชั่งสปริงออกแรงดึงสปริงผ่านนอตให้สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลครั้งละ 1 เซนติเมตร เมื่อนอตหยุดนิ่ง บันทึกขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล จนสปริงยืดออกเป็น 5 เซนติเมตร
3. เขียนกราฟระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกโดยให้ขนาดของแรงดึงอยู่ในแกนตั้ง และระยะที่สปริงยืดออกอยู่ในแกนนอน
4. หาความชันของกราฟ
5. หางานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุล จากกราฟในข้อ 3.
6. เขียนกราฟระหว่างงานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลอยู่ในแกนตั้งกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออกอยู่ในแกนนอน และหาความชันของกราฟ

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ กราฟระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกมีลักษณะอย่างไร
- ☐ จากลักษณะของกราฟ สรุปความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกเป็นอย่างไร
- ☐ กราฟระหว่างงานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออกมีลักษณะอย่างไร
- ☐ จากลักษณะของกราฟ สรุปความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออกเป็นอย่างไร

จากกิจกรรม 5.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออก เป็นกราฟเส้นตรง สรุปได้ว่า ขณะนอตอยู่นิ่ง ขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง F จะแปรผันตรงกับระยะยืดจากตำแหน่งสมดุล x ของสปริง นั่นคือ

$$F \propto x$$

หรือ

$$F = kx \qquad (5.10)$$

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออก เป็นกราฟเส้นตรง สรุปได้ว่า งานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลจะแปรผันตรงกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออก นั่นคือ

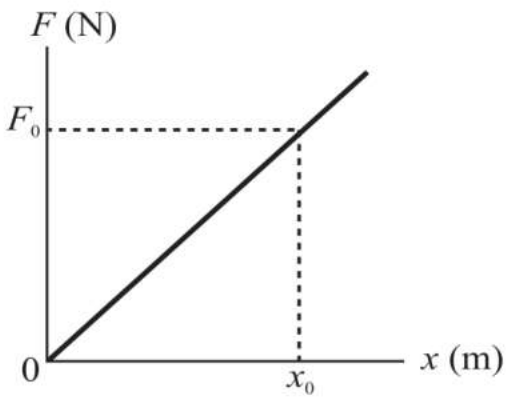
$$W \propto x^2$$

สมการ (5.10) ยังคงเป็นจริงในกรณีที่ F เป็นขนาดของแรงที่ใช้กดสปริงและ x เป็นตำแหน่งที่สปริงหดจากตำแหน่งสมดุล

ในกรณีที่พิจารณาแรงสปริง $\vec{F}_s$ ขณะนอตอยู่นิ่ง แรงที่ใช้ดึงสปริงจะมีขนาดเท่ากับแรงสปริงแต่มีทิศตรงข้ามกัน นั่นคือแรงสปริงมีทิศตรงข้ามกับการกระจัดจากตำแหน่งสมดุล จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงสปริง F_s กับตำแหน่งที่สปริงยืดหรือหดจากตำแหน่งสมดุล x เรียกว่า **กฎของฮุก** (Hooke's law) ตามสมการ

$$F_s = -kx \qquad (5.11)$$

เครื่องหมายเป็นลบ แสดงถึง แรงสปริงมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด โดย k ในสมการ (5.10) และ (5.11) เป็นค่าคงตัว เรียกว่า **ค่าคงตัวสปริง** (spring constant) ซึ่งหมายถึง ขนาดของแรงสปริงต่อความยาวหนึ่งหน่วยที่ยืดหรือหดจากตำแหน่งสมดุล และมีหน่วยเป็น นิวตันต่อเมตร (N/m) ค่าคงตัวสปริงของสปริงแต่ละอันจะไม่เท่ากันขึ้นกับความแข็งของสปริง และเป็นค่าคงตัวในช่วงจำกัดช่วงหนึ่ง ค่านี้อาจหาได้จากความชันของกราฟระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดจากตำแหน่งสมดุล



รูป 5.15 กราฟระหว่างแรงดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล

จากกราฟจะสังเกตเห็นว่า F มีขนาดไม่คงตัว แต่เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ เช่น งานของแรงที่ใช้ดึงสปริงขนาด F_0 ดึงให้สปริงยืดออกเป็นระยะ x_0 จากตำแหน่งสมดุล หาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของแรงเฉลี่ยกับระยะทาง นั่นคือ

$$W = \frac{(0+F_0)}{2}x_0 = \frac{1}{2}F_0x_0$$

แทนค่า $F_0 = kx_0$ จะได้ $W = \frac{1}{2}kx_0^2$

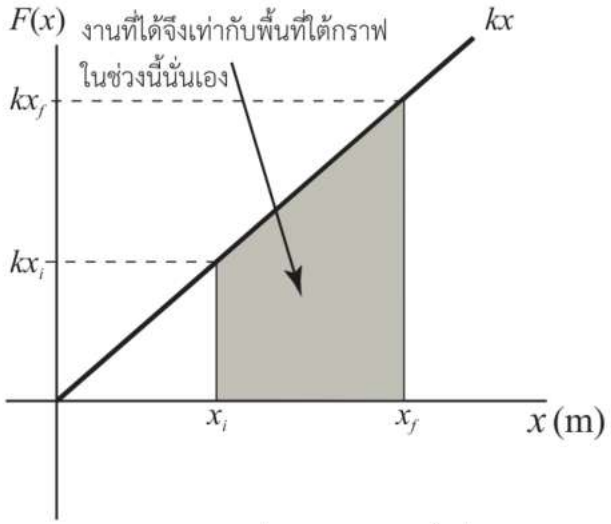
จากที่กล่าวไว้ก่อนหน้าว่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริงหาได้จากงานของแรงที่ใช้ดึงสปริง และจากการทดลองได้ความสัมพันธ์ว่า งานของแรงดึงสปริงแปรผันตรงกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออก จะเห็นว่างานของแรงที่ใช้ดึงหรือกดสปริงให้มีระยะเปลี่ยนไป x_0 จากตำแหน่งสมดุลจะเท่ากับ $\frac{1}{2}kx_0^2$ ปริมาณนี้ก็คือ พลังงานศักย์ในสปริง ซึ่งเรียกว่า **พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง** (E_{p_s}) และอาจเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$E_{p_s} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (5.12)$$

หน่วยของพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเป็นจูล เช่นเดียวกับหน่วยของงาน

จะเห็นได้ว่า ค่าคงตัวของการแปรผันตามความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงที่ใช้ดึงสปริงแปรผันตรงกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออก มีค่าเท่ากับ $\frac{k}{2}$

ในกรณีที่สปริงมีแรงดึงหรือกดให้ยืดหรือหดเป็นระยะ x_i จากตำแหน่งสมดุลอยู่ก่อนแล้ว จากนั้นมีการเพิ่มแรงดึงหรือกด ทำให้สปริงมีการยืดหรือหดเปลี่ยนไปเป็นระยะ x_f จากตำแหน่งสมดุล งานเนื่องจากแรงดังกล่าวหาได้จากผลคูณของแรงเฉลี่ยกับระยะยืดหรือหดที่เปลี่ยนไปหรือพื้นที่ใต้กราฟ ดังรูป



รูป 5.16 กราฟแสดงงานแรงที่ใช้ดึงสปริงกับพื้นที่ใต้กราฟ

$$\begin{aligned} W &= \frac{(F_f + F_i)}{2}(x_f - x_i) \\ &= \frac{(kx_f + kx_i)}{2}(x_f - x_i) \\ &= \frac{1}{2}k(x_f + x_i)(x_f - x_i) \end{aligned}$$

จัดรูปใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}kx_f^{\,2} - \frac{1}{2}kx_i^{\,2} \\ &= \Delta E_{\mathrm{p_s}} \end{aligned} \qquad (5.13)$$

ในกรณีแรงที่พิจารณาเป็นแรงสปริง ซึ่งมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด งานเนื่องจากแรงสปริงจะหาได้ด้วยวิธีเดียวกัน เพียงแต่เปลี่ยนเครื่องหมาย ซึ่งจะได้ว่า **งานเนื่องจากแรงสปริงจะขึ้นกับผลต่างของกำลังสองของระยะยืดหรือหดระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้าย** หรือ **ผลต่างของพลังงานศักย์ยืดหยุ่นระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้าย** เขียนแทนด้วยสมการ (5.14) นั่นคือ

$$W_s = -(\frac{1}{2}kx_f^{\,2} - \frac{1}{2}kx_i^{\,2})$$

$$= -\Delta E_{p_s} \qquad (5.14)$$

จะเห็นได้ว่า ทั้งงานเนื่องจากแรงที่ใช้ดึงสปริงและงานเนื่องจากแรงสปริงต่างขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้ายเท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับเส้นทาง ซึ่งเหมือนกับในกรณีงานเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกในสมการ (5.3)

ตัวอย่าง 5.11 เมื่อออกแรงที่ใช้ดึงสปริงให้ยืดจากตำแหน่งสมดุล 0.1 เมตร แรงที่ใช้ดึงเป็น 10 นิวตัน ถ้าเพิ่มขนาดของแรงดึงเป็น 40 นิวตัน ขณะนั้นสปริงมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่าใด

แนวคิด เมื่อออกแรงที่ใช้ดึงสปริง งานของแรงที่ใช้ดึงสปริงเท่ากับพลังงานศักย์ยืดหยุ่นในสปริง ซึ่งหาได้จาก $E_{p_s} = \frac{1}{2}kx^2$ โดย k หาจาก $F = kx$

วิธีทำ กำหนดให้แรงที่ใช้ดึงสปริงครั้งแรกเป็น $F_i = 10\ \text{N}$ และ $x_i = 0.1\ \text{m}$

จะได้ $$k = \frac{F_i}{x_i} = \frac{10\ \text{N}}{0.1\ \text{m}} = 100\ \text{N/m}$$

เมื่อเพิ่มแรงดึงเป็น $F_f = 40\ \text{N}$ จะหาระยะยืดออกได้เป็น

$$x_f = \frac{F_f}{k} = \frac{40\ \text{N}}{100\ \text{N/m}} = 0.4\ \text{m}$$

จากสมการ $$E_{p_s} = \frac{1}{2}kx^2$$

แทนค่าลงในสมการ จะได้ว่า

$$E_{p_s} = \frac{1}{2}(100\ \text{N/m})(0.4\ \text{m})^2$$

$$= 8\ \text{J}$$

ตอบ ขณะที่สปริงถูกดึงด้วยแรง 40 นิวตัน สปริงจะมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่ากับ 8 จูล

ตัวอย่าง 5.12 ชายผู้หนึ่งออกแรง 20 นิวตัน ดึงสปริงไว้ แล้วเพิ่มแรงดึงเป็น 50 นิวตัน ทำให้สปริงยืดออกจากตำแหน่งเดิม 0.4 เมตร สปริงมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเพิ่มขึ้นเท่าใด

แนวคิด เมื่อดึงสปริงให้ยืดออกมากขึ้น สปริงจะมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นมากขึ้น พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่เพิ่มขึ้นก็คืองานของแรงที่ดึงสปริงให้ยืดออกจากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ 0.4 เมตร ซึ่งหาได้จากผลคูณระหว่างขนาดของแรงเฉลี่ยกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งเดิม

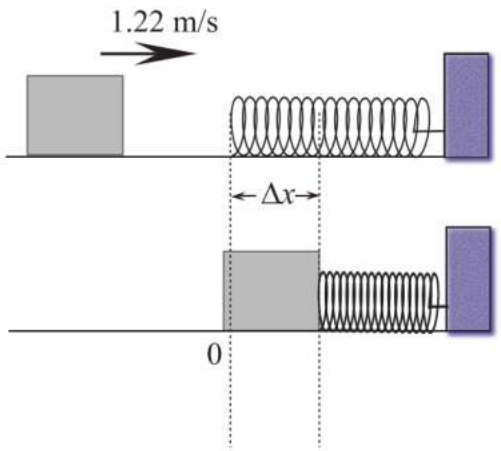
วิธีทำ สปริงจะได้รับพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเพิ่มขึ้น = (แรงเฉลี่ย) × (ระยะทางที่เพิ่มขึ้น)

$$= \left(\frac{20\ \text{N} + 50\ \text{N}}{2}\right)(0.4\ \text{m})$$

$$= 14\ \text{J}$$

ตอบ สปริงมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเพิ่มขึ้นเท่ากับ 14 จูล

ตัวอย่าง 5.13 กล่องมวล 3.63 กิโลกรัม ไถลไปในบนพื้นระดับที่ไม่มีความเสียดทาน ด้วยอัตราเร็ว 1.22 เมตรต่อวินาที จากนั้น กล่องดังกล่าววิ่งมาชนสปริงซึ่งวางในแนวการเคลื่อนที่ดังรูป สปริงจะถูกกดจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะมากสุดเท่าใด ถ้าค่าคงตัวของสปริงมีค่าเท่ากับ 135 นิวตันต่อเมตร



รูป ประกอบตัวอย่าง 5.13 กล่องวิ่งเข้ามาชนสปริง ทำให้สปริงถูกกดจากตำแหน่งสมดุล

แนวคิด สำหรับสถานการณ์นี้ เราพิจารณาได้ว่า งานที่เกิดขึ้นเป็นงานเนื่องจากแรงสปริงเท่านั้น ส่วนงานเนื่องจากน้ำหนักของกล่องและแรงแนวฉากมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ งานเนื่องจากแรงสปริงจึงมีค่าเท่ากับผลต่างของพลังงานจลน์ ตามสมการ

$$W_s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

และจากสมการ (5.14) จะได้ว่า งานเนื่องจากแรงสปริงมีค่าเป็น

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^{\,2} - \frac{1}{2}kx_f^{\,2}$$

วิธีทำ จากสมการข้างต้น แทนค่า $v = 0$ จะได้

$$W_s = 0 - \frac{1}{2}mu^2 = -\frac{1}{2}mu^2$$

และ แทนค่า $x_i = 0$ และ $x_f = \Delta x$ ลงไปในสมการ จะได้

$$W_s = \quad 0 - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = -\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

เนื่องจาก งานที่พิจารณาจากพลังงานทั้งสองชนิดมีค่าเท่ากัน ดังนั้น

$$-\frac{1}{2}mu^2 = -\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

จัดรูปใหม่ ได้เป็น $\Delta x = u\sqrt{\frac{m}{k}}$

แทนค่า $u = 1.22\,\text{m/s}$ $m = 3.63\,\text{kg}$ และ $k = 135\,\text{N/m}$

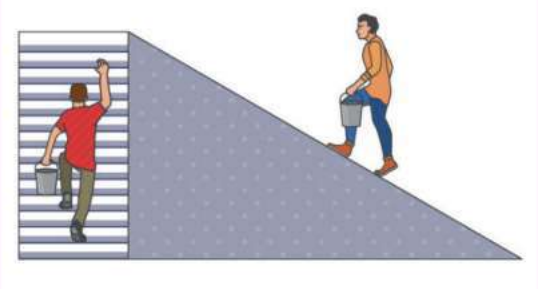
ได้ $$\Delta x = 1.22\,\text{m/s}\sqrt{\frac{3.63\,\text{kg}}{135\,\text{N/m}}}$$

$$= 0.200\,\text{m}$$

ตอบ สปริงจะถูกกดจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะมากสุดเท่ากับ 0.200 เมตร

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.4

1. ถ้ามีแรงมากระทำต่อวัตถุในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลังงานจลน์ของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร ในทางกลับกัน ถ้าแรงนั้นมีทิศทางตรงข้าม พลังงานจลน์ของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร
2. แดงและดำหิ้วตะกร้าที่มีขนาดเท่ากันและน้ำหนักเท่ากัน ขึ้นไปบนกำแพง ดังรูป แดงปีนขึ้นบันไดที่ตั้งในแนวดิ่ง ดำปีนขึ้นตามพื้นเอียง คนใดทำให้พลังงานในตะกร้าเพิ่มขึ้นมากกว่า

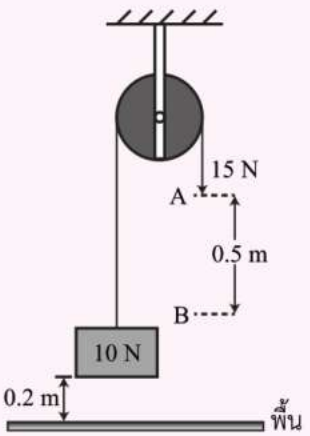


รูป ประกอบคำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.4 ข้อ 2

3. งานและพลังงานจลน์มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย
4. วัตถุมวล m อยู่สูงจากพื้นเป็นระยะทาง h พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุนี้บนผิวโลกและบนผิวดวงจันทร์เท่ากันหรือไม่

แบบฝึกหัด 5.4

1. รถยนต์มวล 1000 กิโลกรัม วิ่งด้วยอัตราเร็วคงตัวได้ระยะทาง 0.9 กิโลเมตร ในเวลา $\frac{1}{2}$ นาที พลังงานจลน์ของรถยนต์คันนี้เป็นเท่าใด
2. อิเล็กตรอนมีมวล 9.1×10^{-31} กิโลกรัม จงหาพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 2.0×10^{6} เมตรต่อวินาที จะต้องใช้อิเล็กตรอนที่มีอัตราเร็วขนาดนี้กี่ตัวจึงจะมีพลังงานจลน์เป็น 1 จูล
3. วัตถุหนัก 10 นิวตัน อยู่สูงจากพื้น 0.2 เมตร ปลายเชือกข้างหนึ่งผูกกับวัตถุคล้องผ่านรอกลื่น เมื่อใช้แรง 15 นิวตัน ดึงปลายเชือกอีกข้างจากตำแหน่ง A ถึงตำแหน่ง B ซึ่งห่างกัน 0.5 เมตร ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.4 ข้อ 3

ขณะปลายเชือกถึงตำแหน่ง B วัตถุมีพลังงานศักย์โน้มถ่วงเท่าใด (ให้พื้นเป็นระดับอ้างอิง)

4. สปริงตัวหนึ่งมีค่าคงตัวสปริง 100 นิวตันต่อเมตร ถูกกดให้สั้นลง 5 เซนติเมตร พลังงานศักย์ในสปริงมีค่าเท่าใด
5. จงหางานที่ต้องทำในการเข็นวัตถุมวล 25 กิโลกรัม ขึ้นไปตามพื้นเอียงลื่นสูง 2 เมตร
6. วัตถุมวล 1 กิโลกรัม อัตราเร็ว 2 เมตรต่อวินาที ต่อมามีอัตราเร็วเป็น 3 เมตรต่อวินาที งานที่ทำต่อวัตถุมีค่าเท่าใด

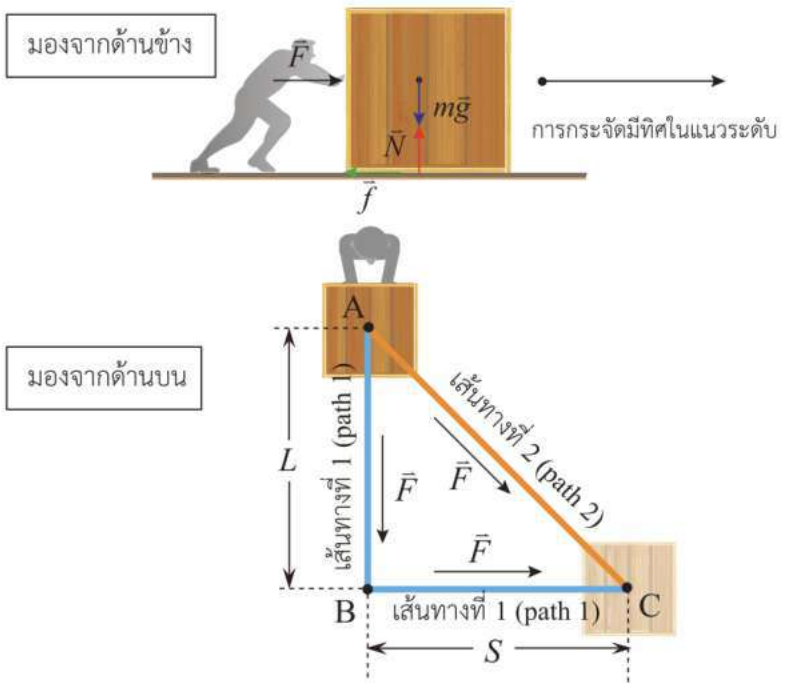
5.5 การอนุรักษ์พลังงานกล

โดยทั่วไป ปริมาณที่มีการอนุรักษ์ หมายถึง ปริมาณที่มีค่าคงตัว ถึงแม้สถานการณ์จะมีการเปลี่ยนแปลงไปก็ตาม หลักการสำคัญที่เกี่ยวกับงานและพลังงานคือ การอนุรักษ์พลังงานกล หลักการนี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ ช่วยลดความซับซ้อนในการแก้ปัญหาที่ไม่สามารถตอบได้ด้วยวิธีการที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้ ซึ่งในหัวข้อต่อไปนี้ จะได้ศึกษาว่าการอนุรักษ์พลังงานกล เกี่ยวข้องกับปริมาณใดบ้าง

5.5.1 งานเนื่องจากแรงอนุรักษ์

จากการศึกษาก่อนหน้านี้ งานที่เกิดขึ้นเป็นงานจากการเคลื่อนที่ของวัตถุในเส้นทางเดียวเท่านั้น ถ้าการทำงานที่มีการใช้เส้นทางที่แตกต่างกัน งานที่เกิดขึ้นจะแตกต่างกันหรือไม่

พิจารณาในกรณีของแรงผลัก สมมติให้มีแรงขนาด F ผลักให้ลังมวล m ที่อยู่บนพื้นระดับเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่ 1 จากจุด A ไปยังจุด B ก่อนจะไปสิ้นสุดที่จุด C ต่อมาพิจารณาอีกแรงขนาด F เท่ากัน แต่ผลักให้ลังมวล m เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่ 2 จากจุด A ไปยังจุด C โดยตรง ดังรูป 5.17



รูป 5.17 ลังมวล m ที่ถูกดันให้เคลื่อนที่บนพื้นระดับตามเส้นทางที่ 1 กับ 2

งานที่แรงผลักทำต่อลังตามเส้นทางที่ 1 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} W_{\text{path1}} &= W_{\text{A}\to\text{B}} + W_{\text{B}\to\text{C}} \\ &= F\Delta x_{\text{A}\to\text{B}}\cos 0^\circ + F\Delta x_{\text{B}\to\text{C}}\cos 0^\circ \\ &= FL + FS \\ &= F(L+S) \end{aligned}$$

งานที่แรงผลักทำต่อลังตามเส้นทางที่ 2 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} W_{\text{path 2}} &= W_{\text{A}\to\text{C}} \\ &= F\Delta x_{\text{A}\to\text{C}} \cos 0^\circ \\ &= F(\sqrt{L^2 + S^2}) \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า แม้ว่าจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ของลังจะเป็นจุดเดียวกันในทั้งสองเส้นทาง งานเนื่องจากแรงผลักคงตัวตามเส้นทางทั้งสองมีค่าไม่เท่ากัน นั่นคือ

$$W_{\text{path 1}} \neq W_{\text{path 2}}$$

จากหัวข้อที่แล้วพบว่า งานเนื่องจากแรงโน้มถ่วง และงานของแรงสปริง ต่างมีค่าไม่ขึ้นกับเส้นทาง แต่จะขึ้นเฉพาะกับตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่เท่านั้น

แรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้เกิดงานที่มีค่าไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ เรียกว่า **แรงอนุรักษ์** (conservative force) เช่น แรงโน้มถ่วง และ แรงสปริง ส่วนแรงผลัก แรงดึง หรือ แรงเสียดทาน เป็น **แรงไม่อนุรักษ์** (non-conservative force)

จากสมการ (5.3) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างงานเนื่องจากแรงโน้มถ่วงกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง และสมการ (5.12) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างงานเนื่องจากแรงสปริงกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่น จะเห็นได้ว่างานเนื่องจากแรงอนุรักษ์มีความสัมพันธ์กับผลต่างของพลังงานศักย์ระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้ายตามสมการ

$$W_{\text{c}} = -(E_{\text{p}_\text{f}} - E_{\text{p}_\text{i}}) \qquad (5.15)$$

ความสัมพันธ์นี้เกี่ยวข้องกับการอนุรักษ์พลังงานกลอย่างไร จะได้ศึกษาในหัวข้อถัดไป

5.5.2 กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ ถ้ามีแรงกระทำต่อวัตถุ งานเนื่องจากแรงลัพธ์มีค่าเท่ากับผลต่างระหว่างพลังงานจลน์ที่ตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้าย ดังสมการ

$$W = E_{\text{k}_\text{f}} - E_{\text{k}_\text{i}}$$

และถ้างานที่เกิดขึ้นกับวัตถุ มีเฉพาะงานเนื่องจากแรงอนุรักษ์เท่านั้น จะได้ว่า

$$W = -(E_{\text{p}_\text{f}} - E_{\text{p}_\text{i}})$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E_{\text{k}_\text{f}} - E_{\text{k}_\text{i}} &= E_{\text{p}_\text{i}} - E_{\text{p}_\text{f}} \\ (E_{\text{k}_\text{f}} + E_{\text{p}_\text{f}}) &= (E_{\text{k}_\text{i}} + E_{\text{p}_\text{i}}) \end{aligned}$$

แสดงว่า พลังงานกลซึ่งเป็นผลรวมของพลังงานจลน์กับพลังงานศักย์มีค่าคงตัวทุกสถานการณ์ ถ้าให้ E เป็นพลังงานกล สามารถเขียนได้เป็น

$$E = E_k + E_p = \text{ค่าคงตัว} \qquad (5.16)$$

โดยสรุปแล้ว ถ้างานที่เกิดขึ้นกับวัตถุ มีเฉพาะงานเนื่องจากแรงอนุรักษ์เท่านั้น พลังงานกลของวัตถุจะมีค่าคงตัว เรียกว่า **กฎการอนุรักษ์พลังงานกล** (law of conservation of mechanical energy)

เราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับกฎการอนุรักษ์พลังงานกลไปใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.14 ปล่อยวัตถุมวล m จากตำแหน่ง A ที่ความสูง h_A จงหาความเร็ววัตถุขณะผ่านตำแหน่ง B ที่ความสูง h_B จากพื้นดิน

แนวคิด การตกของวัตถุเมื่อไม่คิดแรงต้านอากาศ จะมีแรงโน้มถ่วงซึ่งเป็นแรงอนุรักษ์กระทำเพียงแรงเดียว ดังนั้นพลังงานกลของวัตถุจะมีค่าคงตัว โดยสามารถเขียนภาพการเคลื่อนที่ได้ดังรูป

วิธีทำ จากสมการ $(E_{k_B} + E_{p_B}) = (E_{k_A} + E_{p_A})$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A$$

เนื่องจาก $v_A = 0$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = mgh_A$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 + gh_B = gh_A$$

$$v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$$

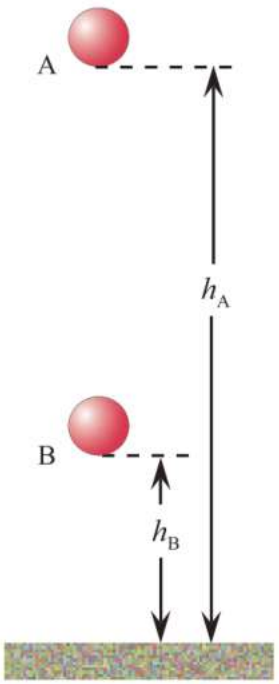
เทียบกับการตกแบบเสรีจาก ตำแหน่ง A ลงมา ตำแหน่ง B จะได้

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y\Delta y$$

เมื่อ $u_y = v_A = 0$

$v_y = v_B$

$a_y = -g$



รูป ประกอบตัวอย่าง 5.14

และ $\Delta y = y_B - y_A = h_B - h_A$ โดยกำหนดให้ $y = 0$ อยู่ที่ตำแหน่งพื้นดิน

$$v_B^2 = 2(-g)(h_B - h_A)$$

$$= 2g(h_A - h_B)$$

จากที่กล่าวมาแล้ว ถ้างานที่เกิดขึ้นกับวัตถุ มีเฉพาะงานเนื่องจากแรงอนุรักษ์เท่านั้น พลังงานกลของวัตถุจะมีค่าคงตัว ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

ตัวอย่าง 5.15 น้ำตกไหลลงจากหน้าผาสูง 100 เมตร ด้วยความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็วของน้ำขณะกระทบพื้นล่าง

แนวคิด เนื่องจากโจทย์ไม่ได้กำหนดมวลของน้ำมาให้ จึงพิจารณาน้ำส่วนหนึ่งที่มีมวล m งานที่กระทำต่อน้ำมาจากน้ำหนักซึ่งเป็นแรงอนุรักษ์เท่านั้น จึงใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานกล ณ ตำแหน่งบนหน้าผาและที่พื้นล่าง และคิดพื้นล่างเป็นระดับอ้างอิง

วิธีทำ พลังงานกลของน้ำขณะอยู่บนหน้าผา = พลังงานกลของน้ำขณะที่จะถึงพื้นล่าง

$$\frac{1}{2}mu^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(0)$$

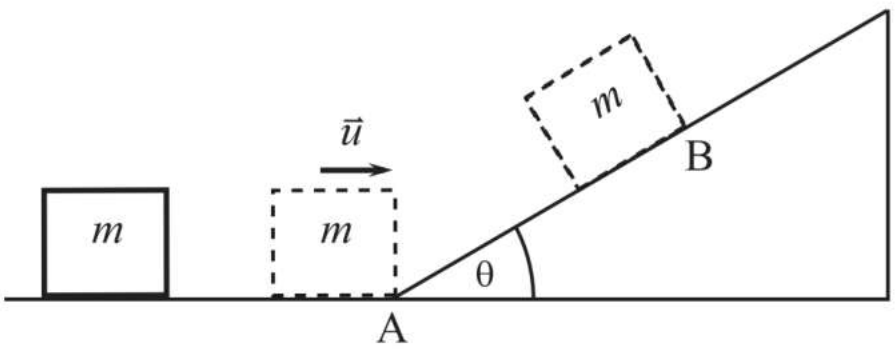
$$u^2 + 2gh = v^2$$

$$(5\,\text{m/s})^2 + 2(9.8\,\text{m/s}^2)(100\,\text{m}) = v^2$$

$$v = 44.6\,\text{m/s}$$

ตอบ อัตราเร็วของน้ำขณะที่จะกระทบพื้นเท่ากับ 44.6 เมตรต่อวินาที

ตัวอย่าง 5.16 กล่องมวล m ไถลจากพื้นระดับขึ้นไปบนพื้นเอียงที่ยาวมากและทำมุมเอียง θ กับแนวระดับ ถ้าทั้งพื้นระดับและพื้นเอียงไม่มีความเสียดทาน และก่อนขึ้นพื้นเอียงกล่องมีอัตราเร็วเท่ากับ u กล่องจะไถลไปได้ไกลเป็นระยะเท่าใดตามพื้นเอียง



รูป ประกอบตัวอย่าง 5.16

แนวคิด เมื่อไม่มีความเสียดทาน งานที่กระทำต่อกล่องมาจากน้ำหนักซึ่งเป็นแรงอนุรักษ์เท่านั้น ดังนั้น พลังงานกลของกล่องจึงมีค่าคงตัวตลอดการเคลื่อนที่

วิธีทำ กำหนดให้ระดับของกล่องก่อนขึ้นพื้นเอียงพอดีเป็นจุดอ้างอิง ($h = 0$) ดังนั้น พลังงานกลที่จุดนี้ (จุด A) จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{A}} &= E_k + E_p \\ &= \frac{1}{2}mu^2 + mg(0\ \mathrm{m}) \\ &= \frac{1}{2}mu^2 \end{aligned}$$

ณ ตำแหน่งที่กล่องไถลไปได้ไกลสุด (จุด B) ระดับความสูงของกล่องจะมีค่ามากที่สุด h_{max} อัตราเร็วของกล่องที่จุดนี้จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น พลังงานกลที่จุดนี้จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{B}} &= \frac{1}{2}m(0)^2 + mgh_{\max} \\ &= mgh_{\max} \end{aligned}$$

ทั้งสองจุดนี้ พลังงานกลมีค่าเท่ากัน ดังนั้น

$$\frac{1}{2}mu^2 = mgh_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{u^2}{2g}$$

เราสามารถหาระยะตามพื้นเอียงที่กล่องไถลไปได้ไกลสุด $s_{\max}$ จาก $\sin\theta = \dfrac{h_{\max}}{s_{\max}}$

จะได้ว่า $$s_{\max} = \frac{h_{\max}}{\sin\theta} = \frac{u^2}{2g\sin\theta}$$

ตอบ กล่องจะไถลไปตามพื้นเอียงได้ไกลที่สุดเป็นระยะ $\dfrac{u^2}{2g\sin\theta}$

ในสถานการณ์จริง มักจะพบว่าผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์มีค่าไม่คงตัว เช่น กรณีวัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงเสียดทานซึ่งไม่ใช่แรงอนุรักษ์ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลง งานของแรงเสียดทานทำให้พลังงานกลของระบบหายไปส่วนหนึ่ง (เปลี่ยนไปเป็นพลังงานความร้อนและพลังงานเสียง) พลังงานส่วนที่หายไปนี้เท่ากับงานของแรงเสียดทาน เมื่อรวมพลังงานส่วนนี้กับพลังงานกลแล้ว พลังงานรวมจะมีค่าคงตัว ซึ่งเป็นไปตาม**กฎการอนุรักษ์พลังงาน** (law of conservation of energy) ที่กล่าวว่า **พลังงานรวมของระบบจะไม่สูญหาย แต่อาจเปลี่ยนจากพลังงานหนึ่งไปเป็นอีกพลังงานหนึ่ง**

ถึงแม้พลังงานที่เราศึกษาในบทนี้มีเพียงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ แต่กฎการอนุรักษ์พลังงานก็ยังเป็นจริงสำหรับพลังงานอื่น ๆ เช่น พลังงานเคมี พลังงานไฟฟ้า พลังงานความร้อน เป็นต้น พลังงานต่าง ๆ เหล่านี้ สามารถเปลี่ยนจากพลังงานหนึ่งไปเป็นอีกพลังงานหนึ่งได้เช่นกัน

ชวนคิด

เมื่อเราโยนลูกเทนนิสขึ้นไปในอากาศในแนวดิ่ง เมื่อลูกเทนนิสกลับมาถึงจุดโยนอีกครั้ง ลูกเทนนิสจะมีอัตราเร็วมากกว่า น้อยกว่า หรือ เท่ากับตอนต้นที่ถูกโยนขึ้นไป โดยพิจารณาว่ามีงานเนื่องจากแรงต้านอากาศกระทำต่อลูกเทนนิส

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.5

1. จงบอกความหมายของแรงอนุรักษ์
2. ใบไม้ที่หลุดจากต้นหล่นสู่พื้น แรงที่กระทำต่อใบไม้เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่
3. ในการตกแบบเสรีของวัตถุ พลังงานกลของวัตถุจะคงตัวตลอดการเคลื่อนที่ การตกแบบเสรีเกี่ยวข้องกับแรงอนุรักษ์หรือไม่ อย่างไร
4. กฎการอนุรักษ์พลังงานกลและกฎการอนุรักษ์พลังงาน เป็นกฎเดียวกันหรือไม่ จงอธิบาย

แบบฝึกหัด 5.5

1. จงแสดงว่าขณะใช้แปรงลบกระดานไปทางขวาแล้วกลับมาที่ตำแหน่งเดิม แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเป็นแรงไม่อนุรักษ์
2. ผลไม้มวล 0.1 กิโลกรัม ตกจากที่สูง 5 เมตร เมื่อตกได้ครึ่งทาง ผลไม้มีพลังงานจลน์เท่าใด
3. ลูกตุ้มมวล 0.2 กิโลกรัม ผูกกับเส้นเชือกยาว 2.0 เมตร ปลายอีกข้างแขวนไว้กับเพดาน ถ้าออกแรงดึงลูกตุ้มให้สูงขึ้น 0.6 เมตร แล้วปล่อยให้ลูกตุ้มแกว่ง ขณะลูกตุ้มผ่านจุดต่ำสุด จงหา
   ก. พลังงานศักย์โน้มถ่วงของลูกตุ้ม
   ข. พลังงานจลน์ของลูกตุ้ม
4. นำเส้นเชือกยาว 2.0 เมตร ผูกลูกตุ้มมวล 0.4 กิโลกรัม ที่ปลายข้างหนึ่ง จับปลายเชือกอีกข้างหนึ่งแกว่งให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่ง ถ้าที่จุดสูงสุด ลูกตุ้มมีอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็วของลูกตุ้มที่จุดต่ำสุด

5.6 เครื่องกล

เครื่องกล เป็นอุปกรณ์ที่ช่วยในการทำงานให้สะดวกขึ้น เครื่องกลพื้นฐานที่จัดเป็น**เครื่องกลอย่างง่าย** (simple machine) มีหกชนิด ได้แก่ คาน (lever) ลิ่ม (wedge) รอก (pulley) พื้นเอียง (inclined plane) สกรู (screw) และล้อกับเพลา (wheel and axle) ในหัวข้อนี้จะได้ศึกษาการนำหลักการของงานและพลังงาน รวมทั้ง หลักการของสมดุลกลมาอธิบายเกี่ยวกับเครื่องกลอย่างง่าย ซึ่งจะทำให้เข้าใจการทำงานของเครื่องกลอย่างง่ายได้ดีขึ้น

5.6.1 ประสิทธิภาพของเครื่องกล

จากกฎการอนุรักษ์พลังงานทราบว่า พลังงานไม่มีการสูญหายแต่เปลี่ยนเป็นพลังงานอื่นได้ การทำงานของเครื่องกลเพื่อเปลี่ยนพลังงานหนึ่งเป็นพลังงานที่ต้องการนั้น ไม่สามารถเปลี่ยนได้ 100 เปอร์เซ็นต์ เพราะอาจมีการสูญเสียไปเป็นพลังงานอื่นที่ไม่ต้องการ เมื่อเป็นเช่นนี้ การเปรียบเทียบความสามารถในการทำงานของมนุษย์หรือเครื่องกลใด ๆ เรามักบอกในรูปของ**ประสิทธิภาพ** (efficiency) เครื่องกลที่มีประสิทธิภาพสูงย่อมดีกว่าเครื่องกลประเภทเดียวกันที่มีประสิทธิภาพต่ำกว่า

ในทางอุดมคติจะถือว่า ในการทำงานหรือการถ่ายโอนพลังงานจากพลังงานหนึ่งไปเป็นพลังงานอีกอย่างหนึ่ง จะไม่มีการสูญเสียพลังงาน แต่ในทางปฏิบัติจะมีการสูญเสียพลังงานไปภายนอกระบบเสมอ ประสิทธิภาพของเครื่องกล จึงมีค่าน้อยกว่า 1 หรือน้อยกว่า 100 เปอร์เซ็นต์ ประสิทธิภาพของเครื่องกลหาได้จาก

$$\text{ประสิทธิภาพของเครื่องกล} = \frac{\text{งานที่ได้รับจากเครื่องกล}}{\text{งานที่ให้กับเครื่องกล}} \times 100\% \qquad (5.17)$$

เขียนแทนด้วยสมการได้ว่า

$$\text{Efficiency} = \frac{W_{\text{out}}}{W_{\text{in}}} \times 100\% \qquad (5.18)$$

ตัวอย่าง 5.17 ถ้าเราทราบว่าพลังงานที่ให้กับเครื่องยนต์ของรถคันหนึ่งเท่ากับ 800 จูล และเมื่อเครื่องยนต์ของรถทำงานจะมีการสูญเสียพลังงานไป โดยพลังงานที่สูญเสียไประหว่างที่รถทำงานนั้นมีค่าเท่ากับ 250 จูล จงหาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์รถคันนี้

แนวคิด ประสิทธิภาพของเครื่องกล หาได้จาก อัตราส่วนระหว่างงานที่ได้รับจากเครื่องกลกับงานที่ให้กับเครื่องกลคูณ 100%

วิธีทำ ค่าของงานที่ใส่เข้าไปมีค่าเท่ากับ 800 จูล และเนื่องจากมีการสูญเสียพลังงานไปเท่ากับ 250 จูล

ดังนั้น งานที่ได้รับจากเครื่องยนต์ = 800 J – 250 J = 550 J

แสดงว่าประสิทธิภาพของเครื่องยนต์นี้มีค่าเท่ากับ

$$\text{ประสิทธิภาพ} = \frac{550\ \text{J}}{800\ \text{J}} \times 100\%$$

$$= 68.8\%$$

ตอบ ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ของรถคันนี้คือ 68.8%

5.6.2 หลักการของงานกับเครื่องกลอย่างง่าย

เราสามารถใช้หลักการของงานและกฎการอนุรักษ์พลังงานอธิบายการทำงานของเครื่องกลต่าง ๆ ว่าช่วยให้เราใช้แรงน้อยลงหรือทำงานได้สะดวกขึ้นนั้น ทำอย่างไร เนื่องจากงานและพลังงานเป็นปริมาณที่คงตัว เครื่องกลจะไม่ช่วยให้เราทำงานได้มากกว่าที่เราทำงานให้กับเครื่องกล แต่อาจสูญเสียงานไปส่วนหนึ่ง เช่น สูญเสียไปเนื่องจากงานของแรงเสียดทาน

งานที่ให้กับเครื่องกล = งานที่ได้รับจากเครื่องกล + งานของแรงเสียดทาน (งานที่สูญเสียไป)

ถ้างานของแรงเสียดทานมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับงานที่ได้รับ จะได้

งานที่ให้กับเครื่องกล = งานที่ได้รับจากเครื่องกล

กรณีแรงเสียดทานมีค่าน้อยมาก หรือเครื่องกลมีประสิทธิภาพ 100 เปอร์เซ็นต์ การผ่อนแรงของเครื่องกลนั้นพิจารณาได้จากอัตราส่วนระหว่างขนาดของแรงที่ได้จากเครื่องกล (F_{out}) ต่อขนาดของแรงที่ให้กับเครื่องกล (F_{in}) เรียกว่า **การได้เปรียบเชิงกล** (mechanical advantage, M.A.) ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{F_{out}}{F_{in}} \tag{5.19}$$

หรือหาได้จากอัตราส่วนระหว่างระยะทางที่เราออกแรงทำงาน (s_{in}) ต่อระยะทางของงานที่ได้หรือ (s_{out})

$$\text{M.A.} = \frac{s_{in}}{s_{out}} \tag{5.20}$$

โดยถ้า $\text{M.A.} > 1$ แสดงว่าเครื่องกลนั้นช่วยผ่อนแรง

$\text{M.A.} \leq 1$ แสดงว่าเครื่องกลนั้นไม่ช่วยผ่อนแรง

ข้อสังเกต

สมการ (5.19) ใช้ได้ในกรณีเครื่องกลมีประสิทธิภาพ 100 เปอร์เซ็นต์

รอก

รอกเป็นเครื่องกลที่นิยมใช้กันมากในโรงงาน และในงานสนาม เช่น การซ่อมเครื่องยนต์ การซ่อมหรือวางท่อประปา ท่อระบายน้ำ จะเห็นว่ามีการใช้รอกช่วยในการยกวัตถุที่มีมวลมาก ๆ รอกนี้มักจะติดตั้งอยู่กับปั้นจั่นหรือคาน

พิจารณาการทำงานของรอกเดี่ยวตายตัวในรูป 5.20 เมื่อออกแรง $\vec{F}$ ดึงเชือกที่คล้องผ่านรอกเป็นระยะทาง s ทำให้วัตถุมวล m เคลื่อนที่ได้ระยะทาง s เท่ากัน ดังนั้นงานที่ให้แก่รอก คือ Fs ส่วนงานที่ได้จากรอก คือ mgs ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้

$$\text{งานที่ให้กับรอก} = \text{งานที่ได้รับจากรอก}$$

$$Fs = mgs$$

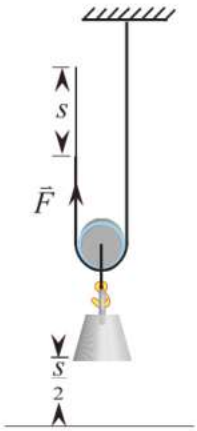
นั่นคือเราต้องออกแรงดึงเชือกเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ เมื่อพิจารณาการได้เปรียบเชิงกล จะได้ว่า

$$\text{M.A.} = \frac{mg}{F} = 1$$

ดังนั้นรอกเดี่ยวตายตัวจึงไม่ช่วยในการผ่อนแรง แต่ช่วยให้เราทำงานได้สะดวกขึ้นเนื่องจากการดึงเชือกลงผ่านรอกเดี่ยวตายตัวเพื่อยกวัตถุให้เคลื่อนที่ขึ้นง่ายกว่าการดึงวัตถุขึ้นตรง ๆ โดยไม่ผ่านรอก นอกจากนี้หากต้องการยกวัตถุให้สูงขึ้นโดยไม่ผ่านรอกเดี่ยวตายตัว ผู้ดึงจะต้องอยู่ในระดับที่สูงกว่าวัตถุด้วยจึงจะสามารถดึงวัตถุขึ้นได้ ซึ่งอาจไม่สะดวกนักในการทำเช่นนั้น

รูป 5.20 รอกเดี่ยวตายตัว

พิจารณาการทำงานของรอกเดี่ยวเคลื่อนที่ในรูป 5.21 เมื่อออกแรง $\vec{F}$ ดึงเชือกที่คล้องผ่านรอกเป็นระยะทาง s จะทำให้วัตถุมวล m เคลื่อนที่ได้ระยะทางเพียง $\frac{s}{2}$ เท่านั้น



รูป 5.21 รอกเดี่ยวเคลื่อนที่

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้

งานที่ให้กับรอก = งานที่ได้รับจากรอก

$$Fs = mg\left(\frac{s}{2}\right)$$

จะได้ว่า $F = \frac{mg}{2}$ นั่นคือเราสามารถยกวัตถุขึ้นได้โดยออกแรงดึงเชือกเพียงครึ่งหนึ่งของน้ำหนักวัตถุเท่านั้น ซึ่งต่างจากกรณีของรอกเดี่ยวตายตัวที่เราต้องออกแรงดึงเชือกเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ การได้เปรียบเชิงกลของรอกเดี่ยวเคลื่อนที่พิจารณาได้จาก

$$\text{M.A.} = \frac{F_{\text{out}}}{F_{\text{in}}} = \frac{mg}{F} = \frac{mg}{mg/2} = 2$$

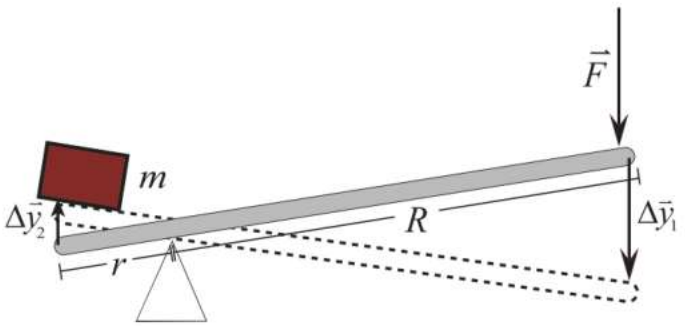
หรือ

$$\text{M.A.} = \frac{s_{\text{in}}}{s_{\text{out}}} = \frac{s}{s/2} = 2$$

ดังนั้นรอกเดี่ยวเคลื่อนที่จึงช่วยผ่อนแรงเนื่องจากเราออกแรงเพียงครึ่งหนึ่งของน้ำหนักวัตถุเท่านั้น อย่างไรก็ตาม หากเราต้องการยกวัตถุให้สูงขึ้นจากพื้นเป็นระยะ s เราจะต้องดึงเชือกเป็นระยะ $2s$ จะเห็นได้ว่า ถึงแม้เราจะออกแรงน้อยลง แต่ก็ต้องออกแรงเป็นระยะทางมากขึ้น เนื่องจากงานที่เราได้จากเครื่องกลเท่ากับงานที่เราให้กับเครื่องกล ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

คาน

คานเป็นเครื่องกลที่ใช้กันทั่วไป เช่น ชะแลง ค้อนงัดตะปู คีม กรรไกร ตะเกียบ การทำงานของคานใช้หลักของงาน เช่นเดียวกับการทำงานของรอก กล่าวคือมี แรงกดปลายคานในทิศทางลง เพื่อยกวัตถุขึ้น ดังรูป 5.22 ซึ่งเป็นการออกแรง $\vec{F}$ มีการกระจัด $\Delta\vec{y}_1$ ทำให้วัตถุมวล m มีการกระจัด $\Delta\vec{y}_2$



รูป 5.22 ตัวอย่างเครื่องกลประเภทคาน

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

งานที่ให้กับคาน = งานที่คานยกวัตถุ

$$F\Delta y_1 = mg\Delta y_2$$

$$\frac{mg}{F} = \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างด้านของสามเหลี่ยมคล้าย จะได้

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{R}{r}$$

นั่นคือ

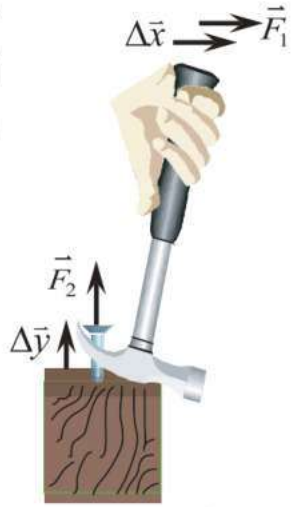
$$\frac{mg}{F} = \frac{R}{r}$$

การได้เปรียบเชิงกลของคาน เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{mg}{F}$$

$$= \frac{R}{r}$$

ในกรณีของค้อน การทำงานของค้อนเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน เช่น ในการใช้ค้อนงัดตะปู มีการออกแรง $\vec{F}_1$ กระทำต่อด้ามค้อนให้เคลื่อนที่จนมีการกระจัด $\Delta\vec{x}$ ทำให้ค้อนส่งแรง $\vec{F}_2$ กระทำต่อตะปูให้เคลื่อนที่ออกมีการกระจัด ดังรูป 5.23



รูป 5.23 การออกแรงงัดตะปู

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

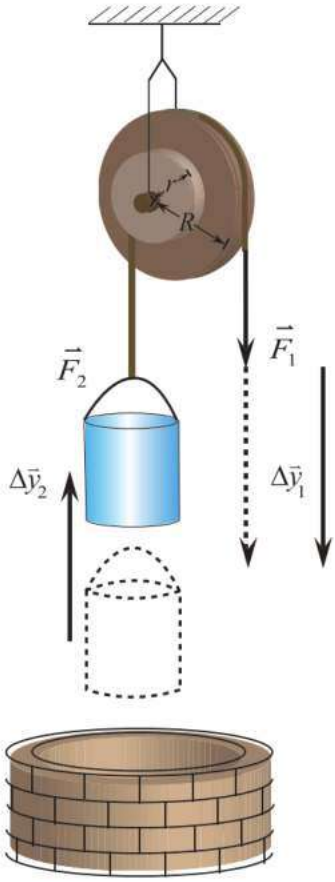
$$\text{งานที่ให้กับค้อน} = \text{งานที่ได้รับจากค้อน}$$

$$F_1\Delta x = F_2\Delta y$$

ล้อกับเพลา

ล้อกับเพลาเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่องจักรกลชนิดต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น รถยนต์ เครื่องกลึง สว่านไฟฟ้า เลื่อยไฟฟ้า เครื่องกำเนิดไฟฟ้า พัดลม เครื่องผสมอาหาร ฯลฯ เพราะการทำงานของเครื่องจักรนั้นจะใช้การหมุนเป็นส่วนใหญ่ โดยต้นกำลังที่ใช้คือเครื่องยนต์ กังหันน้ำ กังหันไอน้ำ กังหันแก๊ส และมอเตอร์ไฟฟ้า ซึ่งทำงานด้วยการหมุนทั้งสิ้น การนำกำลังจากต้นกำลังมาใช้งาน ก็ต้องใช้ระบบล้อกับเพลา ระบบเกียร์ ระบบสายพาน มาช่วยในการทำงาน

จากตัวอย่างระบบล้อเพลาที่ใช้ตักน้ำขึ้นจากบ่อน้ำ ดังรูป 5.24 ถ้าออกแรง $\vec{F}_1$ ให้กับเครื่องกลมีการกระจัด $\Delta\vec{y}_1$ เครื่องกลทำให้แรง $\vec{F}_2$ มีการกระจัด $\Delta\vec{y}_2$



รูป 5.24 ล้อกับเพลา

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

$$\text{งานที่ให้กับล้อ} = \text{งานที่ได้จากเพลา}$$

$$F_1\Delta y_1 = F_2\Delta y_2$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2}$$

คิดการหมุนล้อและเพลาหนึ่งรอบ จะได้

$$\Delta y_1 = 2\pi R$$

$$\Delta y_2 = 2\pi r$$

นั่นคือ

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{R}{r}$$

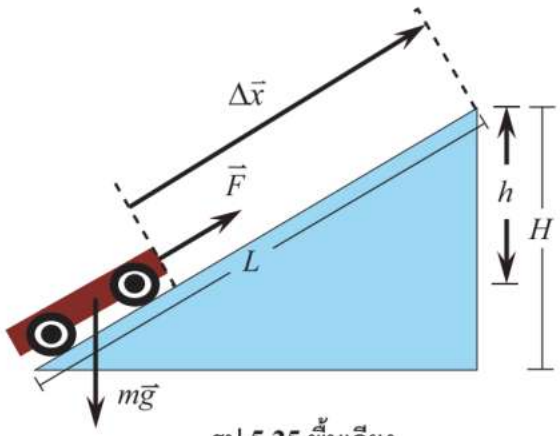
การได้เปรียบเชิงกลของล้อกับเพลา เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{F_2}{F_1}$$
$$= \frac{R}{r}$$

พื้นเอียง

พื้นเอียงเป็นเครื่องกลที่มีอยู่ทั่วไปจนเราไม่เคยนึกว่าเป็นเครื่องกล เช่น ถนนที่ขึ้นและลงจากที่สูง บันไดเอียง ทางขึ้นและลงจากเนิน ฯลฯ ถ้าไม่มีทางเหล่านี้ การนำวัตถุ เช่น รถยนต์ ตัวคน สิ่งของที่มีมวลมากขึ้นไปยังตำแหน่งที่สูงหรือต่ำจากเดิมต้องใช้แรงอย่างมาก

การที่มีถนนเอียง บันไดเอียง ช่วยให้การเคลื่อนที่ไปยังที่สูงกว่าหรือที่ต่ำกว่าเป็นไปได้ง่ายไม่ต้องใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องกลอื่นใดมาช่วย



รูป 5.25 พื้นเอียง

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

งานที่ใช้ดึงรถ = งานที่ใช้ในการยกรถขึ้นในแนวดิ่ง

$$F\Delta x = mgh$$
$$\frac{mg}{F} = \frac{\Delta x}{h}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างด้านของสามเหลี่ยมคล้าย จะได้

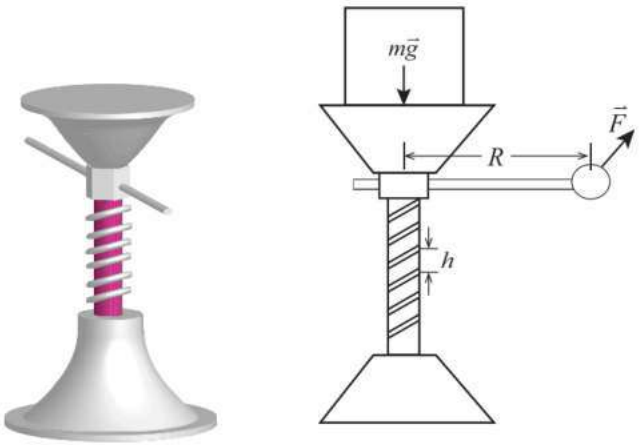
$$\frac{\Delta x}{h} = \frac{L}{H}$$

การได้เปรียบเชิงกลของพื้นเอียง เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{mg}{F}$$
$$= \frac{L}{H}$$

สกรู

สกรูเป็นเครื่องกลที่มีหลักการทำงานคล้ายกับพื้นเอียง กล่าวคือแทนที่จะให้วัตถุเคลื่อนที่บนพื้นเอียง ก็ให้สกรูเป็นตัวเคลื่อนที่แทน ตัวอย่างที่พบเห็นกันทั่วไปคือ การใช้แม่แรงยกรถแบบสกรู (นอกจากนี้ยังมีแม่แรงแบบไฮดรอลิก ซึ่งการทำงานแตกต่างจากแบบสกรู)



รูป 5.26 ตัวอย่างของสกรู

ออกแรง $\vec{F}$ ที่ปลายคานซึ่งมีรัศมี R เพื่อยกวัตถุมวล โดยมีระยะเกลียวเท่ากับ h
ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล จะได้

งานที่ใช้หมุนสกรูหนึ่งรอบ = งานที่ใช้ในการยกรถในแนวดิ่งได้ระยะ 1 เกลียว

$$F \times 2\pi R = mgh$$

$$\frac{mg}{F} = \frac{2\pi R}{h}$$

การได้เปรียบเชิงกลของสกรู เขียนได้ดังสมการ

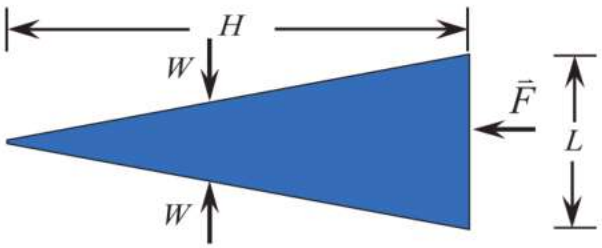
$$\text{M.A.} = \frac{mg}{F}$$

$$= \frac{2\pi R}{h}$$

นอกจากการยกรถแล้ว สกรูยังใช้กันมากในโรงงานและอุปกรณ์ทั่วไป เช่น นอตยึดคานไม้เข้ากับเสา ปากกาจับชิ้นงานสำหรับงานตะไบ งานเจาะ สกรูยึดเครื่องยนต์ นอตยึดวัสดุต่าง ๆ เข้าด้วยกัน

ลิ่ม

ลิ่มเป็นเครื่องกลรูปร่างสามเหลี่ยม ใช้สำหรับทำให้วัตถุแยกออกจากกัน ใช้หนุนวัตถุ หรือใช้ตรึงวัตถุให้อยู่กับที่ก็ได้



รูป 5.27 ลิ่ม

เมื่อออกแรง $\vec{F}$ กระทำต่อลิ่มให้เคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อวัตถุเป็นระยะ H ทำให้วัตถุแยกออกจากกันเป็นระยะ L โดยมีแรงต้านภายในเนื้อวัตถุเท่ากับ $\overline{W}$

ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล จะได้

$$\text{งานที่ให้กับลิ่ม} = \text{งานที่ได้จากลิ่ม}$$

$$FH = WL$$

การได้เปรียบเชิงกลของลิ่ม เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{W}{F}$$

$$= \frac{H}{L}$$

จะเห็นว่าถ้าให้ความยาวของลิ่ม (H) มาก ๆ เมื่อเทียบกับความกว้างของสันลิ่ม (L) จะทำให้เราสามารถเจาะเข้าไปหรือแยกเนื้อวัตถุให้ออกจากกันได้ง่ายโดยออกแรงเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เช่น การใช้เข็มทิ่มเข้าไปในเนื้อวัตถุ ตัวอย่างเครื่องมือเครื่องใช้ที่ใช้หลักการของลิ่ม เช่น ขวาน มีด เข็ม ส้อม ตะปู เป็นต้น

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าการทำงานของเครื่องกลอย่างง่ายถือว่าไม่มีการสูญเสียพลังงาน ซึ่งจัดเป็นเครื่องกลในอุดมคติ คือมีประสิทธิภาพเท่ากับ 1 หรือ 100 เปอร์เซ็นต์ ในทางปฏิบัติ เครื่องกลจะมีประสิทธิภาพน้อยกว่าที่กล่าวถึงข้างต้น กล่าวคือ งานที่ได้รับจากเครื่องกลจะน้อยกว่างานที่ให้กับเครื่องกล เนื่องจากมีการสูญเสียพลังงาน เช่น การสูญเสียพลังงานในรูปงานของแรงเสียดทาน หรือพลังงานอื่นที่ไม่ได้ใช้ประโยชน์

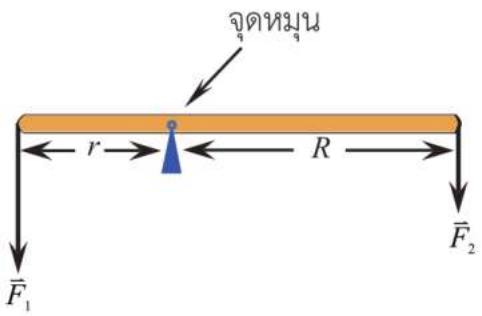
โดยสรุป ในการอธิบายการทำงานของเครื่องกล ประสิทธิภาพของเครื่องกลในทางปฏิบัติจะน้อยกว่าประสิทธิภาพของเครื่องกลในอุดมคติ

5.6.3 หลักการของสมดุลกลกับเครื่องกลอย่างง่าย

ในทำนองเดียวกับการใช้หลักการของงานมาอธิบายการทำงานของเครื่องกล เราสามารถใช้หลักการของสมดุลกลจากที่ได้ศึกษาในบทที่ 4 มาอธิบายการทำงานของเครื่องกลอย่างง่ายบางชนิดได้เช่นเดียวกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

คาน

พิจารณาหลักการทำงานของคานขณะคานอยู่ในสมดุล



รูป 5.28 การทำงานของคาน

นั่นคือ $$\sum \vec{F} = 0$$

และ $$\sum M = 0$$

คิดโมเมนต์รอบจุดหมุน

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก (+) ส่วนโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายลบ (–) จะได้ว่า

$$F_1 r - F_2 R = 0$$

$$F_1 r = F_2 R$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R}{r}$$

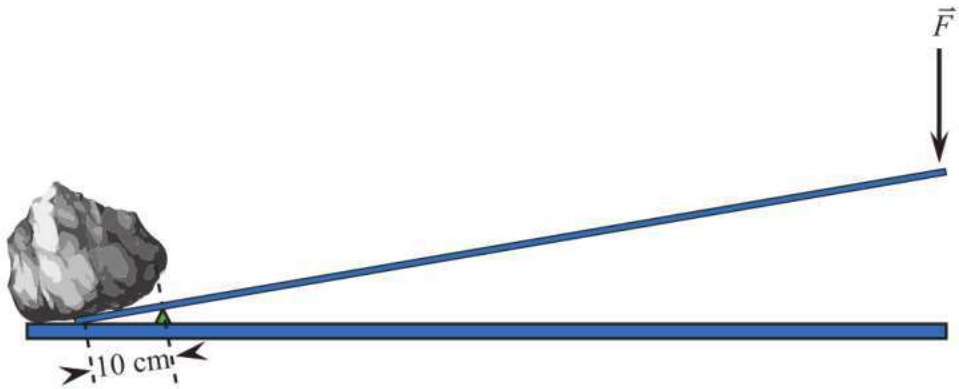
การได้เปรียบเชิงกลของคาน เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$= \frac{R}{r}$$

เมื่อ F_1 เป็นขนาดของแรงที่ได้จากเครื่องกล และ F_2 เป็นขนาดของแรงกระทำ นั่นคือ การได้เปรียบเชิงกลเป็นปริมาณที่บอกให้ทราบว่าขนาดของแรงที่ได้จากเครื่องกล (F_1) เป็นกี่เท่าของแรงที่เรากระทำ (F_2) เครื่องผ่อนแรง คือ เครื่องกลที่มีการได้เปรียบเชิงกลมากกว่าหนึ่ง ทำให้เราสามารถยกของที่มีน้ำหนักมากโดยใช้แรงที่น้อยกว่าน้ำหนักของวัตถุนั้น

ตัวอย่าง 5.18 ใช้คานยาว 1 เมตร งัดก้อนหินมวล 108 กิโลกรัม โดยจัดให้ไม้หมอนหนุนอยู่ด้านล่างของคานห่างปลายคานด้านที่จะงัดก้อนหิน 10 เซนติเมตร ดังรูป จะต้องออกแรงกดที่ปลายคานเท่าใด

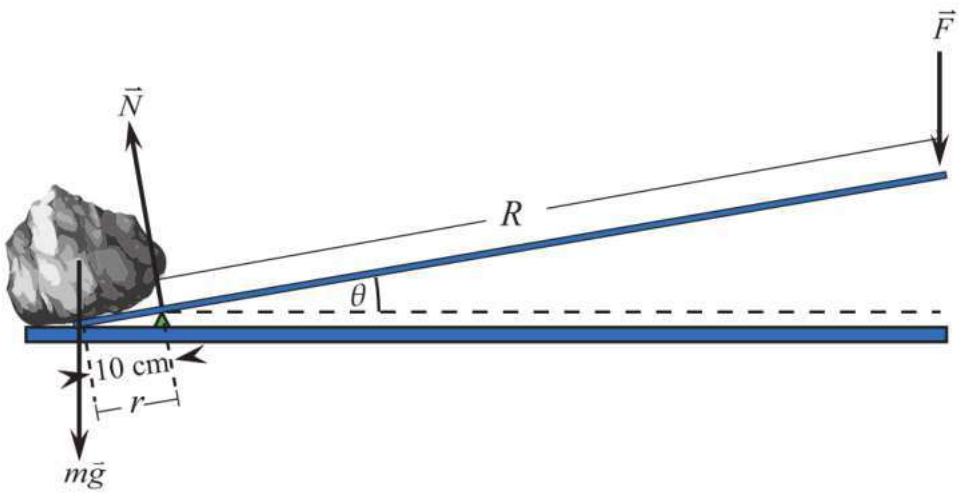


รูป ประกอบตัวอย่าง 5.18

แนวคิด แสดงแรงที่กระทำต่อคาน คือ $m\vec{g}, \vec{F}$ และ $\vec{N}$

ขณะที่คานงัดก้อนหิน จะใช้หลักสมดุลต่อการหมุนโดยได้ว่า $\sum M = 0$ หรือหลักของงาน

วิธีทำ



คิดโมเมนต์รอบจุดที่ไม้หมอนหนุน ขณะที่ก้อนหินจะถูกงัดขึ้น
โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาเท่ากับโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา จะได้ว่า

$$mgr = FR$$

$$F = \frac{mgr}{R}$$

$$= \frac{(108\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(10\times10^{-2}\text{m})}{(90\times10^{-2}\text{m})}$$

$$= 117.6\ \text{N}$$

ตอบ จะต้องออกแรงกดที่ปลายคานเท่ากับ 117.6 นิวตัน

รอก

พิจารณาหลักการทำงานของรอกขณะรอกอยู่ในสมดุล

นั่นคือ $$\sum \vec{F} = 0$$

พิจารณาที่รอก (โดยถือว่ารอกเบา และรอกหมุนคล่อง) ในที่นี้ไม่มีแรงองค์ประกอบในแนวแกน x มีแต่แรงองค์ประกอบในแนวแรงแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นมีเครื่องหมายบวก (+) แรงที่มีทิศลงมีเครื่องหมายลบ (–)

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

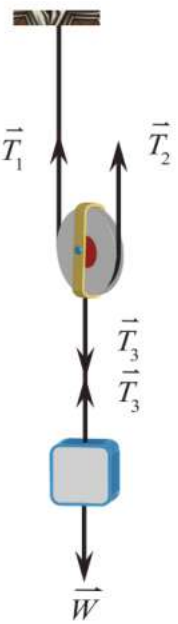
$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0$$

$$T_1 + T_2 - T_3 = 0$$

เนื่องจาก $T_1 = T_2$ เพราะว่าเป็นแรงดึงของเชือกเส้นเดียวกันให้เท่ากับ T

$$2T = T_3$$

$$T = \frac{T_3}{2} \qquad \text{(g)}$$



รูป 5.29 รอกเดี่ยวเคลื่อนที่

พิจารณาที่วัตถุ

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T_3 - W = 0$$

$$T_3 = W$$

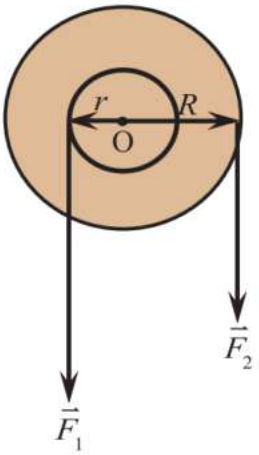
แทน T_3 ลงใน (g)

จะได้ $$T = \frac{W}{2}$$

ในกรณีนี้มีการได้เปรียบเชิงกลเป็นสอง $(\frac{W}{T} = 2)$ ทำให้เราสามารถยกของที่มีน้ำหนักมากโดยใช้แรงเพียงครึ่งเดียวของน้ำหนักที่ยก

ล้อกับเพลา

พิจารณาหลักการทำงานของล้อกับเพลาขณะล้อกับเพลาอยู่ในสมดุล



รูป 5.30 การทำงานของล้อกับเพลา

นั่นคือ $\sum \bar{F} = 0$ และ $\sum M = 0$

คิดโมเมนต์รอบจุดหมุน O

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก (+) โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายลบ (–)

$$F_1 r - F_2 R = 0$$

$$F_1 r = F_2 R$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R}{r}$$

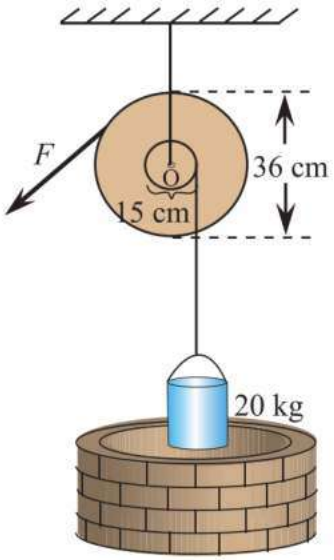
การได้เปรียบเชิงกลของล้อกับเพลา เขียนได้ดังสมการ

$$\text{M.A.} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$= \frac{R}{r}$$

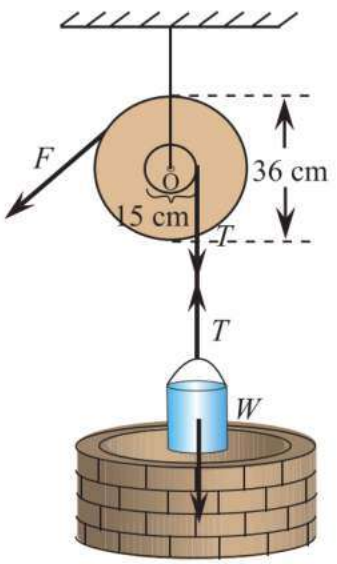
จะเห็นว่าการทำงานของล้อกับเพลาจะเหมือนกับการทำงานของคาน

ตัวอย่าง 5.19 ในการดึงน้ำขึ้นจากบ่อลึกด้วยล้อกับเพลาดังรูป ล้อมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 36 เซนติเมตร และเพลามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร หากถังน้ำที่ต้องการดึงขึ้นมีมวล 20 กิโลกรัม แรงอย่างน้อยที่ต้องดึงเชือกพันล้อต้องเป็นเท่าใด (กำหนดให้ล้อกับเพลามีความฝืดน้อย)



รูป ประกอบตัวอย่าง 5.19

แนวคิด แสดงแรงที่กระทำต่อล้อกับเพลา และแรงที่กระทำต่อวัตถุ
พิจารณาที่วัตถุ คิดว่าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว



วิธีทำ เมื่อวัตถุอยู่ในสมดุล $\sum \vec{F} = 0$ ในที่นี้ไม่มีแรงองค์ประกอบในแนวแกน x มีแต่แรงองค์ประกอบในแนวแรงแกน y ให้แรงที่มีทิศขึ้นมีเครื่องหมายบวก (+) แรงที่มีทิศลงมีเครื่องหมายลบ (–)

พิจารณาที่วัตถุ $\sum \vec{F}_y = 0$

จะได้ว่า $T - W = 0$

เพราะฉะนั้น $T = W = (20\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 196\ \text{N}$

พิจารณาที่ล้อกับเพลา $\sum M = 0$

ให้โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายบวก (+) โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายลบ (–)
คิดโมเมนต์ที่แกนหมุนรอบจุด O

$$\sum M = 0$$

$$(F)\left(\frac{36}{2}\times 10^{-2}\,\text{m}\right) - (196\,\text{N})\left(\frac{15}{2}\times 10^{-2}\,\text{m}\right) = 0$$

$$F = 81.7\ \text{N}$$

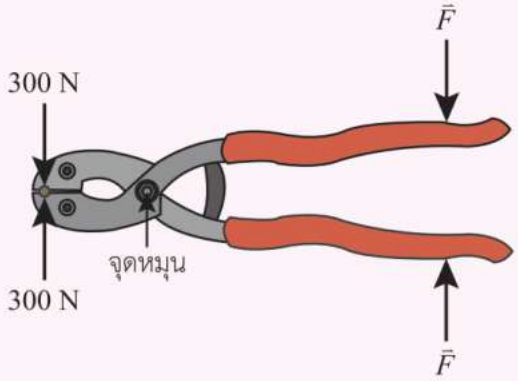
ตอบ ใช้แรงอย่างน้อย 81.7 นิวตัน เมื่อล้อกับเพลามีความฝืดน้อยและไม่คิดมวลของเชือก

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 5.6

1. ประสิทธิภาพของเครื่องกลและการได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลแตกต่างกันอย่างไร
2. เพราะเหตุใด เครื่องกลมักมีประสิทธิภาพน้อยกว่าร้อยละ 100
3. การได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลอย่างง่ายชนิดหนึ่งมีค่ามากกว่า 1 แสดงว่าเครื่องกลนั้น
   ก. ช่วยผ่อนแรง ข. ไม่ช่วยผ่อนแรง ค. ช่วยให้ทำงานสะดวกขึ้นแต่ไม่ผ่อนแรง
4. อุปกรณ์ใดในบ้านที่จะต้องอาศัยหลักการทำงานของคาน
5. อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่อไปนี้ เป็นเครื่องกลอย่างง่ายหรือไม่ ถ้าเป็นจัดอยู่ในประเภทใด
   ก. กรรไกรตัดเล็บ ข. มีด ค. ไม้กวาดพื้น ง. กรรไกรตัดหญ้า

แบบฝึกหัด 5.6

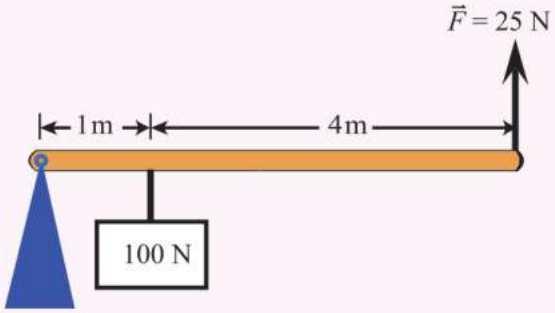
1. กรรไกรตัดลวดมีระยะระหว่างลวดและจุดหมุน 5 เซนติเมตร และระยะระหว่างมือที่กดกับจุดหมุน 15 เซนติเมตร ดังรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.6 ข้อ 1

ถ้าต้องการตัดลวดที่ทนแรงกระทำได้ 300 นิวตัน จะต้องออกแรงกด $\vec{F}$ อย่างน้อยเท่าใด ลวดจึงจะขาด

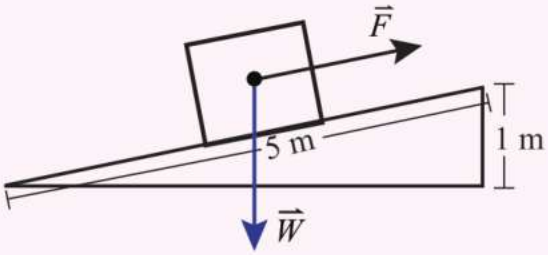
2. จากรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.6 ข้อ 2

จงหาการได้เปรียบเชิงกลของคานเบา

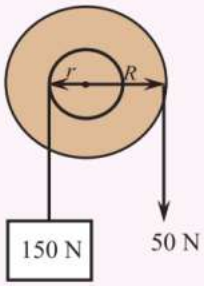
3. จากรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.6 ข้อ 3

จงหาการได้เปรียบเชิงกลของพื้นเอียงที่ยาว 5 เมตร สูง 1 เมตร

4. จากรูป



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 5.6 ข้อ 4

จงหาการได้เปรียบเชิงกลของล้อกับเพลา

5. จากรูปในข้อ 2. คานมีประสิทธิภาพเท่าใด
6. จากรูปในข้อ 3. ถ้าวัตถุมีน้ำหนัก 200 นิวตัน ถูกแรงขนาด 50 นิวตันกระทำให้เคลื่อนที่ไปตามพื้นเอียง จงหาประสิทธิภาพของพื้นเอียง
7. จากรูปในข้อ 4. ถ้าล้อกับเพลาไม่มีความฝืด และล้อมีรัศมี 0.3 เมตร เพลามีรัศมีเท่าใด

สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน

5.1 งานเนื่องจากแรงคงตัว

- งานเนื่องจากแรงคงตัวที่มีทิศเดียวกับการกระจัดหาได้จาก $W = F\Delta x$
- งานเนื่องจากแรงคงตัวที่ไม่มีทิศเดียวกับการกระจัดหาได้จาก $W = F\Delta x\cos\theta$

5.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงตัว

- งานเนื่องจากแรงไม่คงตัวที่เปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอ หาได้จากผลคูณระหว่างแรงเฉลี่ยในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุกับการกระจัด
- งานของแรงที่กระทำต่อวัตถุหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงในแนวการเคลื่อนที่กับตำแหน่ง โดยแรงที่กระทำอาจเป็นแรงคงตัวหรือไม่คงตัวก็ได้

5.3 กำลัง

- งานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เรียกว่า กำลัง
- กำลังเฉลี่ย หาได้จากสมการ $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$

5.4 พลังงานกล

- พลังงาน เป็น ปริมาณที่บอกถึง ความสามารถในการทำงาน
- พลังงานจลน์เป็นพลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ หาได้จากสมการ $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
- งานและพลังงานจลน์มีความสัมพันธ์กัน โดยงานของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป ตามทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ เขียนแทนได้ด้วยสมการ $W = \Delta E_k$
- พลังงานศักย์เป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งหรือรูปร่างของวัตถุ แบ่งออกเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วง หาได้จากสมการ $E_p = mgh$ และพลังงานศักย์ยืดหยุ่น หาได้จากสมการ $E_{p_s} = \frac{1}{2}kx^2$
- พลังงานกลเป็นผลรวมของพลังงานจลน์กับพลังงานศักย์ตามสมการ $E = E_k + E_p$

5.5 การอนุรักษ์พลังงานกล

- แรงที่ทำให้เกิดงานโดยงานของแรงนั้นไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ เช่น แรงโน้มถ่วงและแรงสปริง เรียกว่า แรงอนุรักษ์
- ถ้างานที่เกิดขึ้นกับวัตถุมีเฉพาะงานเนื่องจากแรงอนุรักษ์เท่านั้น พลังงานกลของวัตถุจะคงตัว ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงานกล
- กฎการอนุรักษ์พลังงานกลใช้วิเคราะห์การเคลื่อนที่ต่าง ๆ เช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ติดสปริง การเคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วงของโลก

- พลังงานรวมของระบบจะไม่สูญหาย แต่อาจเปลี่ยนจากพลังงานหนึ่งไปเป็นอีกพลังงานหนึ่ง เรียกว่า กฎการอนุรักษ์พลังงาน

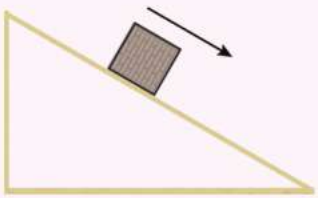
5.6 เครื่องกลอย่างง่าย

- การทำงานของเครื่องกลอย่างง่าย ได้แก่ คาน รอก พื้นเอียง ลิ่ม สกรู และ ล้อกับเพลา สามารถอธิบายโดยใช้หลักของงานหรือสมดุลกล
- ประสิทธิภาพของเครื่องกลอย่างง่ายคำนวณได้จากสมการ $\text{Efficiency} = \frac{W_{\text{out}}}{W_{\text{in}}} \times 100\%$
- การได้เปรียบเชิงกลของเครื่องกลอย่างง่ายคำนวณได้จากสมการ $\text{M.A.} = \frac{F_{\text{out}}}{F_{\text{in}}}$
- ในกรณีเครื่องกลมีประสิทธิภาพ 100 เปอร์เซ็นต์ $\text{M.A.} = \frac{F_{\text{out}}}{F_{\text{in}}} = \frac{s_{\text{in}}}{s_{\text{out}}}$

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5

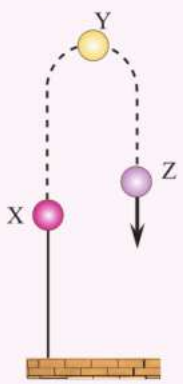
คำถาม

1. การเข็นรถไปตามพื้นราบและการเข็นรถไปตามพื้นเอียงด้วยอัตราเร็วคงตัวในระยะทางเท่ากัน กรณีใดต้องทำงานมากกว่า เพราะเหตุใด ถ้าถือว่าแรงเสียดทานที่กระทำต่อรถทั้งสองกรณีมีขนาดเท่ากัน
2. แรงที่เชือกดึงวัตถุเข้าสู่ศูนย์กลางที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบหนึ่งรอบบนพื้นลื่นทำให้เกิดงานหรือไม่ เพราะเหตุใด
3. กล่องใบหนึ่งไถลลงมาตามพื้นเอียงที่มีความฝืดดังรูป งานของแรงแต่ละแรงที่กระทำต่อกล่องขณะที่ไถลลงมานั้นมีค่าเป็น บวก ลบ หรือ ศูนย์



รูป ประกอบคำถามข้อ 3

4. จากข้อ 3. ถ้ากล่องไถลขึ้นพื้นเอียง งานของแรงแต่ละแรง จะเปลี่ยนเครื่องหมายหรือไม่
5. จงอธิบายให้เห็นว่า เมื่อโยนวัตถุขึ้นไปในแนวดิ่งจนกระทั่งวัตถุกลับมาที่ตำแหน่งเดิม (การกระจัดเป็นศูนย์) งานของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุตั้งแต่เริ่มโยนจนกลับมาที่ตำแหน่งเดิมมีค่าเป็นศูนย์
6. โยนวัตถุ ขึ้นตามแนวดิ่ง เมื่อขึ้นไปถึงจุดสูงสุด วัตถุตกกลับมาดังรูป



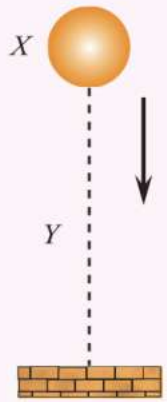
รูป ประกอบคำถามข้อ 6

X Y และ Z เป็นตำแหน่งต่าง ๆ ของวัตถุขณะอยู่สูงจากพื้น จงเปรียบเทียบ

ก. พลังงานจลน์ของวัตถุที่ตำแหน่ง X Y และ Z

ข. พลังงานกลของวัตถุที่ตำแหน่ง X Y และ Z

7. ปล่อยลูกกลมอันหนึ่งจากจุด X ตกสู่พื้นตามแนวดิ่งผ่านจุด Y ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างตำแหน่ง X กับพื้น ถ้าให้ E_p เป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ และ E_k เป็นพลังงานจลน์ของวัตถุที่ตำแหน่ง Y จงหาความสัมพันธ์ของ E_p และ E_k

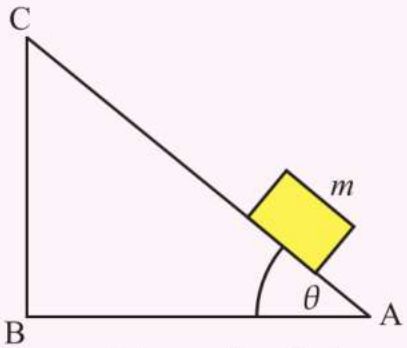


รูป ประกอบคำถามข้อ 7

8. การกระโดดบันจี (bungee jump) เกี่ยวข้องกับพลังงานใดบ้าง ณ เวลาต่าง ๆ
9. กรณีต่อไปนี้ มีการเปลี่ยนพลังงานอย่างไร
   ก. เสียงจากโทรศัพท์เคลื่อนที่
   ข. แก้วหล่นจากโต๊ะกระทบพื้น
   ค. ไมโครเวฟทำให้น้ำเดือด
   ง. เมื่อเหยียบเบรกรถที่กำลังแล่น จนรถหยุดนิ่ง
10. ยกตัวอย่างเครื่องกลอย่างง่ายที่เคยใช้ หรือใช้เป็นประจำในชีวิตประจำวันมา 3 อย่าง พร้อมอธิบายหลักการทำงาน

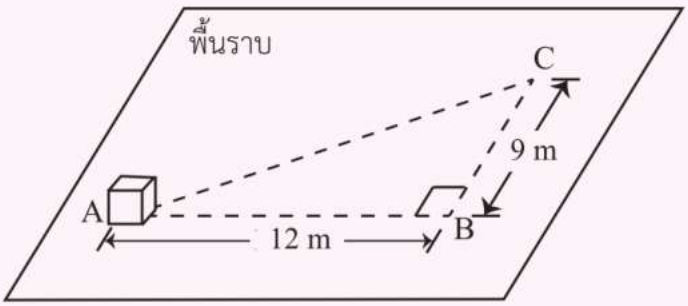
ปัญหา

1. งานในการเคลื่อนมวล m จาก A ไป C ดังรูป มีค่าเท่าใด



รูป ประกอบปัญหาข้อ 1

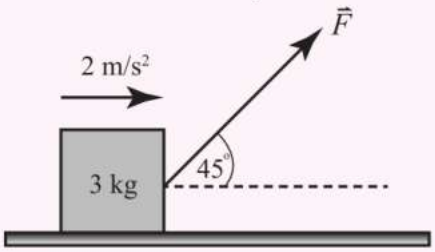
2. จงหางานที่ใช้ในการลากกระสอบข้าวสารมวล 100 กิโลกรัม ไปบนพื้นราบเป็นระยะทาง 15.0 เมตร ด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นกับกระสอบข้าวสารเท่ากับ 0.05
3. แรงคงตัว 5.0 นิวตัน กระทำอย่างต่อเนื่องกับวัตถุมวล 2.0 กิโลกรัม ที่อยู่นิ่งบนพื้นราบลื่นให้เคลื่อนที่ จงหา
   ก. งานที่แรงนี้ทำในเวลา 2.0 วินาทีแรก
   ข. งานที่แรงนี้ทำในระหว่างวินาทีที่ 9 และวินาทีที่ 10
4. A, B และ C เป็นตำแหน่งใด ๆ บนพื้นระดับโดยที่ระยะ AB ยาว 12 เมตร ระยะ BC ยาว 9 เมตร โดยมุม ABC เท่ากับ 90 องศา ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 4

ในการลากวัตถุก้อนหนึ่งเป็นแนวตรงจาก A ถึง C ต้องใช้แรง $\vec{F}$ เท่าใด งานของแรงนั้นจึงจะเท่ากับงานของแรงขนาด 20 นิวตัน ซึ่งลากวัตถุจาก A ไป B และจาก B ไป C โดยแรงมีทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่

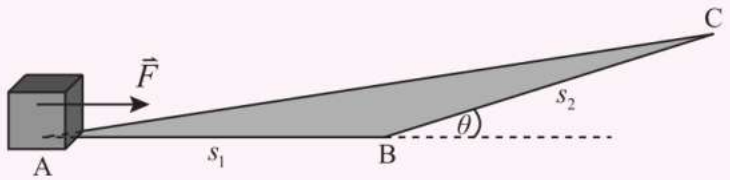
5. ออกแรง $\vec{F}$ ในแนวทำมุม 45 องศากับแนวระดับ ลากวัตถุมวล 3 กิโลกรัม จากหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่บนพื้นระดับด้วยความเร่ง 2 เมตรต่อวินาที^{2} ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 5

งานของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุในช่วง 10 วินาทีแรก มีค่าเท่าใด

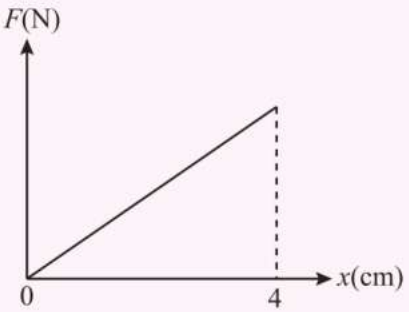
6. แรง $\vec{F}$ คงตัวทั้งขนาดและทิศทางกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปบนพื้นราบจากจุด A ไปยังจุด C โดยผ่านจุด B ถ้าระยะ AB มีค่า s_1 ระยะ BC มีค่า s_2 และ BC ทำมุม θ กับแนวเส้นตรง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 6

จงหางานทั้งหมดเนื่องจากแรงคงตัวนี้

7. หย่อนเชือกที่ผูกติดกับวัตถุมวล m ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลงมาด้วยความเร่งคงตัว a และขนาดของการกระจัดเป็น s งานเนื่องจากแรงที่คนดึงเชือกมีค่าเท่าใด
8. กราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงปลายสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก เป็นดังรูป

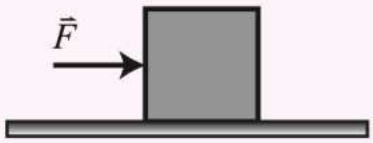


รูป ประกอบปัญหาข้อ 8

ค่าคงตัวสปริงมีค่าเท่าใด ถ้างานของแรงดึงที่ทำให้สปริงมีการกระจัด 4 เซนติเมตร จากตำแหน่งสมดุลมีค่าเป็น 24 มิลลิจูล

9. นักกายกรรมหนัก 600 นิวตัน ไต่เชือกที่แขวนอยู่ในแนวดิ่งขึ้นไปสูง 10.0 เมตร จากพื้นดิน จงหา
   ก. งานที่นักกายกรรมทำเมื่อถึงจุดสูงสุด
   ข. กำลังเฉลี่ยที่เขาใช้ ถ้าอัตราเร็วเฉลี่ยในการไต่เชือกของเขาเท่ากับ 0.50 เมตรต่อวินาที
   ค. พลังงานจลน์เฉลี่ยขณะที่เขากำลังเคลื่อนที่
   ง. พลังงานศักย์โน้มถ่วงเมื่อเขาอยู่ที่จุดสูง 10.0 เมตร จากพื้นดิน
10. เครื่องสูบน้ำ สูบน้ำมวล 3600 กิโลกรัม ขึ้นจากบ่อลึก 10 เมตร ในเวลา 1 ชั่วโมง แล้วฉีดน้ำออกไปด้วยอัตราเร็ว 20 เมตรต่อวินาที จงหากำลังของเครื่องสูบน้ำ

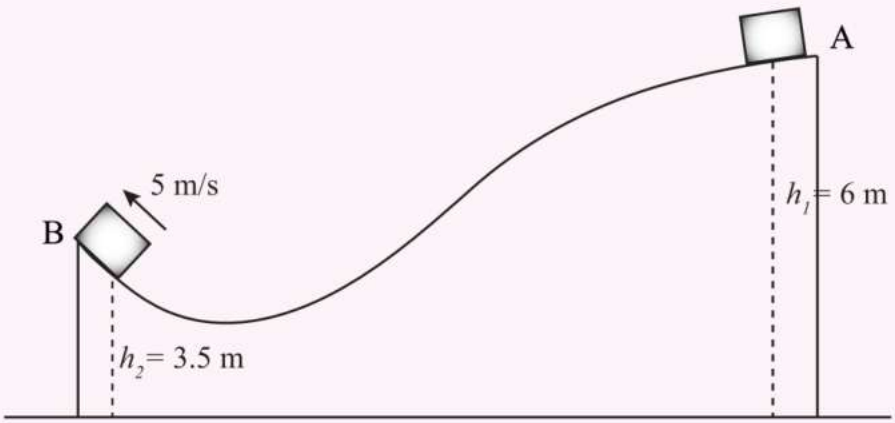
11. กล่องใบหนึ่ง ถูกแรง $\vec{F}$ กระทำจากหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นระดับด้วยความเร่งคงตัว ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 11

ถ้าเวลาผ่านไป t กล่องมีความเร็ว $\bar{v}$ กำลังเฉลี่ยของแรง $\vec{F}$ ที่กระทำต่อตู้ในช่วงเวลา t เป็นเท่าใด

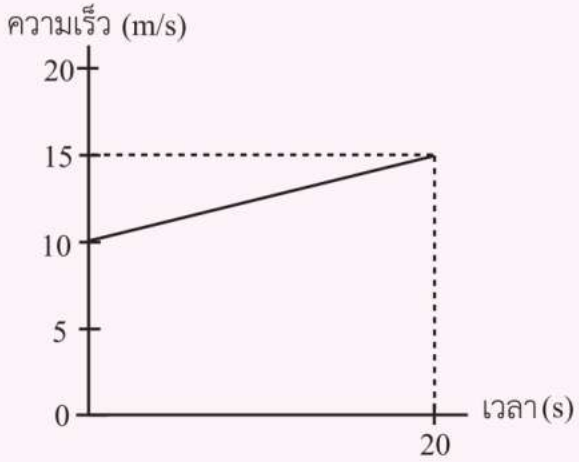
12. มอเตอร์ไฟฟ้ามีกำลัง 1000 วัตต์ นำไปติดที่ล้อเพื่อหมุนให้เคลื่อนที่นาน 2 นาที ถ้ามอเตอร์สูญเสียพลังงานไปร้อยละ 5 จงหางานที่มอเตอร์หมุนล้อ
13. ปล่อยกล่องใบหนึ่งมวล 10 กิโลกรัม ซึ่งเดิมอยู่นิ่งที่ตำแหน่ง A สูงจากพื้น 6 เมตร ให้ไถลบนรางโค้ง เมื่อกล่องไถลถึงปลายรางที่ตำแหน่ง B สูงจากพื้น 3.5 เมตร มีอัตราเร็ว 5 เมตรต่อวินาที ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 13

งานของแรงต้านที่พื้นรางกระทำต่อกล่องมีค่าเท่าใด

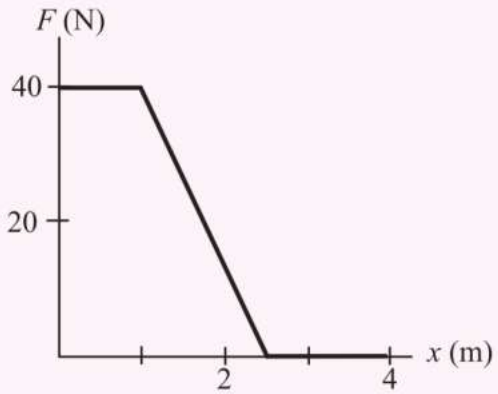
14. แรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุมวล 100 กิโลกรัม ทำให้มวลเคลื่อนที่มีความเร็ว ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ แสดงได้ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 14

จงหางานของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุระหว่างเวลาจาก 0 ถึง 20 วินาที

15. กราฟแสดงแรงขนาดต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุมวล 2.0 กิโลกรัม ซึ่งเดิมหยุดนิ่ง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 15

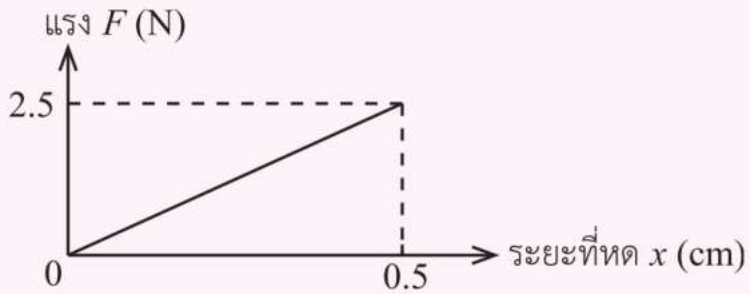
จงหา

ก. งานในการเคลื่อนที่วัตถุไปเป็นระยะทาง 2.5 เมตร

ข. ความเร็วของวัตถุหลังจากเคลื่อนที่ได้ 2.5 เมตร

ค. พลังงานจลน์ของวัตถุหลังจากเคลื่อนที่ได้ 4.0 เมตร

16. ชายคนหนึ่งยกกล่องที่มีขนาดเท่ากัน 6 ใบ มาซ้อนกัน กล่องแต่ละใบมีมวล 10.0 กิโลกรัม สูง 0.2 เมตร จงหา
    ก. พลังงานศักย์ของกล่องใบที่หนึ่ง
    ข. งานที่ชายคนนี้ทำในการนำกล่องใบที่สองซ้อนบนกล่องใบที่หนึ่ง แล้วนำกล่องใบที่สามซ้อนบนกล่องใบที่สอง แล้วทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบทุกกล่อง
    ค. พลังงานศักย์ของ กล่องที่ตั้งซ้อนกันโดยใช้สูตร $W = mgh$ เมื่อใช้ m เป็นมวลของกล่องทั้งหมดและ h เป็นความสูงของศูนย์กลางมวลของกล่องที่ซ้อนกันนี้
    ง. ผลที่ได้ในข้อ ข. และข้อ ค. แตกต่างกันหรือไม่ เพราะเหตุใด
17. เครื่องชั่งสปริงแบ่งสเกลไว้ตั้งแต่ 0 - 20 นิวตัน บนสเกลที่ยาว 0.10 เมตร จงหา
    ก. พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง ขณะที่เครื่องชั่งสปริงอ่านค่าแรงได้ 6.0 นิวตัน
    ข. พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง ขณะที่เครื่องชั่งสปริงอ่านค่าแรงเต็มสเกล
18. สปริงอันหนึ่ง มีค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 150 นิวตันต่อเมตร จงหา
    ก. แรงที่ใช้ดึงสปริงขณะสปริงยืดออกจากเดิม 0.25 เมตร
    ข. งานที่ใช้ในการดึงสปริงในข้อ ก.
19. ลูกปืนมวล 2.0 กรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 300 เมตรต่อวินาที ไปกระทบเป้าซึ่งเป็นต้นไม้ใหญ่ ลูกปืนจมลงไปในเนื้อไม้ลึก 5.0 เซนติเมตร จงหาแรงเฉลี่ยของลูกปืนที่กระทำต่อเนื้อไม้ และงานที่ลูกปืนทำในการเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้
20. ลูกปืนมวล 0.002 กิโลกรัม เคลื่อนที่ออกจากปากลำกล้องปืนซึ่งยาว 0.80 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหา
    ก. พลังงานจลน์ของลูกปืน
    ข. แรงที่ดันให้ลูกปืนหลุดออกจากลำกล้อง
21. นักเรียนใช้ปากกาลูกลื่นแบบสปริงโดยสปริงของปากกาจะหดตัวในลักษณะที่ระยะหดแปรผันตรงกับแรงกระทำ จากการทดลองพบว่า แรงที่วัดได้จากการกดปุ่มที่ปลายบนสุดของปากกาอยู่ในช่วง 0 – 2.5 นิวตัน และสปริงสามารถหดตัวได้มากสุด 0.5 เซนติเมตร ดังกราฟ



รูป ประกอบปัญหาข้อ 21

จงหา ก. งานที่กดปากกาหนึ่งครั้ง

ข. ค่าคงตัวสปริงของสปริงปากกา

22. ก้อนหินมวล 50.0 กิโลกรัม ตกจากที่สูง 196 เมตร เหนือพื้นดิน จงหาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของก้อนหิน

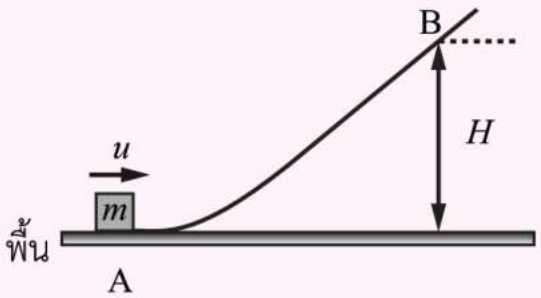
ก. ขณะก้อนหินเริ่มตก

ข. เมื่อเวลาผ่านไป 1.0 วินาที

ค. เมื่อเวลาผ่านไป 5.0 วินาที

ง. ขณะกระทบพื้นดิน

23. วัตถุมวล m เคลื่อนที่ผ่านจุด A ด้วยอัตราเร็ว u ขึ้นพื้นเอียงลื่นได้ถึงจุด B ซึ่งสูงจากพื้นเป็นระยะ H ดังรูป

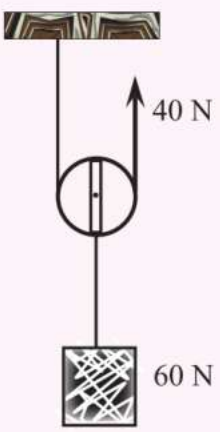


รูป ประกอบปัญหาข้อ 23

ถ้าให้วัตถุนี้เคลื่อนที่ผ่านจุด A ด้วยอัตราเร็ว $2u$ วัตถุจะขึ้นพื้นเอียงได้สูงจากพื้นเป็นระยะเท่าใด

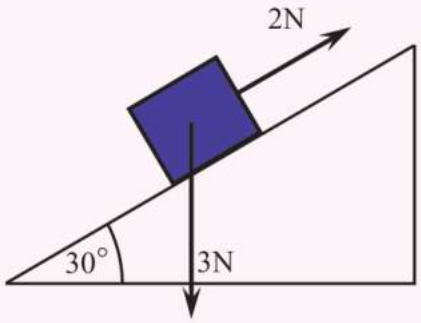
24. ปล่อยมวลก้อนหนึ่ง ณ ตำแหน่งที่สูงจากพื้นเป็นระยะ h ขณะที่มวลอยู่สูงจากพื้นเป็นระยะ $\frac{h}{3}$ มวลก้อนนี้มีอัตราเร็วเท่าใด ให้ g เป็นความเร่งโน้มถ่วง

25. จงหาประสิทธิภาพของรอก ดังรูป



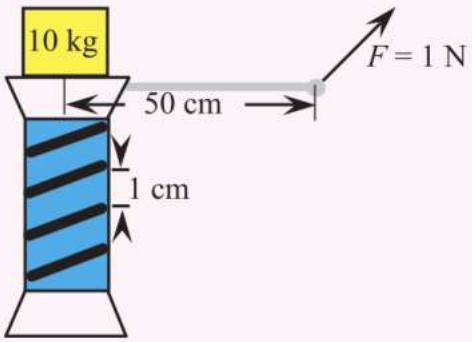
รูป ประกอบปัญหาข้อ 25

26. จงหาประสิทธิภาพของพื้นเอียง ดังรูป



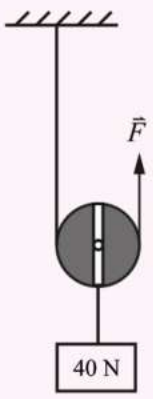
รูป ประกอบปัญหาข้อ 26

27. จงหาประสิทธิภาพของเครื่องกล ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 27

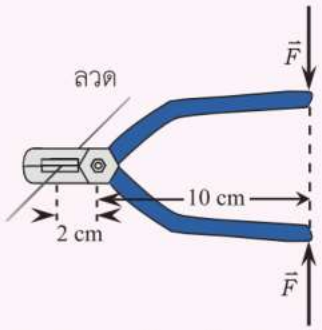
28. ดึงเชือกที่คล้องผ่านรอกเบาด้วยแรง $\vec{F}$ ทำให้วัตถุหนัก 40 นิวตัน เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงตัว ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 28

ถ้ารอกมีประสิทธิภาพร้อยละ 80 แรง $\vec{F}$ มีขนาดเท่าใด

29. กรรไกรตัดลวดมีระยะระหว่างลวดและจุดหมุน 2.0 เซนติเมตร ระยะระหว่างจุดหมุนและมือ 10 เซนติเมตร ออกแรง $\vec{F}$ บีบขากรรไกรดังรูป ถ้าแรง $\vec{F}$ มีขนาด 50.0 นิวตัน

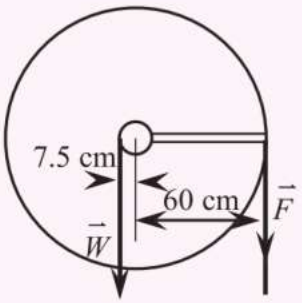


รูป ประกอบปัญหาข้อ 29

ก. จงเขียนแผนภาพของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อขากรรไกรข้างเดียว

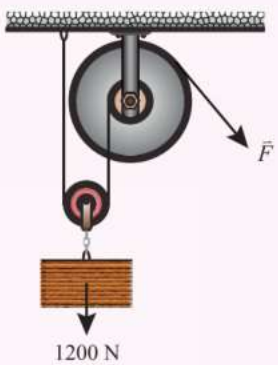
ข. แรงที่กระทำต่อลวดมีค่าเท่าใด

30. กว้านดังรูป มีแขนหมุนยาว 60 เซนติเมตร ถ้าไม่มีความเสียดทาน การได้เปรียบเชิงกลจะเป็นเท่าใด ถ้าออกแรง 50 นิวตัน ยกน้ำหนักได้จริง 150 นิวตัน การได้เปรียบเชิงกลครั้งหลังนี้จะเป็นเท่าใด



รูป ประกอบปัญหาข้อ 30

31. รอกประกอบกับล้อกับเพลา ดังรูป

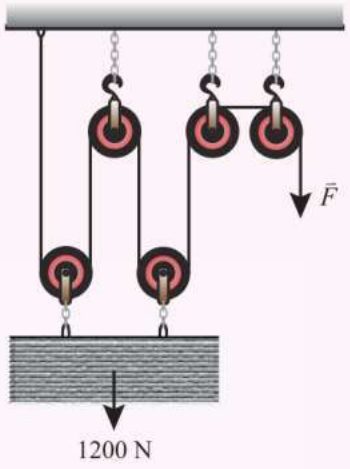


รูป ประกอบปัญหาข้อ 31

จงหาขนาดของแรง $\vec{F}$ ที่พอดีใช้ในการยกน้ำหนัก 1200 นิวตัน

กำหนด รอกและล้อกับเพลาเบาหมุนคล่อง รัศมีล้อเท่ากับ 3 เท่าของรัศมีเพลา

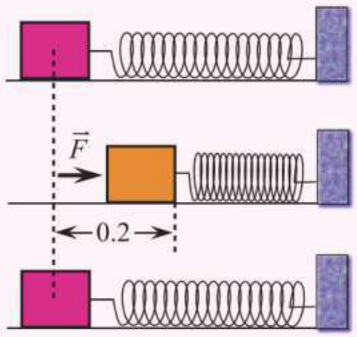
32. จงหาขนาดของแรง ที่พอดีใช้ในการยกน้ำหนัก 1200 นิวตัน โดยใช้รอกเบาหมุนคล่อง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 32

ปัญหาท้าทาย

33. วัตถุมวล 1.00 กิโลกรัม ติดอยู่กับปลายข้างหนึ่งของสปริงดังรูป

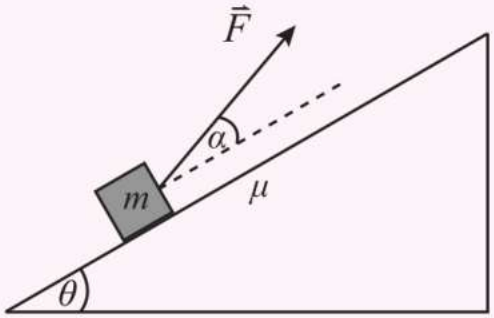


รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 33

เมื่อสปริงถูกกดเข้าเป็นระยะ 0.20 เมตรจากตำแหน่งสมดุล แล้วถูกปล่อย จงหาอัตราเร็วของวัตถุขณะผ่านตำแหน่งสมดุลของสปริง เมื่อค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 115 นิวตันต่อเมตร

34. วัตถุมวล 3.0 กิโลกรัม ตกจากที่สูง 0.75 เมตร เหนือปลายบนของสปริงที่ตั้งอยู่ในแนวดิ่ง เมื่อชนแล้วกดปลายสปริงให้ยุบตัว จงหาว่า ปลายสปริงจะถูกกดลงมาเป็นระยะทางเท่าใด ถ้าสปริงนี้มีค่าคงตัวสปริงเท่ากับ 2.0×10^3 นิวตันต่อเมตร

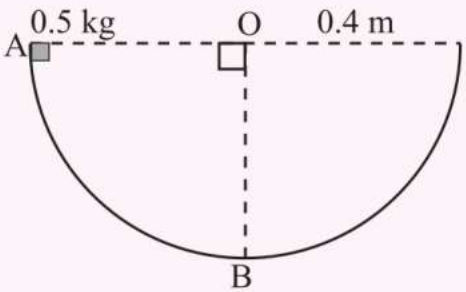
35. ออกแรงคงตัว $\vec{F}$ ดึงวัตถุมวล m ในแนวทำมุม α กับพื้นเอียงที่มี μ เป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับวัตถุ และทำมุม θ กับพื้นระดับ ดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 35

ถ้าดึงวัตถุไปบนพื้นเอียงฝืดได้ไกล s งานของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าใด

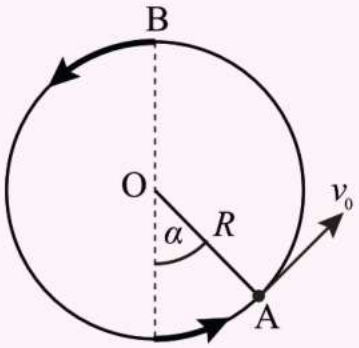
36. ปล่อยมวล 0.5 กิโลกรัม ที่ A ให้เคลื่อนที่ไปตามส่วนโค้งของครึ่งวงกลมรัศมี 0.4 เมตร ที่วางตัวในระนาบดิ่ง มี O เป็นศูนย์กลางและ B เป็นจุดต่ำสุด ดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 36

ถ้ามวลนี้เคลื่อนที่ผ่านจุด B ด้วยอัตราเร็ว 2.0 เมตรต่อวินาที งานเนื่องจากแรงเสียดทานในช่วง A ไป B มีค่าเท่าใด

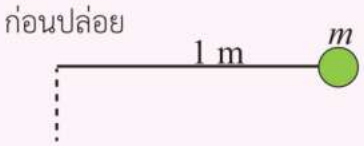
37. ลูกกลมเคลื่อนที่บนรางลื่นวงกลมรัศมี R ในระนาบดิ่ง มี O เป็นศูนย์กลางของวงกลม และ B เป็นจุดสูงสุด ขณะที่ลูกกลมเคลื่อนที่ผ่านจุด A โดยแนวรัศมีทำมุม α กับแนวดิ่ง ลูกกลมมีอัตราเร็วเชิงเส้น v_0 ดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 37

เมื่อลูกกลมผ่านจุดสูงสุด ลูกกลมจะมีอัตราเร็วเชิงเส้นเท่าใด กำหนดให้ g เป็นความเร่งโน้มถ่วง

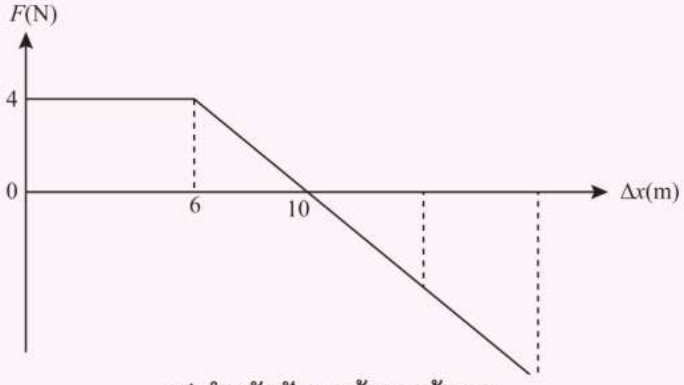
38. วัตถุมวล m แขวนอยู่นิ่งกับเชือกยาว 1 เมตร ในแนวระดับ ดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 38

เมื่อปล่อยมวลลงมาจนเชือกทำมุม 60 องศา กับแนวดิ่ง มวลจะมีอัตราเร็วเท่าใด

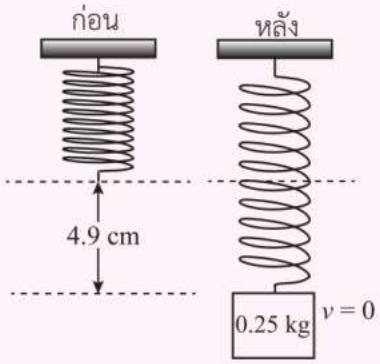
39. กราฟระหว่างแรงที่ไม่คงตัวที่กระทำต่อวัตถุซึ่งเดิมอยู่นิ่งเป็นดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 39

จงหาการกระจัดของวัตถุ ถ้างานทั้งหมดที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่มีค่าเป็นศูนย์

40. สปริงเบาเส้นหนึ่งแขวนอยู่ในแนวดิ่ง เมื่อนำมวล 0.25 กิโลกรัม มาติดที่ปลายสปริง พบว่าตำแหน่งสมดุลห่างจากจุดเดิมเป็นระยะ 4.9 เซนติเมตร ดังรูป

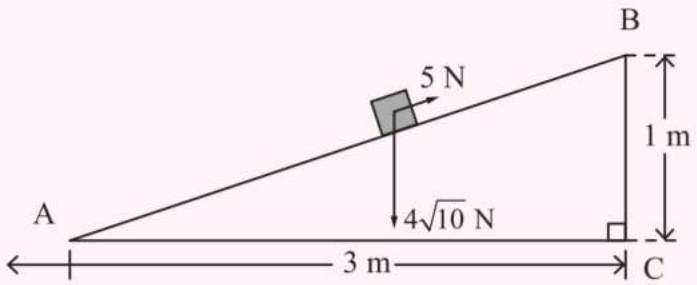


รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 40

ถ้านำมวล 0.50 กิโลกรัม แขวนแทน แล้วปล่อยให้ยืด ขณะที่ผ่านระยะ 4.9 เซนติเมตร มวล 0.50 กิโลกรัม จะมีอัตราเร็วเท่าใด

41. เครื่องสูบน้ำให้กำลัง 547.5 วัตต์ สูบน้ำมวล 4500 กิโลกรัม ขึ้นจากบ่อซึ่งระดับน้ำอยู่ต่ำลงไป 15 เมตร ในเวลา 30 นาที เครื่องสูบน้ำนี้สามารถฉีดน้ำออกด้วยอัตราเร็วเท่าใด

42. ถ้าต้องใช้แรงอย่างน้อย 5 นิวตัน ในทิศทางขนานกับพื้นเอียงจึงลากวัตถุหนัก $4\sqrt{10}$ นิวตัน ขึ้นไปตามพื้นเอียงจาก A ถึง B ได้ ดังรูป



รูป สำหรับปัญหาท้าทายข้อ 42

พื้นเอียงนี้มีประสิทธิภาพร้อยละเท่าใด

43. แรงกระทำต่อวัตถุหนึ่งมีขนาดขึ้นกับตำแหน่งในแนวระดับตามสมการ $F(x) = F_0(1 - \frac{x}{x_0})$ โดยที่ F_0 และ x_0 เป็นค่าคงตัว งานที่ทำโดยแรงนี้ในช่วงการเคลื่อนที่ของวัตถุจากตำแหน่ง $x = 0$ ถึง $x = 4x_0$ มีค่าเท่าใด

บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน

ipst.me/7667

การตบลูกในกีฬาวอลเลย์บอล ผู้เล่นต้องเหวี่ยงแขนเข้าไปหาลูกวอลเลย์บอลเพื่อทำให้เกิดการปะทะกันระหว่างฝ่ามือกับลูกวอลเลย์บอลในช่วงเวลาสั้น ๆ ทำให้ลูกวอลเลย์บอลพุ่งออกจากมืออย่างรวดเร็วไปในทิศทางที่ต้องการ ในชีวิตประจำวัน เราพบเห็นการปะทะกันของสิ่งต่าง ๆ ในช่วงเวลาสั้น ๆ ลักษณะคล้ายกับการตบลูกวอลเลย์บอลเสมอ เช่น การใช้ค้อนตอกตะปู หรือ สิ่งของตกกระทบพื้น เราสามารถอธิบายแรงที่เกี่ยวข้องและการเคลื่อนที่ของวัตถุในสถานการณ์เหล่านี้ได้อย่างไร

คำถามสำคัญ

- โมเมนตัมเกี่ยวข้องกับแรงและการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างไร
- ความเข้าใจเกี่ยวกับโมเมนตัมและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 โมเมนตัม

1. บอกความหมายของโมเมนตัม
2. คำนวณโมเมนตัมของวัตถุ

6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

3. วิเคราะห์ อภิปราย และสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนโมเมนตัม
4. ประยุกต์ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเปลี่ยนโมเมนตัมในการแก้ปัญหา

6.3 การดล

5. บอกความหมายของแรงดลและการดล
6. คำนวณการดลจากสมการและพื้นที่ใต้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์กับเวลา
7. วิเคราะห์ อภิปราย และสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงดลกับโมเมนตัม
8. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับ โมเมนตัมของวัตถุ การดล และแรงดลในการแก้ปัญหา

6.4 การอนุรักษ์โมเมนตัม

9. วิเคราะห์ อภิปราย และสรุปเกี่ยวกับกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
10. ประยุกต์ใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ในการแก้ปัญหา

6.5 การชนและการดีดตัวแยกจากกัน

11. ทดลองการชนของวัตถุเพื่ออธิบายการชนแบบยืดหยุ่นและการชนแบบไม่ยืดหยุ่น
12. ทดลองการดีดตัวแยกจากกันของวัตถุเพื่อสรุปเกี่ยวกับโมเมนตัมและพลังงานที่เกี่ยวข้อง
13. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับการชนและการดีดตัวแยกจากกันในการแก้ปัญหา

ความรู้ก่อนเรียน

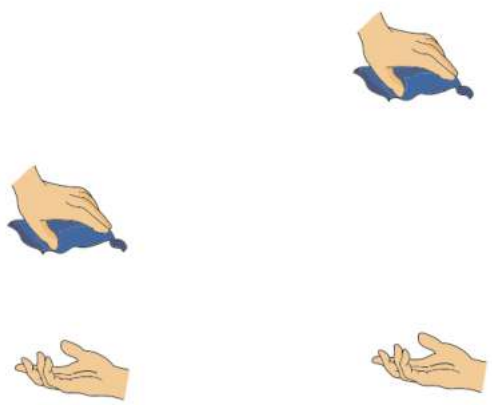
ความเร็ว มวล แรง กฎการเคลื่อนที่ การหาพื้นที่ใต้กราฟ พลังงานจลน์ กฎการอนุรักษ์พลังงานกล

จากบทที่ 3 ที่ได้เรียนรู้เกี่ยวกับแรงกระทำต่อวัตถุ เช่น แรงดึง แรงผลัก หรือแรงเสียดทาน ซึ่งนำไปใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุในกรณีต่าง ๆ ได้ แต่ในบางกรณีเราอาจไม่ทราบข้อมูลเกี่ยวกับแรงได้โดยตรง เช่น เมื่อรถบรรทุกกับรถยนต์ขนาดเล็กชนกัน เหตุใดผู้โดยสารในรถยนต์มีโอกาสบาดเจ็บมากกว่าผู้ที่อยู่ในรถบรรทุก และ เหตุใดในการเล่นสนุกเกอร์ เมื่อแทงลูกขาวไปชนลูกสีแล้วลูกขาวหยุด แต่ลูกสีเคลื่อนที่ต่อไป สถานการณ์เหล่านี้ไม่สามารถตอบได้โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ เนื่องจากเราทราบข้อมูลเกี่ยวกับแรงที่กระทำน้อยมาก การอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุในกรณีดังกล่าว จึงต้องมีปริมาณอีกปริมาณหนึ่งเกี่ยวข้อง ซึ่งจะได้ศึกษาต่อไป

6.1 โมเมนตัม

ในชีวิตประจำวันหรือในการเล่นกีฬา เช่น การโยนรับส่งวัตถุ การโยนรับส่งลูกบาสเกตบอล หรือ ลูกแชร์บอล เมื่อเรารับวัตถุ หรือลูกบอล ที่โยนเข้ามาหา เราจะรู้สึกได้ถึงความพยายามที่ต้องใช้ในการรับวัตถุที่ไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น ก่อนอื่นลองศึกษาได้จากสิ่งที่หาได้ในห้องเรียนฟิสิกส์ดังนี้

ถือถุงทรายหนึ่งถุงอยู่เหนือมืออีกข้างหนึ่งประมาณ 30 เซนติเมตร ดังรูป 6.1 ก. ปล่อยถุงทรายและรับถุงทรายที่ตกลงมาให้หยุดนิ่งในมือ โดยพยายามไม่ให้มือที่รับถุงทรายเคลื่อนที่ ทำซ้ำโดยถือถุงทรายให้สูงกว่าเดิม ดังรูป 6.1 ข. แล้วปล่อยถุงทรายถุงเดิมลงมา เปรียบเทียบแรงที่มือใช้รับถุงทรายในแต่ละครั้ง

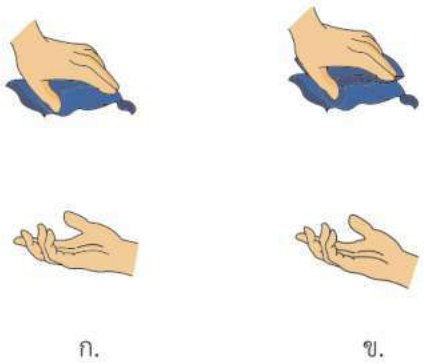


ก. ข.

รูป 6.1 ก. การปล่อยถุงทรายหนึ่งถุงที่ความสูงประมาณ 30 เซนติเมตร
ข. การปล่อยถุงทรายที่ความสูงมากกว่า 30 เซนติเมตร

จากการออกแรงรับถุงทรายและพยายามทำให้หยุดนิ่งดังกล่าว จะรู้สึกว่าแรงที่ใช้รับถุงทรายในกรณีดังรูป 6.1 ข. มากกว่าแรงที่ใช้รับถุงทรายในกรณี 6.1 ก. ซึ่งเมื่อพิจารณาความเร็วของถุงทรายในกรณีทั้งสองจากการตกแบบเสรี พบว่า ถุงทรายที่มือรับไว้ในกรณี 6.1 ข. มีความเร็วมากกว่าถุงทรายในกรณี 6.1 ก. แสดงว่า ความเร็วของวัตถุมีผลต่อการออกแรงเพื่อทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่หยุดนิ่ง

ทำกิจกรรมปล่อยและรับถุงทรายเช่นเดิม แต่เปลี่ยนเป็นการปล่อยถุงทรายหนึ่งถุงและสองถุงที่ความสูงเดียวกัน เช่น ประมาณ 30 เซนติเมตร ดังรูป 6.2 ก. และ 6.2 ข. ตามลำดับ แล้วเปรียบเทียบแรงที่มือใช้รับถุงทรายเพื่อให้ถุงทรายหยุดนิ่งในแต่ละครั้ง



ก. ข.

รูป 6.2 ก. การปล่อยถุงทรายหนึ่งถุงที่ความสูงประมาณ 30 เซนติเมตร
ข. การปล่อยถุงทรายสองถุงที่ความสูงเท่ากัน

จากกิจกรรมปล่อยถุงทรายครั้งที่สอง เมื่อพิจารณาความเร็วของถุงทรายที่ตกลงมาถึงมือจากการตกแบบเสรีพบว่า ถุงทรายในทั้งสองกรณีมีความเร็วเท่ากัน แต่แรงที่มือใช้รับถุงทรายสองถุงให้หยุดนิ่งมากกว่าแรงที่มือใช้รับถุงทรายหนึ่งถุง แสดงว่า มวลของวัตถุมีผลต่อการออกแรงเพื่อทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่หยุดนิ่ง

จากสถานการณ์ดังกล่าว สรุปได้ว่า การทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่หยุดเคลื่อนที่จะใช้แรงมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุ ดังนั้น การอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ไม่ทราบข้อมูลเกี่ยวกับแรงโดยตรง จึงต้องอาศัยอีกปริมาณหนึ่งที่สามารถบอกถึง ความพยายามที่ต้องใช้กระทำต่อวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ให้หยุดนิ่ง หรือ วัตถุที่หยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ ในวิชาฟิสิกส์ได้มีการกำหนดให้ปริมาณดังกล่าวเรียกว่า **โมเมนตัม** (momentum) ของวัตถุ ซึ่งมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างมวลกับความเร็วของวัตถุ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (6.1)$$

โดย m เป็นมวลของวัตถุ มีหน่วย กิโลกรัม (kg)

$\vec{v}$ เป็นความเร็วของวัตถุ มีหน่วย เมตรต่อวินาที (m/s)

$\vec{p}$ เป็นโมเมนตัมของวัตถุ มีหน่วย กิโลกรัม เมตรต่อวินาที (kg m/s)

จะเห็นว่า โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่งมีทิศทางเดียวกับความเร็ว

ชวนคิด

โมเมนตัมแตกต่างจากความเฉื่อยหรือไม่ อย่างไร

ตัวอย่าง 6.1 รถยนต์ที่มีมวล 1200 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ไปทางทิศเหนือ โมเมนตัมของรถยนต์เป็นเท่าใด

แนวคิด วัตถุที่มีมวล m กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ จะมีโมเมนตัม $\vec{p} = m\vec{v}$

วิธีทำ ขนาดของโมเมนตัมของรถยนต์หาได้จากสมการ $p = mv$

ในที่นี้ $m = 1200 \text{ kg}$

$$v = 72 \text{ km/h}$$

$$= \frac{72\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 20 \text{ m/s}$$

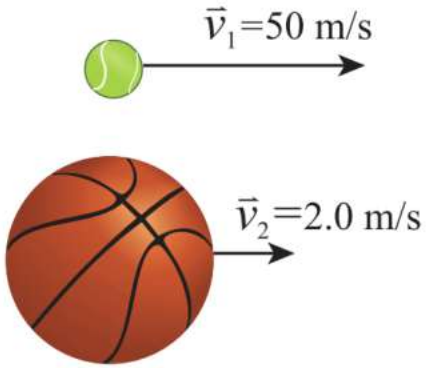
ดังนั้น $p = (1200 \text{ kg})(20 \text{ m/s})$

$$= 24\,000 \text{ kg m/s}$$

ส่วนทิศทางของโมเมนตัมของรถยนต์เป็นไปตามทิศทางของความเร็ว $\vec{v}$ ดังนั้นโมเมนตัมของรถยนต์คันนี้จึงไปทางทิศเหนือ

ตอบ โมเมนตัมของรถยนต์เท่ากับ 2.4×10^4 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ไปทางทิศเหนือ

ตัวอย่าง 6.2 กำหนดสถานการณ์ให้ ลูกเทนนิสมีมวล 60 กรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อวินาที ไปทางขวา และลูกบาสเกตบอลมวล 500 กรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2.0 เมตรต่อวินาทีไปในทิศทางเดียว สิ่งใดที่ใช้มือเปล่าทำให้หยุดนิ่งได้ง่ายกว่า เพราะเหตุใด



รูป ประกอบตัวอย่าง 6.2

แนวคิด วัตถุที่มีมวล m กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ จะมีโมเมนตัม $\vec{p} = m\vec{v}$ คำนวณโมเมนตัมของวัตถุทั้งสองแล้วเปรียบเทียบ วัตถุที่มีโมเมนตัมน้อยกว่าจะทำให้หยุดนิ่งได้ง่ายกว่า

วิธีทำ กำหนดให้มวลและความเร็วของลูกเทนนิส เป็น m_1 และ v_1 ตามลำดับ
มวลและความเร็วของลูกบาสเกตบอล เป็น m_2 และ v_2 ตามลำดับ
จากโจทย์ จะได้ว่า $m_1 = 0.06\,\text{kg}$ และ $v_1 = 50\,\text{m/s}$

$$m_2 = 0.50\,\text{kg} \quad \text{และ} \quad v_2 = 2.0\,\text{m/s}$$

โมเมนตัมเริ่มต้นของลูกเทนนิส $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$

$= (60\times10^{-3}\,\text{kg})(50\,\text{m/s})$ ไปทางขวา

$= 3.0\,\text{kg m/s}$ ไปทางขวา

โมเมนตัมเริ่มต้นของลูกบาสเกตบอล $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$

$= (0.5\,\text{kg})(2.0\,\text{m/s})$ ไปทางขวา

$= 1.0\,\text{kg m/s}$ ไปทางขวา

จากผลการคำนวณข้างต้น จะเห็นว่า ลูกบาสเกตบอลมีโมเมนตัมน้อยกว่าลูกเทนนิส ดังนั้น ในการทำให้ลูกบาสเกตบอลหยุดนิ่งจึงง่ายกว่าลูกเทนนิส

ตอบ ลูกบาสเกตบอลทำให้หยุดนิ่งได้ง่ายกว่าลูกเทนนิสเพราะลูกบาสเกตบอลมีโมเมนตัมน้อยกว่าลูกเทนนิส

วัตถุใด ๆ ที่อยู่นิ่งจะมีโมเมนตัมได้ก็ต่อเมื่อมีแรงมากระทำให้วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ในทางกลับกันถ้าต้องการทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่หยุดนิ่งดังตัวอย่าง 6.2 ก็ต้องใช้แรงเช่นกัน เพื่อทำให้วัตถุมีโมเมนตัมสุดท้ายเป็นศูนย์ แรงส่งผลต่อการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุอย่างไร ศึกษาได้ในหัวข้อ 6.2

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 6.1

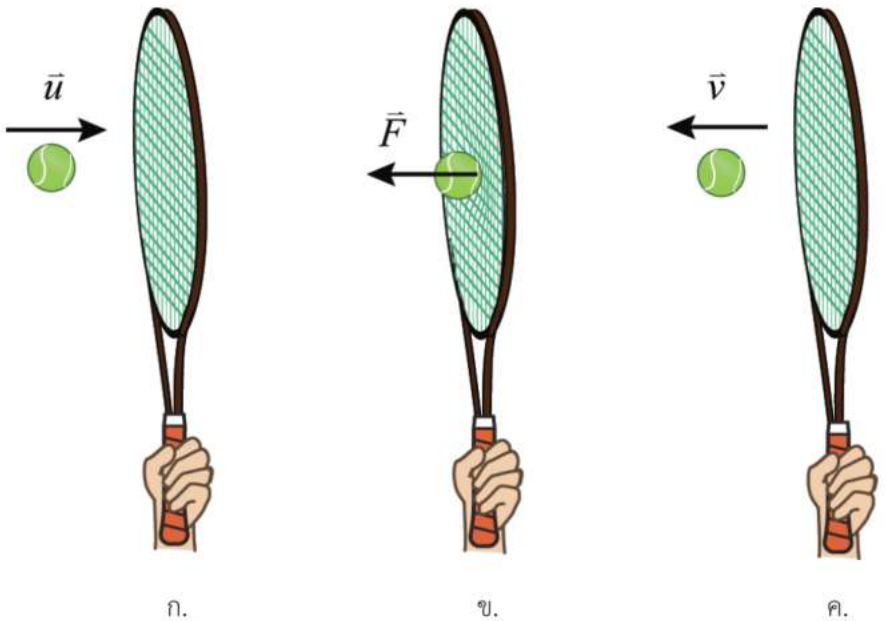
1. อนุภาคชนิดเดียวกันสองอนุภาค มีอัตราเร็วเท่ากัน อนุภาคทั้งสองจะมีโมเมนตัมเท่ากันหรือไม่
2. วัตถุชิ้นหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ วัตถุนี้มีโมเมนตัมคงเดิมตลอดการเคลื่อนที่หรือไม่ เพราะเหตุใด
3. นกสองตัวบินคู่กันไปทางทิศเหนือ ถ้านกตัวที่หนึ่งมีมวลเป็นสองเท่าของอีกตัว ขนาดของโมเมนตัมของนกตัวที่สองเป็นกี่เท่าของนกตัวที่หนึ่ง
4. โมเมนตัมกับพลังงานจลน์ของวัตถุหนึ่งมีความเกี่ยวข้องกันหรือไม่ อย่างไร

แบบฝึกหัด 6.1

1. นกตัวหนึ่งมีมวล 30 กรัม บินด้วยอัตราเร็ว 8 เมตรต่อวินาที ขนาดโมเมนตัมของนกตัวนี้เป็นเท่าใด
2. จงหาโมเมนตัมของรถบรรทุกที่มีมวล 1.5×10^4 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ไปทางทิศตะวันออก
3. นักฟุตบอล A มีมวล 75 กิโลกรัม วิ่งไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว 2.0 เมตรต่อวินาที นักฟุตบอล B มีมวล 60 กิโลกรัม วิ่งไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็ว 3.0 เมตรต่อวินาที จงหาขนาดและทิศทางของ
   ก. โมเมนตัมของนักฟุตบอล A
   ข. โมเมนตัมของนักฟุตบอล B
   ค. โมเมนตัมรวมของนักฟุตบอลทั้งสอง
4. รถยนต์มีมวล 1000 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 4.2 เมตรต่อวินาที รถจักรยานยนต์มีมวล 120 กิโลกรัม จะต้องมีความเร็วขนาดเท่าใด ขนาดของโมเมนตัมของรถทั้งสองจึงจะเท่ากัน
5. โยนก้อนหินมวล 0.5 กิโลกรัม ขึ้นในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็วต้น 30 เมตรต่อวินาที ขนาดและทิศทางของโมเมนตัมก้อนหินหลังจากที่โยนไปแล้ว 5 วินาที เป็นเท่าใด

6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

พิจารณารูป 6.3 ลูกเทนนิสที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{u}$ แล้วถูกตีโดยไม้เทนนิสด้วยแรง $\vec{F}$ ภายในช่วงเวลา Δt ทำให้ลูกเทนนิสเคลื่อนที่ออกจากตาข่ายของไม้เทนนิสไปด้วยความเร็ว $\vec{v}$



รูป 6.3 แรงจากไม้เทนนิส $\vec{F}$ กระทำต่อลูกเทนนิสภายในช่วงเวลา Δt ทำให้ลูกเทนนิสเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก $\vec{u}$ เป็น $\vec{v}$

เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนความเร็วของลูกเทนนิสจาก $\vec{u}$ เป็น $\vec{v}$ ภายในช่วงเวลา Δt เราสามารถหาความเร่งเฉลี่ย $\vec{a}_{av}$ ได้จากสมการ

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{\Delta t} \qquad \text{(a)}$$

การที่ลูกเทนนิสมีความเร่ง เป็นผลมาจากแรงที่ไม้เทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิส ถ้าให้แรงดังกล่าวเป็น $\vec{F}_{av}$ จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน จะได้ว่า

$$\vec{F}_{av} = m\vec{a}_{av}$$

แทนค่า $\vec{a}_{av}$ จาก (a)

$$\vec{F}_{av} = m\left(\frac{\vec{v} - \vec{u}}{\Delta t}\right) = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t} \qquad \text{(b)}$$

ถ้าให้โมเมนตัมก่อนออกแรงตีลูกเทนนิสเป็น $\vec{p}_i$ และโมเมนตัมหลังออกแรงตีเป็น $\vec{p}_f$ เราสามารถเขียนสมการ (b) ให้อยู่ในรูปของการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ ดังนี้

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{\Delta t}$$

จะได้ว่า

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \tag{6.2}$$

โดยที่ $\vec{F}_{\text{av}}$ เป็นแรงลัพธ์เฉลี่ยที่ไม้เทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิสในช่วงเวลา Δt

ทั้งนี้ สมการ (6.2) เป็นการพิจารณาจากสถานการณ์ที่มีแรงกระทำต่อลูกเทนนิสเพียงแรงเดียวเท่านั้น คือแรงจากไม้เทนนิส แต่ในบางสถานการณ์อาจมีแรงที่กระทำต่อวัตถุหลายแรง ดังนั้น ในกรณีทั่วไป สมการ (6.2) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงลัพธ์ $\sum\vec{F}$ ที่กระทำต่อวัตถุได้ดังนี้

$$\sum\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \tag{6.3}$$

สามารถกล่าวได้ว่า สมการ (6.3) นี้คือกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันในรูปโมเมนตัม ที่แสดงว่าเมื่อมีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุจะทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนไป โดยแรงลัพธ์เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุ โดยพิจารณาแรงลัพธ์เฉลี่ยในช่วงเวลา Δt

ข้อสังเกต

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ อาจกล่าวได้อีกแบบหนึ่งว่าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุใดเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุนั้น เขียนแทนได้ด้วยสมการ

$$\sum\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

ชวนคิด

เรือใบใช้ใบเรือในการรับลมเพื่อทำให้เรือแล่นได้ โดยสามารถแล่นตามหรือทวนกระแสลมก็ได้ การแล่นโดยใช้ใบเรือของเรือใบเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนโมเมนตัมหรือไม่อย่างไร

ตัวอย่าง 6.3 รถยนต์คันหนึ่งมีมวล 1.5 ตัน เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งไปในแนวตรงจนมีความเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในเวลา 10 วินาที จงหา

ก. โมเมนตัมของรถยนต์ที่เปลี่ยนไป

ข. แรงลัพธ์ที่กระทำต่อรถยนต์

ก. แนวคิด การหาโมเมนตัมของรถยนต์ที่เปลี่ยนไปจากสมการ $\Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$

วิธีทำ มวลของรถ $m = 1.5 \times 10^3$ kg

จากสถานการณ์ ความเร็วต้น $\vec{u} = 0$ m/s

ความเร็วปลาย $\vec{v} = 72$ km/h

$$= \frac{72\times10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 20 \text{ m/s}$$

จาก $\Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$

แทนค่า $= (1.5\times10^3 \text{ kg})(20 \text{ m/s}) - (1.5\times10^3 \text{ kg})(0 \text{ m/s})$

จะได้ $= 30000 \text{ kg m/s}$

ตอบ รถยนต์มีโมเมนตัมเปลี่ยนไป เท่ากับ 30000 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ทิศเดียวกับการเคลื่อนที่

ข. แนวคิด หาแรงที่กระทำต่อรถยนต์จากสมการ $\sum\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

วิธีทำ ให้ $\sum\vec{F}$ เป็นแรงลัพธ์ที่ขับเคลื่อนรถยนต์

จาก $\sum\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

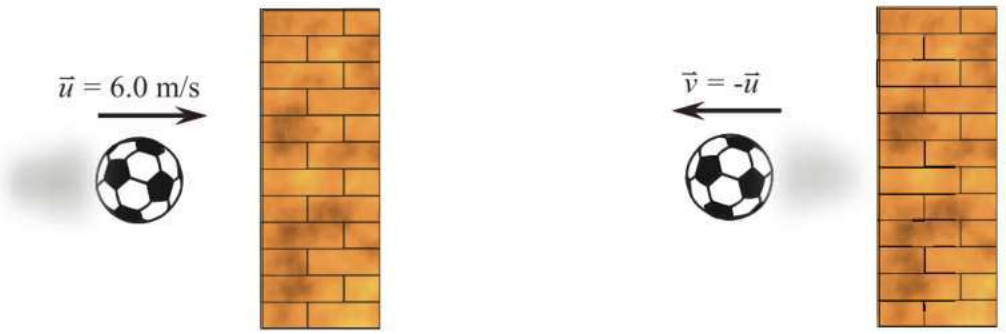
จะได้ว่า $\sum\vec{F} = \frac{30000 \text{ kg m/s}}{10 \text{ s}}$

$$= 3.0\times10^3 \text{ kg m/s}^2$$

$$= 3000 \text{ N}$$

ตอบ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อรถยนต์มีขนาด 3000 นิวตัน

ตัวอย่าง 6.4 นักกีฬาเตะลูกฟุตบอลมวล 0.4 กิโลกรัม เข้าหากำแพง ด้วยอัตราเร็ว 6.0 เมตรต่อวินาที ถ้าลูกฟุตบอลสะท้อนกลับออกมาในทิศตรงข้ามด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม โมเมนตัมของลูกฟุตบอลเปลี่ยนไปเท่าใด



ก่อนลูกฟุตบอลชนกำแพง หลังลูกฟุตบอลชนกำแพง

รูป ประกอบตัวอย่าง 6.4

แนวคิด โมเมนตัมของลูกฟุตบอลเปลี่ยนไป หาได้จากสมการ $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

วิธีทำ จากสถานการณ์ มวลของลูกฟุตบอล $m = 0.4$ kg

กำหนดให้ทิศทางเข้าหากำแพงเป็นบวก จะได้

ความเร็วต้น $\vec{u} = 6.0$ m/s

ความเร็วปลาย $\vec{v} = -6.0$ m/s

จาก $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

แทนค่า $\Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$

$= (0.4\text{ kg})(-6\text{ m/s}) - (0.4\text{ kg})(6\text{ m/s})$

$= -4.8$ kg m/s

ตอบ โมเมนตัมของลูกฟุตบอลเปลี่ยนไป 4.8 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ในทิศทางออกจากกำแพง

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 6.2

1. แรงทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนได้อย่างไร
2. การเปลี่ยนโมเมนตัมมีทิศทางเดียวกับแรงหรือไม่ อย่างไร
3. เมื่อขนาดความเร็วของวัตถุเพิ่ม การเปลี่ยนขนาดโมเมนตัมและการเปลี่ยนพลังงานจลน์ของวัตถุจะเป็นอย่างไร
4. วัตถุที่ตกแบบเสรีมีการเปลี่ยนโมเมนตัมหรือไม่ อย่างไร

แบบฝึกหัด 6.2

1. วัตถุมวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยอัตราเร็วคงตัว 5 เมตรต่อวินาที ไปชนผนังแนวดิ่ง หลังจากชนแล้วกระดอนกลับในแนวเดิมด้วยอัตราเร็วเดิม แต่ทิศทางตรงข้าม จงหาโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป
2. ลูกฟุตซอลมวล 0.5 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ถ้าผู้รักษาประตูรับลูกฟุตซอลให้หยุดนิ่งภายในเวลา 1.0 วินาที แรงเฉลี่ยที่ลูกบอลกระทำต่อผู้รักษาประตูมีขนาดเท่าใด
3. ลูกกลมลูกหนึ่งมวล 2 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ไปกระทบฝาผนังและกระดอนกลับด้วยอัตราเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ถ้าแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อผนังในช่วงเวลาที่มีการชนเป็น 4 นิวตัน เวลาดังกล่าวมีค่าเท่าใด
4. วัตถุมวล 4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว 5 เมตรต่อวินาที ในแนวระดับไปชนกำแพงแนวดิ่ง หลังจากชนแล้วกระดอนกลับในแนวเดิมด้วยอัตราเร็วคงเดิม แต่ทิศทางตรงข้าม
   ก. จงหาโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป
   ข. ถ้าเวลาที่วัตถุชนกำแพง 0.5 วินาที แรงเฉลี่ยที่วัตถุนั้นกระทำต่อกำแพงเป็นเท่าใด

6.3 การดล

การทำกิจกรรมบางอย่างในชีวิตประจำวัน ร่างกายของเรามีโอกาสที่จะปะทะ ชน หรือ กระแทก กับสิ่งต่าง ๆ แล้วทำให้เกิดอาการบาดเจ็บเนื่องจากแรงที่กระทำต่อตัวเรา เช่น การขับขี่จักรยานยนต์ การเล่นฟุตบอล หรือ การเล่นสเกตบอร์ด เพื่อให้ทำกิจกรรมเหล่านี้ได้อย่างปลอดภัยจึงมีการใช้อุปกรณ์ที่สามารถลดการบาดเจ็บที่อาจเกิดขึ้นกับร่างกายได้ เช่น การสวมหมวกนิรภัยหรือหมวกกันน็อกป้องกันอันตรายที่อาจเกิดขึ้นกับศีรษะของผู้ขับขี่จักรยานยนต์ ดังรูป 6.4 ก. หรือ การสวมเครื่องสวมแข้งหรือสนับแข้งป้องกันอันตรายที่อาจเกิดกับขาของผู้เล่นกีฬาฟุตบอล ดังรูป 6.4 ข. อุปกรณ์เหล่านี้ป้องกันอันตรายดังกล่าวได้อย่างไร

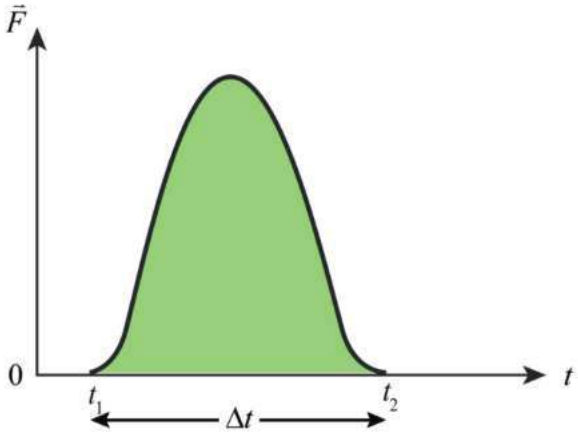
ก.

ข.

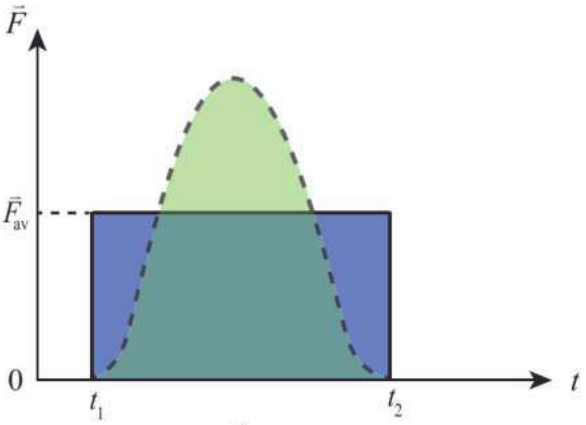
รูป 6.4 ก. ผู้ขับขี่จักรยานยนต์และผู้ซ้อนท้ายสวมหมวกนิรภัยหรือหมวกกันน็อก
ข. นักกีฬาฟุตบอลใส่เครื่องสวมแข้งหรือสนับแข้งก่อนลงเล่น

เมื่อวัตถุสองก้อนมีการกระทบกัน แรงที่วัตถุทั้งสองกระทำซึ่งกันและกันมีขนาดไม่คงตัวในช่วงเวลาของการกระทบ เช่น ไม้เทนนิสที่กระทบกับลูกเทนนิส ดังรูป 6.5 ก. แรงจากไม้ที่กระทำต่อลูกเทนนิส $\vec{F}$ มีค่าไม่คงตัวและเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งถ้าเขียนกราฟระหว่างแรงกับเวลา จะมีลักษณะดังรูป 6.5 ข.

ก.



ข.



ค.

รูป 6.5 ก. ไม้เทนนิสส่งผ่านแรงจากผู้เล่นกีฬาเทนนิสไปยังลูกเทนนิส
ข. กราฟระหว่างแรงที่กระทำต่อลูกเทนนิส $\vec{F}$ กับเวลา t
ค. กราฟระหว่างแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อลูกเทนนิส $\vec{F}_{av}$ กับเวลา t

จากกราฟ 6.5 ข. ขนาดของแรงกระทำต่อลูกเทนนิสมีค่าน้อยเมื่อไม้เริ่มกระทบลูกเทนนิส ณ เวลา t_1 จากนั้นแรงมีค่าเพิ่มขึ้นจนมีค่าสูงสุดเมื่อลูกเทนนิสกดเอ็นตาข่ายของไม้เทนนิสให้ยืดออกมากที่สุด จากนั้นแรงจะมีค่าลดลงจนเป็นศูนย์เมื่อลูกเทนนิสเคลื่อนที่ออกไปจนไม่สัมผัสไม้ ณ เวลา t_2 ทั้งนี้ช่วงเวลา $\Delta t = t_2 - t_1$ ที่ไม้สัมผัสกับลูกเทนนิสนั้นสั้นมาก แรงที่ไม้เทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิสในช่วงเวลาสั้น ๆ หรือแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ นี้ เรียกว่า **แรงดล** (impulsive force)

เห็นได้ว่าแรงดลในการตีลูกเทนนิสหรือแรงจริงที่กระทำต่อลูกเทนนิสไม่คงตัว การหาค่าแรงดลในสถานการณ์ที่มีการกระทบ ชน หรือ ปะทะ ในลักษณะเดียวกันกับการตีลูกเทนนิสจึงมักใช้แรงเฉลี่ย ($\vec{F}_{av}$) แทนแรงดลในช่วงเวลาที่ออกแรง ดังรูป 6.5 ค. โดยพื้นที่ใต้กราฟของแรงเฉลี่ยยังคงเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟของแรงดลในช่วงเวลาที่ออกแรง

จากที่ได้ศึกษามาในหัวข้อ 6.2 เราทราบแล้วว่า เมื่อมีการออกแรงกระทำต่อวัตถุ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุมีโมเมนตัมเปลี่ยนไปดังสมการ (6.3) ซึ่งสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$\Delta\vec{p} = \left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$$

จากสมการ แสดงว่าการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุจะมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุและช่วงเวลาที่แรงกระทำ กล่าวได้ว่า ผลคูณระหว่างแรงลัพธ์กับเวลา $\left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$ ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุ $\Delta\vec{p}$

ปริมาณ $\left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$ เรียกว่า **การดล** (impulse) แทนด้วย $\vec{I}$ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{I} = \left(\sum \vec{F}\right)\Delta t \qquad (6.4)$$

การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ มีหน่วยในระบบเอสไอ คือ นิวตัน วินาที (N s) เมื่อพิจารณาจากกราฟระหว่างแรงลัพธ์กับเวลา ดังรูป 6.5 ข. พบว่า $\left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$ คือ พื้นที่ใต้กราฟ ดังนั้นเราสามารถหาการดลได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงลัพธ์กับเวลา นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาจากกราฟระหว่างแรงเฉลี่ยกับเวลา ดังรูป 6.5 ค. พบว่า พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงเฉลี่ยกับเวลา $\vec{F}_{av}\Delta t$ ยังคงมีค่าเท่ากับ $\left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$ ด้วย ดังนั้น สมการ (6.4) สามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{I} = \vec{F}_{av}\Delta t \qquad (6.5)$$

จาก $$\Delta\vec{p} = \left(\sum \vec{F}\right)\Delta t$$

จะได้ $$\vec{I} = \Delta\vec{p} \qquad (6.6)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างการดลกับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ดังสมการ (6.6) เรียกว่า **ทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัม** (impulse-momentum theorem)

ข้อสังเกต

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ และ ความสัมพันธ์ระหว่างงานกับแรงลัพธ์ $\vec{F}$ ที่กระทำต่อระบบ เราได้ว่า

$$W = \Delta E_k = F\Delta x\cos\theta$$

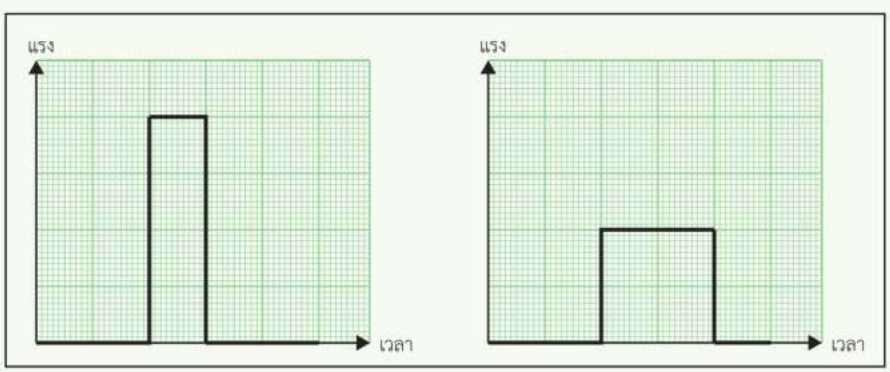
จากทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัม และ ความสัมพันธ์ระหว่างการดลกับแรงลัพธ์ $\vec{F}$ ที่กระทำต่อระบบ เราได้ว่า

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

แสดงว่าทั้งการเปลี่ยนพลังงานจลน์และการเปลี่ยนโมเมนตัม ต่างขึ้นอยู่กับแรงลัพธ์ที่กระทำต่อระบบ แต่ในขณะที่การเปลี่ยนโมเมนตัมมีความสัมพันธ์กับช่วงเวลาที่แรงกระทำ (Δt) การเปลี่ยนพลังงานจลน์มีความสัมพันธ์กับขนาดของการกระจัดที่มีทิศทางตามแนวแรง ($\Delta x\cos\theta$) ทั้งสองทฤษฎีบทต่างมีรากฐานมาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

ชวนคิด

ลูกเทนนิสสองลูกมีมวล m เท่ากัน เคลื่อนที่เข้าหาไม้เทนนิสด้วยความเร็วต้นเท่ากัน กราฟที่ 1 แสดงแรงดลเฉลี่ยที่ไม้เทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิสลูกที่ 1 และกราฟที่ 2 แสดงแรงดลเฉลี่ยที่ไม้เทนนิสกระทำต่อลูกเทนนิสลูกที่ 2 หลังจากกระทบไม้ นักเรียนคิดว่าลูกเทนนิสลูกใดจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วมากกว่า หรือไม่ อย่างไร



กราฟที่ 1 กราฟที่ 2

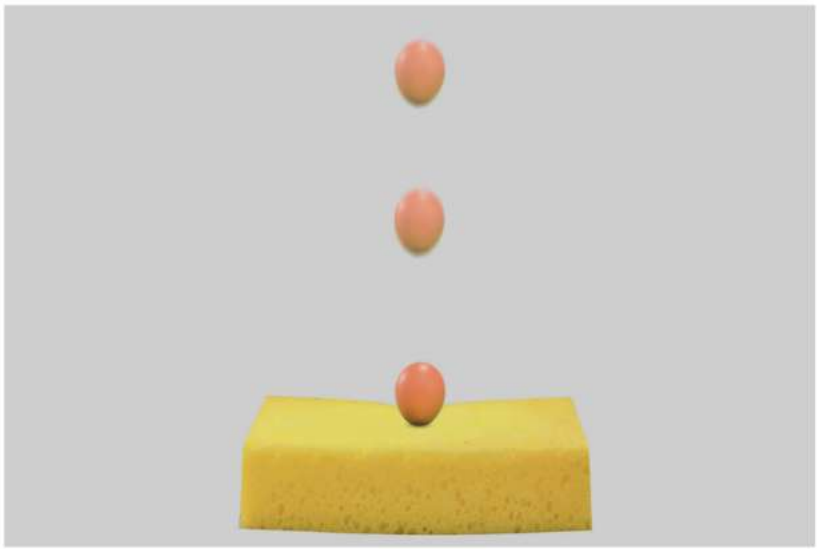
รู้หรือไม่

ในการขับขี่รถจักรยาน หากผู้ขับขี่พลาดล้มลำตัวกระแทกพื้น หลายคนอาจมองว่าบาดเจ็บเพียงเล็กน้อย แต่ในบางกรณีอาจเกิดอุบัติเหตุรุนแรงได้ ผลของอุบัติเหตุเนื่องจากการชนสามารถใช้แนวคิดเรื่องแรงดลซึ่งเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนโมเมนตัมมาช่วยพิจารณาถึงขนาดของแรงที่ก่อให้เกิดอุบัติเหตุได้ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าคนขับตกกระแทกกับพื้นแข็งช่วงเวลาการชนจะสั้นมาก อาจน้อยกว่าหน่วยวินาที ซึ่งความเร็วของการกระแทกพื้นหาได้จาก $v = \sqrt{2gh}$ เมื่อ h เป็นความสูงจากจุดตกถึงพื้น จะได้ค่าการเปลี่ยนโมเมนตัม $\Delta p = mv_f - mv_i$ เนื่องจากตัวคนกระแทกจะหยุดหลังการกระแทก ดังนั้น จะได้ว่า $mv_f = 0$ ขนาดของโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปจากการกระแทกจึงเป็น $|\Delta p| = mv_i = m\sqrt{2gh}$ ดังนั้นสามารถหาค่าแรงกระแทกได้ จาก $F = \frac{m}{\Delta t}\sqrt{2gh}$ หากคนตกจากที่นั่งจักรยานสูงจากพื้นที่ 1.2 เมตรและค่าความเร่งโน้มถ่วง $g = 9.8$ เมตรต่อวินาที^{2} มวลของคนขับประมาณ 60 กิโลกรัม และถ้าสมมุติให้ช่วงเวลาการกระแทกทันทีทันใดเท่ากับ 1/100 วินาที แรงจากการกระทบการกระแทกมีค่าเท่ากับ $F = \frac{60\ \text{kg}}{1/100\ \text{s}}\sqrt{2\times 9.8\ \text{m/s}^2 \times 1.2\ \text{m}} = 29098.5$ นิวตัน หากล้มกระแทกแล้วมีอาการหายใจไม่สะดวก ให้รีบพบแพทย์โดยเร็วที่สุด เนื่องจากด้วยขนาดของแรงที่ปรากฏสามารถทำให้ซี่โครงหักและทิ่มปอดได้

รูป การปั่นจักรยาน

ในการกระทบกันของวัตถุสองก้อน การดลสามารถหาได้จากการหาพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงดลกับเวลา หรือการหาผลต่างของโมเมนตัม $\Delta \vec{p}$ โดยการวัดความเร็วของวัตถุก่อนกระทบและหลังกระทบ ซึ่งการดลที่ได้สามารถนำไปใช้หาปริมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 6.5 ปล่อยไข่ไก่ดิบให้ตกบนฟองน้ำ ถ้าช่วงเวลาขณะไข่กระทบฟองน้ำจนหยุดเคลื่อนที่มีค่า 2.5 วินาที และแรงเฉลี่ยที่ฟองน้ำกระทำต่อไข่มีค่า 0.1 นิวตัน การดลที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าใด



รูป ประกอบตัวอย่าง 6.5

แนวคิด หาการดลที่เกิดขึ้นได้จากสมการ $\vec{I} = \vec{F}_{\text{av}}\,\Delta t$

วิธีทำ กำหนดให้ปริมาณที่มีทิศทางชี้ขึ้นมีค่าบวก

จากสถานการณ์ที่กำหนดจะได้ว่า

แรงเฉลี่ยที่ฟองน้ำกระทำต่อไข่ $\vec{F}_{\text{av}} = 0.1\ \text{N}$

ช่วงเวลาขณะไข่ไก่ดิบกระทบฟองน้ำ $\Delta t = 2.5\ \text{s}$

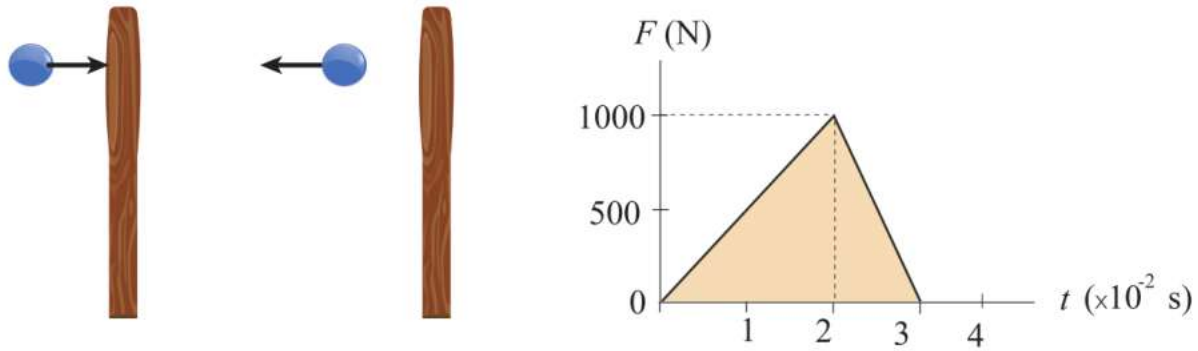
จาก $\vec{I} = \vec{F}_{\text{av}}\,\Delta t$

แทนค่า $\vec{I} = (0.1\ \text{N})(2.5\,\text{s})$

$= 0.25\ \text{N s}$ ทิศทางชี้ขึ้น

ตอบ การดลที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ 0.25 นิวตัน วินาที ทิศทางชี้ขึ้น

ตัวอย่าง 6.6 ลูกบอลยางเคลื่อนที่ในแนวระดับไปทางขวาถูกตีสวนด้วยไม้ ทำให้ลูกบอลยางเคลื่อนที่กลับไปในทิศตรงข้าม โดยกราฟระหว่างแรงที่ไม้กระทำต่อลูกบอลยางกับเวลาขณะกระทบมีลักษณะดังรูป



ก่อนลูกบอลยางกระทบไม้ หลังลูกบอลยางกระทบไม้ กราฟระหว่างแรงที่ไม้กระทำต่อลูกบอลยางกับเวลา

รูป ประกอบตัวอย่าง 6.6

การดลที่กระทำต่อลูกกลมยางมีค่าเท่าใด

แนวคิด ขนาดการดลเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงดลกับช่วงเวลาที่เกิดการกระทบ

วิธีทำ จากสถานการณ์ที่กำหนด พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงดลกับเวลาเป็นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

ซึ่งหาได้จากสมการ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times$ สูง $\times$ ฐาน

กำหนดให้แรงที่มีทิศไปทางซ้ายมีค่าเป็นบวก (+)

จะได้ว่า $$\text{พื้นที่ใต้กราฟ} = \frac{1}{2}(1000\ \text{N})(3\times10^{-2}\ \text{s})$$

$$= 15\ \text{N s}$$

ตอบ การดลที่กระทำต่อลูกบอลยางมีค่าเท่ากับ 15 นิวตัน วินาที มีทิศไปทางซ้าย

ตัวอย่าง 6.7 ใช้ค้อนมวล 0.5 กิโลกรัมตอกตะปูในแนวระดับดังรูป ในขณะที่ค้อนเริ่มกระทบหัวตะปู ค้อนมีขนาดความเร็ว 8.0 เมตรต่อวินาที หลังจากกระทบหัวตะปูแล้ว ค้อนสะท้อนกลับด้วยขนาดความเร็วเท่าเดิม ถ้าช่วงเวลาที่ค้อนกระทบหัวตะปูเป็น 1 มิลลิวินาที แรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูเป็นเท่าใด และการดลที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูเป็นเท่าใด

รูป ประกอบตัวอย่าง 6.7

แนวคิด การหาแรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูนั้น จะต้องหาแรงดลเฉลี่ยที่ตะปูกระทำต่อค้อนก่อน แล้วใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตันสรุปว่า แรงดลเฉลี่ยที่ตะปูกระทำต่อค้อนมีขนาดเท่ากับแรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปู แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน

จากสมการ (6.2) ในกรณีที่แรงที่พิจารณาเป็นแรงที่หัวตะปูกระทำต่อค้อน $\vec{F}$ เพียงแรงเดียว จะได้ว่า $\vec{F} = \dfrac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t}$ ดังนั้น การดลที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนหาได้จาก $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$

วิธีทำ กำหนดให้ปริมาณในทิศทางเข้าหาตะปูมีค่าเป็นบวก (+)

พิจารณาแรงที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนมวล $m = 0.5$ kg โดยก่อนที่ค้อนกระทบหัวตะปู มีความเร็ว $u = 8$ m/s และหลังจากช่วงเวลา $\Delta t = 10^{-3}$ s ค้อนสะท้อนกลับออกมาด้วยความเร็ว $v = -8$ m/s จะได้

ก่อนกระทบหัวตะปู

โมเมนตัมของค้อน $m\vec{u} = (0.5\text{ kg})(+8.0\text{ m/s})$

$= +4.0\text{ kg m/s}$

หลังจากสะท้อนออกจากหัวตะปู

โมเมนตัมของค้อน $m\vec{v} = (0.5\text{ kg})(-8.0\text{ m/s})$

$= -4.0\text{ kg m/s}$

จะได้ $\vec{F} = \dfrac{m\vec{v} - m\vec{u}}{\Delta t}$

$= \dfrac{(-4.0\text{ kg m/s}) - (+4.0\text{ kg m/s})}{10^{-3}\text{ s}}$

$= -8.0\times10^{3}\text{ kg m/s}^2$

$= -8.0\times10^{3}\text{ N}$

นั่นคือ แรงดลเฉลี่ยที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนมีขนาด 8.0×10^{3} นิวตัน มีทิศทางออกจากหัวตะปู ดังนั้นแรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูมีขนาด 8.0×10^{3} นิวตันเท่ากัน แต่มีทิศทางเข้าหาหัวตะปู

ตอบ แรงดลเฉลี่ยที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูมีขนาด 8.0×10^{3} นิวตัน มีทิศทางเข้าหาหัวตะปู

สำหรับการดลที่หัวตะปูกระทำต่อค้อนหาได้จาก

$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$

แรงที่หัวตะปูกระทำต่อค้อน $\vec{F} = +8.0\times10^{3}\text{ N}$

ช่วงเวลาในการกระทบ $\Delta t = 10^{-3}\text{ s}$

แทนค่าลงในสมการ

$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$

$= \left(+8.0\times10^{3}\text{ N}\right)\left(10^{-3}\text{s}\right)$

$= +8.0\text{ N s}$

ดังนั้น การดลที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูเท่ากับ $+8.0$ N s

ตอบ การดลที่ค้อนกระทำต่อหัวตะปูเท่ากับ 8.0 นิวตัน วินาที ในทิศทางเข้าหาหัวตะปู

ข้อสังเกต

ในกรณีที่วัตถุที่เคลื่อนที่มากระทบมีมวลมาก ๆ เช่น ลูกตุ้มใช้ตอกเสาเข็ม การพิจารณาแรงที่กระทำจะต้องมีการพิจารณาน้ำหนักของวัตถุที่เคลื่อนที่มากระทบด้วย

ตัวอย่าง 6.8 กระสุนปืนมวล 0.005 กิโลกรัม เคลื่อนที่เข้ากระทบแท่งไม้ที่ยึดแน่นกับพื้น ขณะเริ่มกระทบเนื้อไม้ กระสุนปืนมีอัตราเร็ว 400 เมตรต่อวินาที และสามารถทะลุเข้าไปในเนื้อไม้เป็นระยะ 0.1 เมตร ถ้าแรงต้านของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนมีค่าคงตัว จงคำนวณหา

ก. การดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน
ข. เวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้
ค. แรงต้านของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืน

แนวคิด กระสุนปืนเคลื่อนที่เข้ากระทบแท่งไม้ด้วยอัตราเร็ว 400 เมตรต่อวินาที เมื่อทะลุเข้าไปในเนื้อไม้จนหยุดที่ระยะ 0.1 เมตร กระสุนปืนเปลี่ยนโมเมนตัมเนื่องจากแรงดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน

รูป กระสุนปืนเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้

วิธีทำ กำหนดให้ความเร็วของกระสุนปืนในทิศทางเข้าหาเนื้อไม้มีค่าเป็นบวก (+)

ก. หาการดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน

จาก $\vec{I} = \vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u}$

จากสถานการณ์ $m = 0.005 \text{ kg}$

$\vec{u} = +400 \text{ m/s}$

$\vec{v} = 0 \text{ m/s}$

ดังนั้น $\bar{I} = (0.005\ \text{kg})(0\ \text{m/s}) - (0.005\ \text{kg})(+400\ \text{m/s})$

$= -2\ \text{kg m/s}$

ตอบ การดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืนเท่ากับ 2 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ในทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของกระสุนปืน

ข. หาเวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้ จนมีการกระจัด $\Delta x = 0.1\ \text{m}$

ความเร็วของกระสุนปืนขณะเริ่มกระทบแท่งไม้ $\bar{u} = 400\ \text{m/s}$

ความเร็วของกระสุนปืนเมื่อเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อไม้ได้ระยะ 0.1 m $\bar{v} = 0\ \text{m/s}$

จาก $\Delta x = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

ดังนั้น $0.1\ \text{m} = \frac{(400\ \text{m/s} + 0\ \text{m/s})}{2}\ t$

จะได้ $t = 5.0 \times 10^{-4}\ \text{s}$

ตอบ เวลาที่กระสุนปืนเคลื่อนที่ในเนื้อไม้เท่ากับ 5.0×10^{-4} วินาที

ค. หาแรงต้านเฉลี่ยของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนได้จาก $\bar{I} = \bar{F}\Delta t$

เนื่องจาก การดลที่เนื้อไม้กระทำต่อกระสุนปืน $\bar{I} = -2\ \text{kg m/s}$

ดังนั้น $\bar{F}(5.0\times10^{-4}\ \text{s}) = -2\ \text{kg m/s}$

$\bar{F} = \frac{-2\ \text{kg m/s}}{5.0\times10^{-4}\ \text{s}}$

$= -4.0\times10^{3}\ \text{kg m/s}^2$

$= -4000\ \text{N}$

ตอบ แรงต้านเฉลี่ยของเนื้อไม้ที่กระทำต่อกระสุนปืนเท่ากับ 4000 นิวตัน มีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของกระสุนปืน

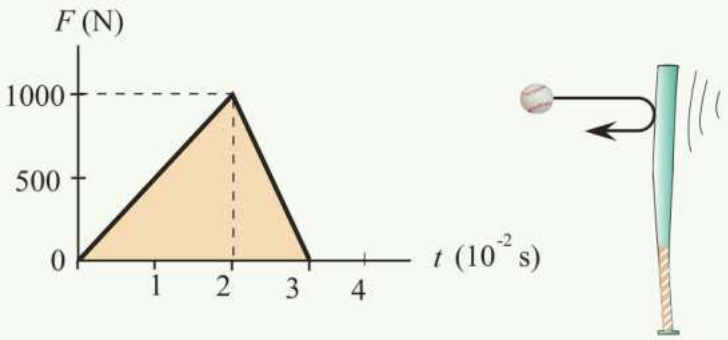
คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 6.3

1. การดลและแรงมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร
2. แรงดล $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกับปริมาณใดต่อไปนี้
   ก. โมเมนตัม $\vec{p}$ ข. การเปลี่ยนโมเมนตัม $\Delta\vec{p}$ ค. การดล $\vec{I}$
   ง. ความเร็ว $\vec{v}$ จ. การเปลี่ยนความเร็ว $\Delta\vec{v}$ ฉ. ความเร่ง $\vec{a}$
3. การเบรกรถจักรยาน ให้รถช้าลงจนหยุด กับการเบรกรถจักรยาน ให้รถหยุดทันที การดลในกรณีแรก มากกว่า เท่ากับ หรือน้อยกว่ากรณีหลัง จงอธิบาย
4. เป็นไปได้หรือไม่ ที่แรงดลที่ค่ามากทำให้เกิดการดลที่มีค่าน้อยกว่าแรงดลที่มีค่าน้อย

แบบฝึกหัด 6.3

1. รถยนต์กำลังแล่นไปตามถนน คนขับรถยนต์เห็นรถบรรทุกจอดนิ่งอยู่ข้างหน้าในระยะกระชั้นชิด เขาจึงเหยียบเบรกทันที ขณะที่ความเร็วของรถยนต์ลดลงเกือบหยุด รถยนต์ก็ชนรถบรรทุก ถ้ารถยนต์จะหยุดนิ่งภายในเวลา 5×10^{-3} วินาที แรงที่รถยนต์กระทำต่อรถบรรทุกเป็น 1.0×10^{6} นิวตัน การดลที่กระทำต่อรถบรรทุกเป็นเท่าใด
2. ลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม ขณะที่มีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในทิศทางขวา นักกีฬาคนหนึ่งใช้เท้าเตะลูกบอลให้มีความเร็วเปลี่ยนเป็น 15 เมตรต่อวินาที ในทิศทางตรงข้าม การดลเฉลี่ยที่เท้านักกีฬากระทำต่อลูกบอลมีขนาดเท่าใด
3. ลูกบอลมวล 400 กรัม ตกจากหลังคาตึกสูง 10 เมตร เมื่อลูกบอลกระทบพื้น จะกระดอนขึ้นไป ถ้าลูกบอลกระทบพื้นนาน 0.01 วินาที และแรงดลเฉลี่ยที่พื้นกระทำต่อลูกบอลมีค่า 960 นิวตัน จงหาระยะสูงสุดที่ลูกบอลกระดอนขึ้นไป

4. ลูกบอลมวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในแนวระดับ ถูกตีสวนด้วยไม้ กราฟระหว่างแรงกับเวลาในขณะกระทบกัน ดังรูป



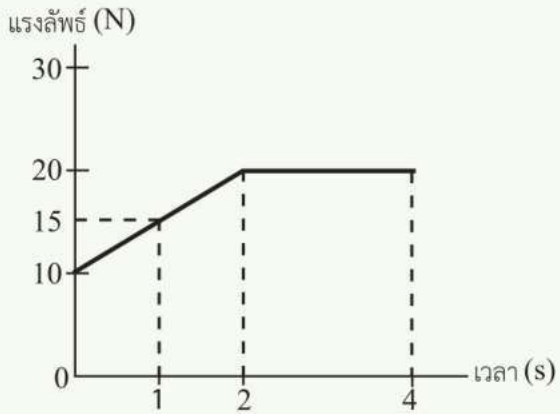
รูป ประกอบแบบฝึกหัด 6.3 ข้อ 4

ก. พื้นที่ใต้กราฟมีค่าเท่าใด และค่านี้แทนปริมาณใด

ข. การดลที่ไม้กระทำต่อลูกบอลมีค่าเท่าใด

ค. ความเร็วของลูกบอลหลังถูกตีเป็นเท่าใด

5. กล่องบรรจุของมีมวล 4.0 กิโลกรัม มีแรงลัพธ์ที่มีขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลากระทำ ดังกราฟในรูป ทำให้กล่องเคลื่อนที่ไปโดยมีความเร่งไม่คงตัว



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 6.3 ข้อ 5

เมื่อเวลา $t = 0$ กล่องนี้มีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในทิศทางของแรงลัพธ์ จงหา

ก. พื้นที่ใต้กราฟในช่วง 0-2 วินาที และ 2-4 วินาที มีค่าเท่าใด และแทนปริมาณใด

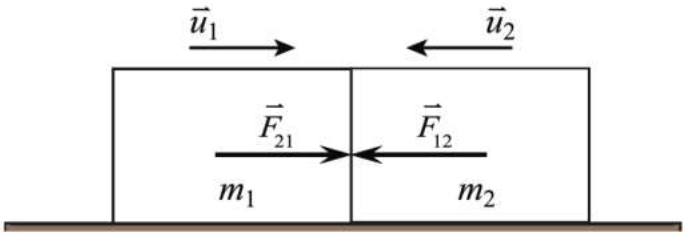
ข. อัตราเร็วของกล่องเมื่อเวลา $t = 4$ s

ค. ขนาดของความเร่งเมื่อเวลา $t = 1$ s

6.4 การอนุรักษ์โมเมนตัม

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่มาชนกันจะเกิดแรงกระทำต่อกัน นั่นคือ ทำให้วัตถุที่ชนกันมีโมเมนตัมเปลี่ยนไป โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไปนำไปสู่การอนุรักษ์ปริมาณใด ศึกษาได้ต่อไปนี้

พิจารณาวัตถุสองก้อนมวล m_1 และ m_2 ที่เคลื่อนที่เข้ามากระทบกันบนพื้นลื่นด้วยความเร็ว $\vec{u}_1$ และ $\vec{u}_2$ ตามลำดับ ดังรูป 6.6 ในที่นี้ เราพิจารณาวัตถุทั้งสองประกอบกันเป็น**ระบบ** (system) และกำหนดให้ไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อระบบ หรือ แรงลัพธ์ของแรงภายนอกที่กระทำต่อระบบเป็นศูนย์



รูป 6.6 วัตถุมวล m_1 และ m_2 เคลื่อนที่เข้าหากันบนพื้นลื่น

เมื่อวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ชนกัน วัตถุแต่ละก้อนออกแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยากระทำต่อกันตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน ดังรูป 6.6 จากนั้น วัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ออกจากกัน

ให้ $\vec{F}_{21}$ แทนแรงที่วัตถุมวล m_1 กระทำต่อวัตถุ m_2

$\vec{F}_{12}$ แทนแรงที่วัตถุมวล m_2 กระทำต่อวัตถุ m_1

$\vec{u}_1$ และ $\vec{v}_1$ แทนความเร็วของวัตถุที่ 1 ก่อนชนและหลังชนตามลำดับ

$\vec{u}_2$ และ $\vec{v}_2$ แทนความเร็วของวัตถุที่ 2 ก่อนชนและหลังชนตามลำดับ

Δt แทนช่วงเวลาที่วัตถุทั้งสองกระทบกัน

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน จะได้

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

จากสมการ (6.4) จะได้

$$\frac{\vec{I}_{21}}{\Delta t} = \frac{-\vec{I}_{12}}{\Delta t}$$

นั่นคือ

$$\vec{I}_{21} = -\vec{I}_{12}$$

จากทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัม จะได้ว่า

$$m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{u}_2 = -(m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{u}_1)$$

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

นั่นคือ เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบ หรือ แรงลัพธ์ของแรงภายนอกที่กระทำต่อระบบเป็นศูนย์ ผลรวมของโมเมนตัมของระบบก่อนการกระทบเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของระบบหลังการกระทบ หรือกล่าวได้ว่า โมเมนตัมรวมของระบบมีค่าคงตัวหรือมีการอนุรักษ์นั่นเอง ซึ่งเป็นไปตาม **กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม** (law of conservation of momentum) เขียนแทนได้ด้วยสมการ

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \tag{6.7}$$

โดย $\vec{p}_i$ เป็นโมเมนตัมของระบบก่อนชน และ $\vec{p}_f$ เป็นโมเมนตัมของระบบหลังชน

ความรู้เพิ่มเติม

แรงภายนอก หรือ **แรงภายนอกระบบ** เป็นแรงที่กระทำโดยแหล่งหรือวัตถุภายนอกของระบบที่พิจารณา เช่น ในกรณีที่วัตถุสองก้อนเคลื่อนที่มากระทบกันบนพื้นลื่น แรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำกับวัตถุทั้งสอง จัดเป็นแรงภายนอกเพราะเป็นแรงที่โลกกระทำกับวัตถุและโลกอยู่นอกระบบที่พิจารณา นอกจากนี้ แรงแนวฉากจากพื้นที่กระทำต่อวัตถุจัดเป็นแรงภายนอกเช่นกัน เนื่องจากพื้นอยู่นอกระบบที่พิจารณา หรือ ในกรณีที่มีแรงต้านอากาศในสถานการณ์ที่กำหนด แรงต้านอากาศจัดเป็นแรงภายนอกเช่นกัน

แรงภายใน หรือ **แรงภายในระบบ** เป็นแรงกระทำระหว่างวัตถุในระบบ เช่น ในระบบที่ประกอบด้วยวัตถุสองก้อนเคลื่อนที่มาชนกันบนพื้นลื่น แรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยาที่วัตถุทั้งสองก้อนกระทำซึ่งกันและกันจัดเป็นแรงภายในระบบ

รู้หรือไม่

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์ซึ่งกล่าวว่างานเนื่องจากแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไป ใช้อธิบายกฎการอนุรักษ์พลังงานกล และจากทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัมซึ่งกล่าวว่า การดลของวัตถุเนื่องจากแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับโมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไป ทฤษฎีบทดังกล่าวใช้อธิบายกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ตัวอย่าง 6.9 เด็กคนหนึ่งมีมวล 20 กิโลกรัม วิ่งด้วยความเร็วคงตัว 1.5 เมตรต่อวินาที เข้าหารถเข็นสินค้าที่มีมวลรวม 100 กิโลกรัม ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นระดับผิวลื่น ดังรูป

รูป ประกอบตัวอย่าง 6.9

ทันทีที่เด็กขึ้นไปยืนบนรถเข็น รถเข็นจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด

แนวคิด หลังจากที่เด็กขึ้นไปยืนบนรถเข็น รถเข็นเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ซึ่งจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการกระทบ = ผลรวมของโมเมนตัมหลังการกระทบ

วิธีทำ กำหนดให้ ปริมาณที่มีทิศทางไปทางขวามีค่าเป็นบวก (+)

ก่อนเด็กขึ้นไปยืนบนรถเข็นซึ่งเป็นลักษณะก่อนการชน

$$\text{โมเมนตัมของเด็ก} = (20\text{ kg})(+1.5\text{ m/s})$$
$$= +30\text{ kg m/s}$$
$$\text{โมเมนตัมของรถเข็น} = 0\text{ kg m/s}$$

หลังจากเด็กขึ้นไปยืนบนรถเข็นซึ่งเป็นลักษณะหลังการชน

ทั้งเด็กและรถเข็นเคลื่อนที่ไปด้วยกัน ด้วยความเร็วเท่ากัน $\vec{v}$ ดังนั้น

$$\text{โมเมนตัมของเด็ก} = (20\text{ kg})\,\vec{v}$$
$$\text{โมเมนตัมของรถเข็น} = (100\text{ kg})\,\vec{v}$$

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการกระทบ = ผลรวมของโมเมนตัมหลังการกระทบ

$$+30\text{ kg m/s} + 0 = (20\text{ kg})\,\vec{v} + (100\text{ kg})\,\vec{v}$$
$$\vec{v} = \frac{30\text{ kg m/s}}{120\text{ kg}}$$
$$\vec{v} = +0.25\text{ m/s}$$

ตอบ รถเข็นจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.25 เมตรต่อวินาที มีทิศเดียวกับความเร็วที่เด็กวิ่งเข้าหา

ชวนคิด

ถ้านักกีฬาสเกตน้ำแข็งมวล 60 กิโลกรัม ถือลูกบอลที่มีมวล 2.0 กิโลกรัม อยู่นิ่งบนลานน้ำแข็ง ถ้านักกีฬาโยนลูกบอลไปทางซ้ายดังรูป นักกีฬาจะมีการเคลื่อนที่หรือไม่ อย่างไร กำหนดให้ไม่มีแรงเสียดทานระหว่างรองเท้าสเกตกับลานน้ำแข็ง

รูป นักกีฬาสเกตน้ำแข็งปล่อยลูกบอลมวล 2.0 กิโลกรัม

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 6.4

1. การอนุรักษ์โมเมนตัมของระบบที่มีความเกี่ยวข้องกับแรงภายนอกหรือไม่ อย่างไร
2. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง ชนกับอีกวัตถุหนึ่งที่มีมวลมากกว่าและอยู่นิ่ง โมเมนตัมของระบบที่ประกอบด้วยวัตถุทั้งสองชิ้นมีการเปลี่ยนหรือไม่ อย่างไร
3. กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม เขียนในรูปสมการได้อย่างไร

กิจกรรม 6.1 การทดลองเรื่องการชนของวัตถุในแนวตรง

จุดประสงค์

เพื่อศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนของรถทดลองในแนวตรง ก่อนและหลังการชน

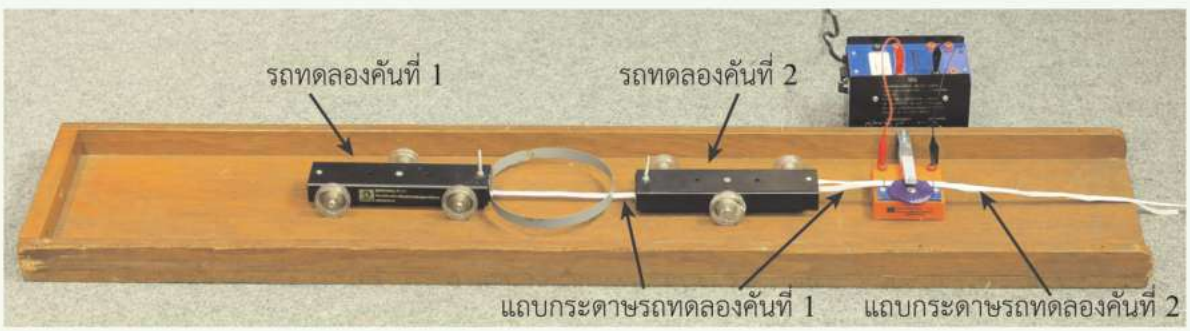
วัสดุและอุปกรณ์

1. รถทดลอง	2 คัน
2. แท่งเหล็ก	2 แท่ง
3. รางไม้	1 ราง
4. เครื่องเคาะสัญญาณเวลา	1 เครื่อง
5. หม้อแปลงโวลต์ต่ำ	1 เครื่อง
6. แผ่นเหล็กสปริง	1 แผ่น
7. ดินน้ำมัน	1 ก้อน
8. สายไฟพร้อมปากหนีบ	2 เส้น
9. แถบกระดาษและกระดาษคาร์บอน	2 ชุด

ตอนที่ 1 การศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนของรถที่ติดแผ่นเหล็กสปริง

วิธีทำกิจกรรม

1. จัดอุปกรณ์ ดังรูป โดยใช้แถบกระดาษและกระดาษคาร์บอนแต่ละชุดกับรถทดลองแต่ละคัน



รูป การจัดอุปกรณ์กิจกรรม 6.1 ตอนที่ 1

2. กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำงาน ผลักรถทดลองคันที่ 2 ไปชนรถทดลองคันที่ 1 สังเกตการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสองคันหลังจากการชน

3. ทำซ้ำข้อ 1. – 2. โดยเพิ่มมวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 และ 3 เท่าของรถทดลองคันที่ 1 ด้วยการวางแท่งเหล็ก 1 และ 2 แท่ง ลงบนรถทดลองคันที่ 2
4. จากแถบกระดาษที่ได้จากการทดลองแต่ละครั้ง นำมาหาขนาดของความเร็วของรถทดลองก่อนการชนและหลังการชน
5. ชั่งมวลของรถทดลอง คำนวณโมเมนตัม พลังงานจลน์ ผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์ทั้งก่อนการชนและหลังการชน บันทึกผลในตาราง

คำถามท้ายกิจกรรม ตอนที่ 1

- ☐ หลังการชนในแต่ละกรณี รถทดลองทั้งสองคันเคลื่อนที่อย่างไร ขนาดความเร็วก่อนการชนและหลังการชนของรถทดลองแต่ละคันเป็นอย่างไร
- ☐ ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร
- ☐ ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์หลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร

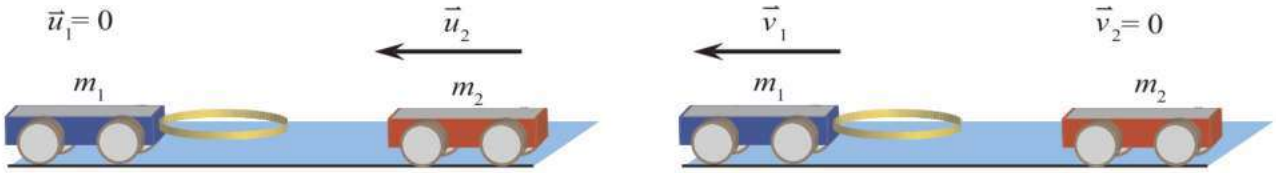
ตอนที่ 2 การศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์จากการชนของรถที่ติดดินน้ำมัน

วิธีทำกิจกรรม ปฏิบัติเช่นเดียวกับวิธีทำกิจกรรมใน ตอนที่ 1 แต่เปลี่ยนแผ่นเหล็กสปริงเป็นดินน้ำมันติดที่หน้ารถทดลองคันที่ 1 แทน

คำถามท้ายกิจกรรม ตอนที่ 2

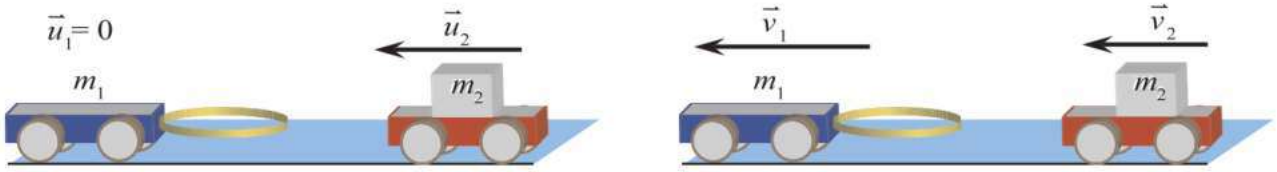
- ☐ หลังการชนในแต่ละกรณี รถทดลองแต่ละคันเคลื่อนที่อย่างไร ขนาดของความเร็วก่อนการชน และหลังการชนของรถทดลองแต่ละคันเป็นอย่างไร
- ☐ ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนและผลรวมของโมเมนตัมหลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร
- ☐ ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์หลังการชนในแต่ละกรณีเป็นอย่างไร
- ☐ เมื่อรถทดลองชนกันแล้ว รูปร่างของดินน้ำมันเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร

จากกิจกรรม 6.1 ตอนที่ 1 ในกรณีที่รถทดลองมีมวลเท่ากัน $(m_2 = m_1)$ เมื่อชนกันแล้ว รถทดลองคันที่เข้าชนจะหยุดนิ่ง ส่วนรถทดลองคันที่ถูกชนจะเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงเดียวกันกับแนวการเคลื่อนที่ของรถทดลองที่วิ่งเข้าชนด้วยขนาดความเร็วเท่ากับขนาดความเร็วของรถทดลองที่เคลื่อนที่เข้าชน ดังรูป 6.7



รูป 6.7 รถทดลองมีมวลเท่ากัน $(m_2 = m_1)$

ในกรณีที่รถทดลองคันที่เข้าชนมีมวลมากกว่ารถทดลองที่ถูกชน $(m_2 > m_1)$ หลังการชนรถทั้งสองจะเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ของรถที่วิ่งเข้าชน โดยรถที่วิ่งเข้าชนมีขนาดความเร็วลดลง ส่วนรถที่ถูกชนจะมีขนาดความเร็วมากกว่าขนาดความเร็วของรถที่เคลื่อนที่เข้าชน ดังรูป 6.8



รูป 6.8 รถทดลองคันที่เข้าชนมีมวลมากกว่ารถทดลองที่ถูกชน $(m_2 > m_1)$

ในตอนที่ 1 การชนของรถทดลองติดแผ่นเหล็กสปริง เมื่อพิจารณาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชนและหลังการชน จะพบว่า ผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองหลังการชน และผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองหลังการชน

จากกิจกรรม 6.1 ตอนที่ 2 ในกรณีติดดินน้ำมันแทนแผ่นเหล็กสปริงที่หน้ารถทดลอง หลังการชนรถทดลองคันที่เข้าชนและคันที่ถูกชนจะเคลื่อนที่ติดกันไปในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของรถทดลองคันที่เข้าชน โดยมีขนาดของความเร็วลดลง ดังรูป 6.9 เมื่อพิจารณาโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของรถทดลองทั้งสองก่อนการชนและหลังการชน จะพบว่า ผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองหลังการชน แต่ผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนการชนและหลังการชนมีค่าไม่เท่ากัน

รูป 6.9 รถทดลองมีมวลเท่ากัน $(m_2 = m_1)$ โดยมีดินน้ำมันติดที่หน้ารถทดลองคันหนึ่ง

จากกิจกรรม 6.1 จะสรุปได้ว่า **ในการชนของวัตถุ โมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว** แต่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัวหรือไม่คงตัวก็ได้ การชนที่**ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัว** เรียกว่า **การชนแบบยืดหยุ่น** (elastic collision) ส่วนการชนที่**ผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบมีค่าไม่คงตัว** เรียกว่า **การชนแบบไม่ยืดหยุ่น** (inelastic collision)

การชนโดยทั่วไปนั้นจะเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น นั่นคือจะมีการสูญเสียพลังงานจลน์โดยพลังงานจลน์ที่เสียไปอาจเปลี่ยนไปเป็นพลังงานเสียง ความร้อน หรืออาจทำให้รูปทรงของวัตถุเปลี่ยนไป เช่น การชนของรถในอุบัติเหตุต่าง ๆ การสูญเสียพลังงานจลน์นั้นมีตั้งแต่เล็กน้อยจนกระทั่งถึงสูญเสียมาก โดยจะสูญเสียพลังงานจลน์มากที่สุดในกรณีที่วัตถุทั้งสองชนแล้วติดกัน

นอกจากโมเมนตัมของระบบจะมีค่าคงตัวทั้งการชนแบบยืดหยุ่นและไม่ยืดหยุ่นแล้ว ในการดีดตัวแยกจากกันของวัตถุ โมเมนตัมของระบบและพลังงานจลน์ของระบบจะคงตัวหรือไม่ จะได้ศึกษาในหัวข้อต่อไป

6.5.2 การดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในหนึ่งมิติ

จากการศึกษาเรื่องการชนในหนึ่งมิติ เราทราบว่าโมเมนตัมของระบบก่อนการชนและหลังการชนมีค่าเท่ากัน หัวข้อนี้จะศึกษาระบบที่อยู่นิ่งแล้วเกิดการดีดตัวทำให้วัตถุในระบบแยกตัวจากกันในหนึ่งมิติหรือในแนวตรง ในกรณีนี้ โมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบก่อนดีดตัวและหลังดีดตัวมีค่าเป็นอย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรม 6.2

กิจกรรม 6.2 การทดลองเรื่องการดีดตัวแยกจากกันของวัตถุในแนวตรง

จุดประสงค์

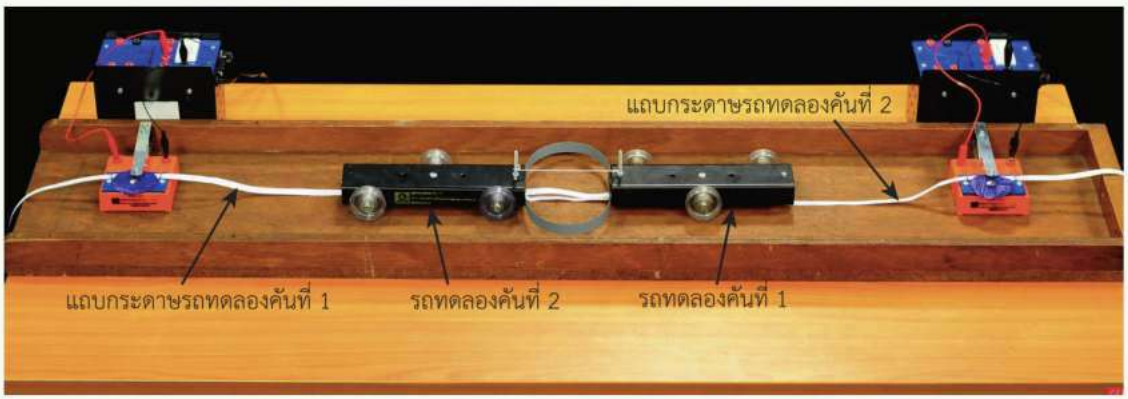
เพื่อศึกษาผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์ของรถทดลองก่อนและหลังจากการดีดตัวแยกจากกันในแนวตรง

วัสดุและอุปกรณ์

1. รถทดลอง	2 คัน
2. รางไม้	1 ราง
3. เครื่องเคาะสัญญาณเวลา	2 เครื่อง
4. หม้อแปลงโวลต์ต่ำ	2 เครื่อง
5. แผ่นเหล็กสปริง	1 แผ่น
6. สายไฟพร้อมปากหนีบ	4 เส้น
7. แถบกระดาษและกระดาษคาร์บอน	2 ชุด
8. ด้าย	1 หลอด
9. แท่งเหล็ก	1 แท่ง

วิธีทำกิจกรรม

1. จัดอุปกรณ์ดังรูป



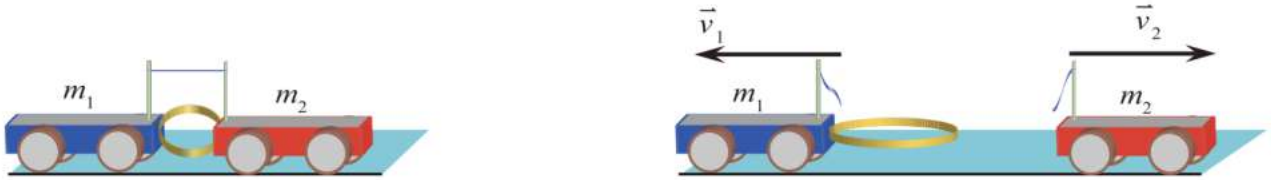
รูป การติดตั้งเครื่องมือศึกษาการดีดตัวของรถทดลอง

2. กดสวิตช์ให้เครื่องเคาะสัญญาณเวลาทั้งสองเครื่องทำงาน แล้วตัดด้ายที่ผูกรถทดลองทั้งสอง สังเกตการเคลื่อนที่ของรถทดลองทั้งสอง
3. ทำซ้ำข้อ 1. – 2. โดยเพิ่มมวลของรถทดลองคันที่ 2 เป็น 2 เท่าของรถทดลองคันที่ 1 ด้วยการวางแท่งเหล็กลงบนรถทดลองคันที่ 2
4. จากแถบกระดาษที่ได้จากการทดลองนำมาหาขนาดของความเร็ว คำนวณโมเมนตัม ผลรวมของโมเมนตัม พลังงานจลน์และผลรวมของพลังงานจลน์ ทั้งก่อนการดีดตัวและหลังการดีดตัวของรถทดลอง โดยให้ความเร็วและโมเมนตัมที่มีทิศทางไปทางหนึ่งมีค่าเป็นบวก

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ ก่อนดีดตัวแยกจากกันในแต่ละกรณี รถทดลองทั้งสองมีผลรวมของโมเมนตัมและผลรวมของพลังงานจลน์เท่าใด
- ☐ รถทดลองทั้งสองเคลื่อนที่อย่างไร หลังดีดตัวแยกจากกันในแต่ละกรณี
- ☐ หลังดีดตัวแยกจากกันในแต่ละกรณี ขนาดและทิศทางโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองเป็นอย่างไร และผลรวมของโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองมีค่าเท่าใด
- ☐ ผลรวมของพลังงานจลน์หลังดีดตัวแยกจากกันในแต่ละครั้งเป็นอย่างไร

จากการทดลองการดีดตัวแยกจากกันของรถทดลองดังรูป 6.10 จะเห็นได้ว่า ก่อนการดีดตัวของรถทดลอง ผลรวมของโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของระบบเป็นศูนย์ เพราะรถทดลองหยุดนิ่ง หลังการดีดตัวของรถทดลอง ขนาดของโมเมนตัมของรถทดลองทั้งสองเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน **ผลรวมของโมเมนตัมของระบบจึงเป็นศูนย์ ส่วนผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบไม่เป็นศูนย์**



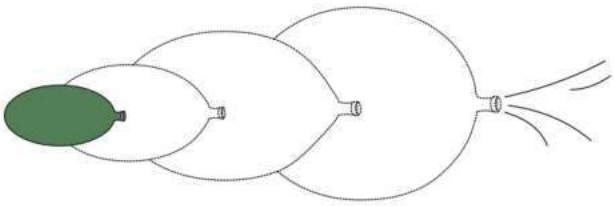
ก่อนการดีดตัว หลังการดีดตัว

รูป 6.10 รถทดลองแสดงการดีดตัวแยกจากกัน $(m_1 = m_2)$

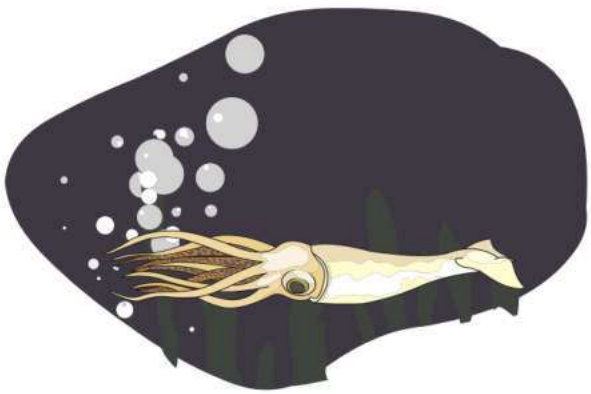
เนื่องจากก่อนตัดเส้นด้ายพลังงานจลน์ของรถทดลองแต่ละคันเป็นศูนย์ เมื่อตัดเส้นด้ายแล้วสปริงจะดีดตัวออก และ**ถ่ายโอนพลังงานศักย์ยืดหยุ่นให้แก่รถทดลองทั้งสอง โดยพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์** จึงทำให้รถทดลองทั้งสองคันเคลื่อนที่แยกไปคนละทาง ดังนั้นผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังรถทดลองแยกตัวออกจากกันจึงไม่เป็นศูนย์ ซึ่งยังคงเป็นจริงในกรณีการระเบิดของวัตถุ

สรุปได้ว่า การดีดตัวหรือการระเบิดของวัตถุด้วยพลังงานภายในระบบ โมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว แต่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าเพิ่มขึ้น

ตัวอย่างของปรากฏการณ์ที่คล้ายกับการทดลองนี้ ได้แก่ การเคลื่อนที่ของลูกโป่งขณะปล่อยอากาศออก การเคลื่อนที่ของหมึก การเคลื่อนที่ของจรวดจากฐาน ดังรูป 6.11



ก.



ข.

ค.

รูป 6.11 ก. การเคลื่อนที่ของลูกโป่ง ข. การเคลื่อนที่ของหมึก ค. การเคลื่อนที่ของจรวดจากฐาน

ชวนคิด

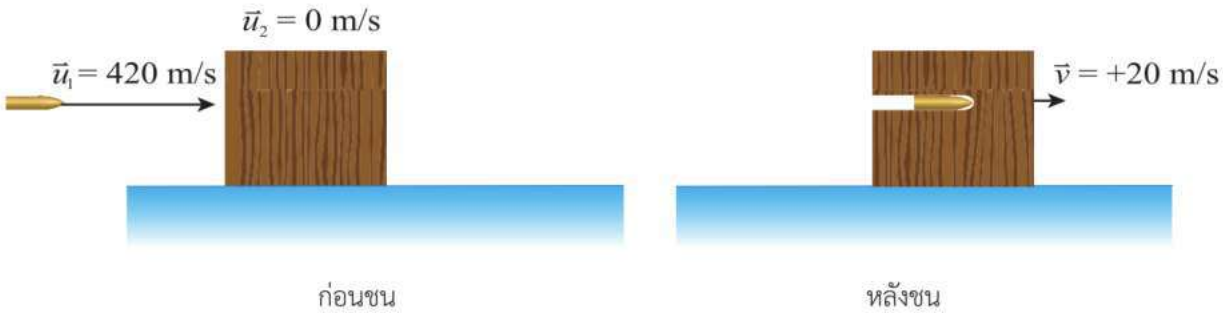
ฝักแห้งของพืชบางชนิด เช่น ต้อยติ่ง เมื่อโดนน้ำ ฝักจะดีดออกจากกัน ทำให้เมล็ดที่อยู่ภายในกระเด็นไป ในกรณีนี้โมเมนตัมรวมของฝักเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมหรือไม่

รูป ฝักของต้อยติ่ง

ตัวอย่าง 6.10 ยิงกระสุนปืนมวล 100 กรัม ด้วยอัตราเร็ว 420 เมตรต่อวินาที เข้าหาแท่งไม้มวล 2.0 กิโลกรัม ที่วางอยู่นิ่งบนพื้นลื่นและฝังเข้าไปในแท่งไม้ ทำให้แท่งไม้เคลื่อนที่ไปด้วยอัตราเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ระบบนี้มีการอนุรักษ์โมเมนตัมและการอนุรักษ์พลังงานจลน์หรือไม่

แนวคิด การที่จะทราบว่า ระบบนี้มีการอนุรักษ์โมเมนตัม จะต้องพิจารณาจากผลรวมของโมเมนตัมของระบบก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมของระบบภายหลังการชน ส่วนการอนุรักษ์พลังงานจลน์ จะต้องพิจารณาจากผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังการชน

วิธีทำ พิจารณาโมเมนตัมของระบบได้ดังรูป โดยให้ทิศทางไปทางขวามีเครื่องหมายบวก



พิจารณาโมเมนตัมของระบบก่อนการชนและหลังการชนจากรูป พบว่า

$$\begin{aligned}\text{โมเมนตัมของระบบก่อนการชน} &= m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \\ &= (0.1\text{ kg})(420\text{ m/s}) + (2.0\text{ kg})(0\text{ m/s}) \\ &= +42\text{ kg m/s}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{โมเมนตัมของระบบหลังการชน} &= m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \\ &= (m_1 + m_2)\vec{v} \\ &= (0.1\text{ kg} + 2.0\text{ kg})(20\text{ m/s}) \\ &= +42\text{ kg m/s}\end{aligned}$$

ดังนั้น โมเมนตัมของระบบคงตัว แสดงว่าระบบมีการอนุรักษ์โมเมนตัม

พิจารณาพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและหลังการชน พบว่า

$$\text{พลังงานจลน์ของระบบก่อนการชน} = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

$$= \frac{1}{2}(0.1\,\text{kg})(420\,\text{m/s})^2 + 0$$

$$= 8.82\times10^3\,\text{J}$$

$$\text{พลังงานจลน์ของระบบหลังการชน} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

$$= \frac{1}{2}(2.1\,\text{kg})(20\,\text{m/s})^2$$

$$= 420\,\text{J}$$

ดังนั้น พลังงานจลน์ของระบบไม่คงตัว แสดงว่าระบบไม่มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์

ตอบ ระบบนี้มีการอนุรักษ์โมเมนตัม แต่ไม่มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์

ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโมเมนตัมและการชนในหนึ่งมิติ ควรใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการแก้ปัญหาเรื่องโมเมนตัมและการชนในหนึ่งมิติ

1. พิจารณาว่า**ระบบ**ในโจทย์ประกอบด้วยวัตถุใดบ้าง จากนั้นพิจารณาว่ามีแรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำต่อระบบหรือไม่ ถ้าไม่มีหรือไม่ระบุ เช่น ไม่ระบุแรงต้านอากาศ จะถือว่าแรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำต่อระบบมีค่าเป็นศูนย์ สามารถใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมในการแก้ปัญหาได้
2. เนื่องจากโมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นควรกำหนดว่าทิศทางใดในแนวการเคลื่อนที่มีเครื่องหมายบวก
3. พิจารณาวัตถุแต่ละก้อนที่อยู่ในระบบให้เป็นอนุภาค และเขียนสัญลักษณ์เวกเตอร์แทนความเร็วของวัตถุแต่ละก้อนก่อนการชนและหลังการชน ควรใช้ตัวห้อย เช่น 1 หรือ 2 เพื่อระบุว่าเป็นความเร็วของวัตถุก้อนที่ 1 หรือ ก้อนที่ 2
4. เขียนโมเมนตัมก่อนการชนและหลังการชน และหาผลรวมของโมเมนตัมตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ดังสมการ

   ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน
5. แก้สมการในข้อ 4. เพื่อหาคำตอบ
6. ในปัญหาบางข้ออาจต้องพิจารณาเกี่ยวกับพลังงานจลน์ จะต้องหาพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและหลังการชน ซึ่งจะมีค่าคงตัวเมื่อเป็นการชนแบบยืดหยุ่น

ตัวอย่างต่อไปนี้มีตัวเลขกำกับเพื่อแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาตามที่กล่าวมา

ตัวอย่าง 6.11 กล่องมวล 150 กรัมให้เคลื่อนที่ไปทางขวาบนลานน้ำแข็งด้วยอัตราเร็ว 3.0 เมตรต่อวินาทีในขณะที่กล่องมวล 300 กรัมให้เคลื่อนที่ไปทางซ้ายบนลานน้ำแข็งด้วยอัตราเร็ว 3.0 เมตรต่อวินาที กล่องทั้งสองเคลื่อนที่อยู่ในแนวเดียวกัน และมาชนกัน หลังการชน กล่องมวล 300 กรัม เคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว 1.0 เมตรต่อวินาที

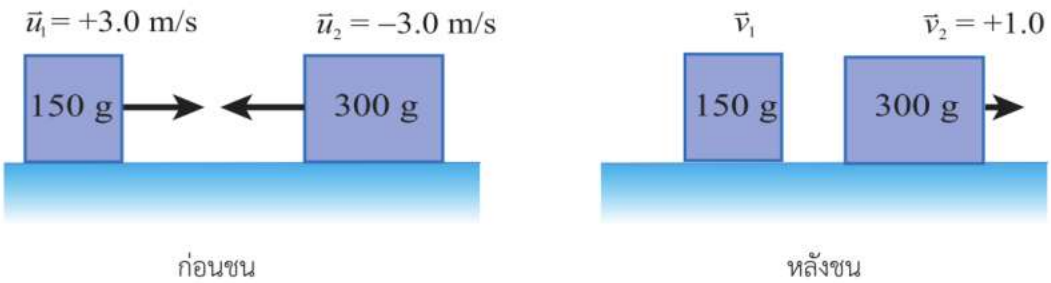
ก. กล่องมวล 150 กรัม เคลื่อนที่ไปในทิศทางใดและมีอัตราเร็วเท่าใด ถ้าไม่พิจารณาแรงเสียดทานจากพื้นน้ำแข็งซึ่งมีขนาดน้อยมาก

ข. การชนในสถานการณ์นี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. แนวคิด 1. ระบบที่พิจารณาประกอบไปด้วยกล่องสองกล่อง ซึ่งในโจทย์ระบุว่าไม่ต้องพิจารณาแรงเสียดทานจากพื้นน้ำแข็ง นอกจากนี้ กล่องทั้งสองไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง ดังนั้นแรงลัพธ์ในแนวดิ่งที่กระทำต่อกล่องทั้งสองจึงมีค่าเป็นศูนย์ จึงสรุปได้ว่า แรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำต่อระบบนี้มีค่าเป็นศูนย์ จึงสามารถใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมในการแก้ปัญหาได้

วิธีทำ 2. ให้ทิศทางไปทางขวามีเครื่องหมายบวก

3. เขียนสัญลักษณ์เวกเตอร์แทนความเร็วของวัตถุแต่ละก้อนในระบบก่อนการชนและหลังการชน



ก่อนชน หลังชน

4. พิจารณาโมเมนตัมก่อนการชนและหลังการชนของระบบที่ประกอบด้วยกล่องทั้งสองก่อนการชน

โมเมนตัมของกล่องมวล 150 กรัม $= m_1\vec{u}_1$

โมเมนตัมของกล่องมวล 300 กรัม $= m_2\vec{u}_2$

หลังการชน

โมเมนตัมของกล่องมวล 150 กรัม $= m_1\vec{v}_1$

โมเมนตัมของกล่องมวล 300 กรัม $= m_2\vec{v}_2$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

5. แก้สมการหาคำตอบโดยแทนค่าความเร็วและมวลที่โจทย์ให้มาลงไปในสมการ

$$(0.15\text{ kg})(3.0\text{ m/s}) + (0.30\text{ kg})(-3.0\text{ m/s}) = (0.15\text{ kg})v_1 + (0.30\text{ kg})(1.0\text{ m/s})$$

$$v_1 = -5.0\text{ m/s}$$

ตอบ หลังการชนกัน กล่องมวล 150 กรัมจะเคลื่อนที่ไปทางซ้าย ด้วยอัตราเร็ว 5.0 เมตรต่อวินาที

ข. แนวคิด การที่จะทราบว่าการชนของวัตถุเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ยืดหยุ่น จะต้องพิจารณาผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบภายหลังการชนว่าเท่ากันหรือไม่

วิธีทำ พิจารณาพลังงานจลน์ของระบบทั้งก่อนชนและหลังชน

6. พลังงานจลน์ของระบบก่อนการชน $= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

$$= \frac{1}{2}(0.15\text{ kg})(3.0\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(0.30\text{ kg})(-3.0\text{ m/s})^2$$

$$= 2.025\text{ J}$$

พลังงานจลน์ของระบบหลังการชน $= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

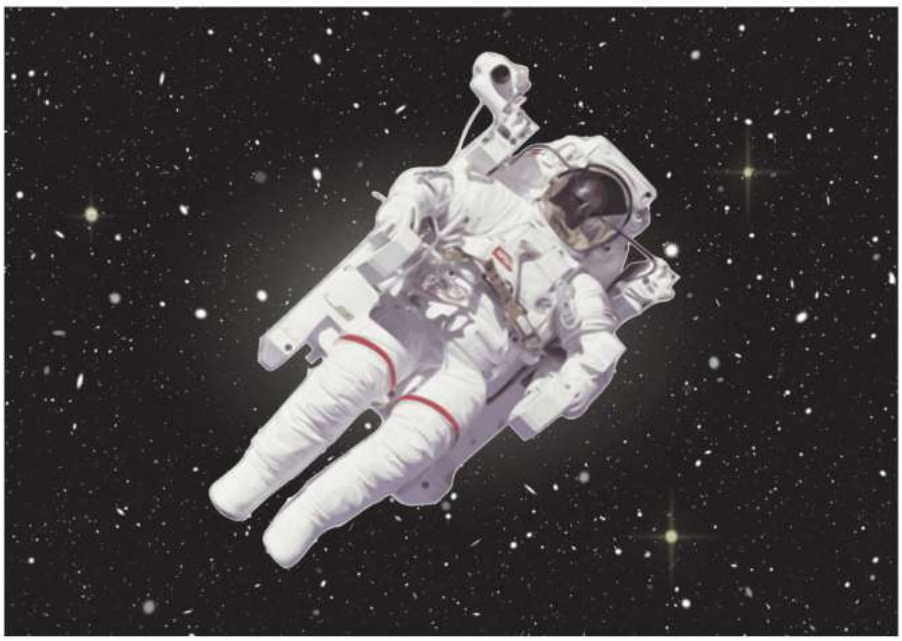
$$= \frac{1}{2}(0.15\text{ kg})(-5.0\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(0.30\text{ kg})(1.0\text{ m/s})^2$$

$$= 2.025\text{ J}$$

ดังนั้น พลังงานจลน์ของระบบก่อนชนและหลังชนมีค่าเท่ากัน แสดงว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์ในระหว่างการชน จึงเป็นการชนแบบยืดหยุ่น

ตอบ สถานการณ์นี้จึงเป็นการชนแบบยืดหยุ่น เพราะพลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัว

ตัวอย่าง 6.12 นักบินอวกาศใช้ชุดขับเคลื่อนสำรวจสภาพแวดล้อมภายนอกของยานอวกาศ ซึ่งมีสภาพที่แรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำต่อนักบินอวกาศน้อยมากจนถือว่าเป็นศูนย์ ดังรูป



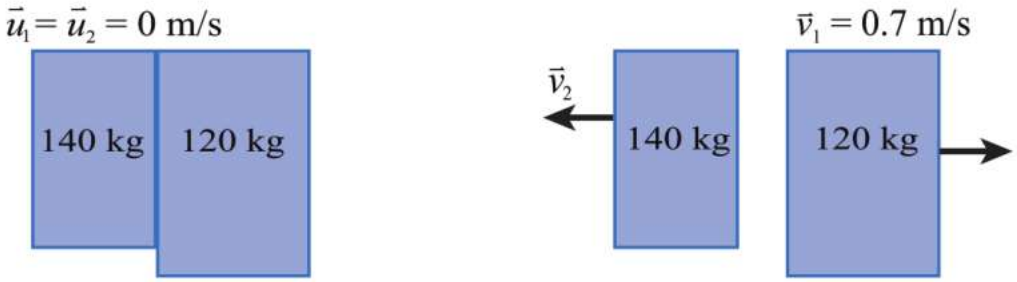
รูป ประกอบตัวอย่าง 6.12

ขณะที่นักบินอวกาศอยู่ห่างจากยานอวกาศ 10 เมตร ชุดขับเคลื่อนของเขาขัดข้อง ทำให้ไม่สามารถเคลื่อนที่กลับไปที่ยานอวกาศได้ เขาจึงใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมในการช่วยให้ตัวเขาเคลื่อนที่กลับไปยังยานอวกาศโดยถอดชุดขับเคลื่อนแล้วผลักชุดขับเคลื่อนที่มีมวล 140 กิโลกรัม ไปในทิศทางออกจากยานอวกาศ ถ้านักบินอวกาศและชุดของเขามีมวลรวมกัน 120 กิโลกรัม เขาควรจะผลักชุดขับเคลื่อนออกไปด้วยความเร็วเท่าใด เพื่อให้เขามีความเร็ว 0.7 เมตรต่อวินาที ไปในทิศทางกลับเข้าหายานอวกาศ

แนวคิด 1. ระบบประกอบด้วยนักบินอวกาศและชุดขับเคลื่อน ในโจทย์ระบุว่าแรงลัพธ์ภายนอกน้อยมากจนถือว่าเป็นศูนย์ ดังนั้นพิจารณาได้ว่าไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกกระทำต่อระบบ จึงใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ พิจารณาการผลักชุดขับเคลื่อนของนักบินอวกาศเป็นการดีดตัวแยกออกจากกัน

วิธีทำ 2. ให้ทิศทางกลับเข้าหายานอวกาศมีเครื่องหมายบวก

3. เขียนสัญลักษณ์เวกเตอร์แทนความเร็วของสิ่งที่พิจารณาในระบบก่อนการดีดตัวและหลังการดีดตัว



ก่อนการดีดตัว หลังการดีดตัว

4. พิจารณาโมเมนตัมก่อนการดีดตัวและโมเมนตัมหลังการดีดตัวของระบบ และใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม จะได้ว่า

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

5. แก้สมการหาคำตอบโดยแทนค่าความเร็วและมวลลงในสมการ

$$(120\text{ kg})(0\text{ m/s}) + (140\text{ kg})(0\text{ m/s}) = (120\text{ kg})(+0.7\text{ m/s}) + (140\text{ kg})v_2$$

$$v_2 = -0.6\text{ m/s}$$

ตอบ นักบินอวกาศควรจะผลักชุดขับเคลื่อนของเขาออกไปด้วยอัตราเร็ว 0.6 เมตรต่อวินาที ในทิศทางออกจากยานอวกาศ

ข้อสังเกต

ในตัวอย่าง 6.12 เมื่อพิจารณาพลังงานจลน์ของระบบทั้งก่อนการดีดตัวและหลังการดีดตัว จะได้ว่า

6. พลังงานจลน์ของระบบก่อนการชน $= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

$= \frac{1}{2}(120\text{ kg})(0\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(140\text{ kg})(0\text{ m/s})^2$

$= 0\text{ J}$

พลังงานจลน์ของระบบหลังการชน $= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

$= \frac{1}{2}(120\text{ kg})(0.7\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(140\text{ kg})(-0.6\text{ m/s})^2$

$= 84\text{ J}$

จะเห็นได้ว่า ในสถานการณ์ของตัวอย่าง 6.12 พลังงานจลน์ของระบบหลังการดีดตัวมีค่ามากกว่าก่อนการดีดตัว พลังงานจลน์นี้มาจากงานของแรงที่นักบินอวกาศใช้ขว้างชุดขับเคลื่อนออกไป ซึ่งเป็นงานในลักษณะเดียวกับการดีดตัวแยกออกจากกัน ดังนั้นพลังงานจลน์ของระบบจึงมีค่าไม่คงตัว ซึ่งโดยส่วนใหญ่ ในการดีดตัวแยกออกจากกัน โมเมนตัมของระบบคงตัวแต่พลังงานจลน์ของระบบไม่คงตัว

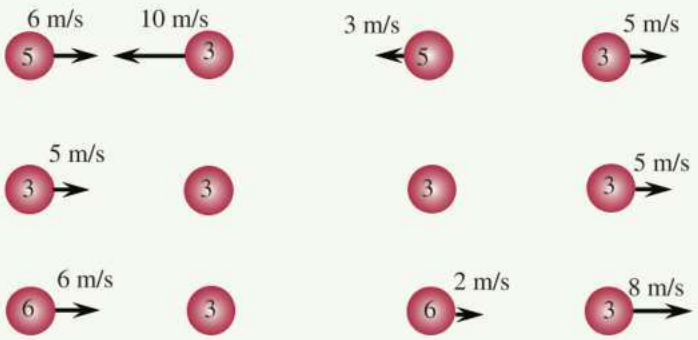
คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 6.5

1. การชนแบบยืดหยุ่นและการชนแบบไม่ยืดหยุ่นเหมือนและแตกต่างกันอย่างไร
2. การชนแบบไม่ยืดหยุ่น พลังงานจลน์ของระบบคงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด
3. การชนกันของวัตถุแล้วติดกันไปเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะเหตุใด
4. ถ้าวัตถุมวลมากชนวัตถุมวลน้อยกว่าที่อยู่นิ่ง โมเมนตัมของวัตถุทั้งสองจะเปลี่ยนหรือไม่ อย่างไร

แบบฝึกหัด 6.5

1. รถทดลอง A มวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางขวา ด้วยความเร็ว 0.8 เมตรต่อวินาที เข้าชนในแนวตรงกับรถทดลอง B มวล 0.5 กิโลกรัม ที่กำลังเคลื่อนที่ไปทางซ้ายด้วยความเร็ว 0.6 เมตรต่อวินาที หลังการชน รถทดลอง A มีความเร็ว 0.3 เมตรต่อวินาที ไปทางขวา รถทดลอง B มีความเร็ว 0.4 ไปทางขวา
   ก. ก่อนชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีโมเมนตัมเท่าใด
   ข. หลังชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีโมเมนตัมเท่าใด
   ค. ก่อนชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีพลังงานจลน์เท่าใด
   ง. หลังชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีพลังงานจลน์เท่าใด
   จ. การชนครั้งนี้มีการอนุรักษ์โมเมนตัมหรือไม่ ทราบได้อย่างไร
   ฉ. การชนครั้งนี้มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์หรือไม่ ทราบได้อย่างไร
2. รถทดลอง A มวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยความเร็ว 0.6 เมตรต่อวินาที เข้าชนในแนวตรงกับรถทดลอง B มวล 0.5 กิโลกรัม ที่อยู่นิ่ง หลังการชน รถทดลอง A และรถทดลอง B เคลื่อนที่ติดกันไป
   ก. ความเร็วของรถทดลองทั้งสองเป็นเท่าใด
   ข. ก่อนชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีพลังงานจลน์เท่าใด
   ค. หลังชน รถทดลอง A และรถทดลอง B มีพลังงานจลน์เท่าใด
   ง. การชนครั้งนี้มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์หรือไม่ ทราบได้อย่างไร
   จ. การชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือการชนแบบไม่ยืดหยุ่น เพราะเหตุใด

3. ในรูป ก. ข. และ ค. แสดงการชนของมวล 2 ชิ้น ซึ่งขนาดของมวลบอกด้วยตัวเลขในวงกลม และมีหน่วยกิโลกรัม รูปใดเป็นการชนแบบยืดหยุ่น เพราะเหตุใด



รูป ประกอบแบบฝึกหัด 6.5 ข้อ 3

4. รถทดลองมวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.4 เมตรต่อวินาที เข้าชนรถทดลองอีกคันหนึ่งซึ่งมีมวลเท่ากันและอยู่นิ่ง หลังการชน รถทดลองเคลื่อนที่ติดกันไป จงหาพลังงานที่สูญเสียไปจากการชน
5. มวล m_1 และ m_2 วิ่งตรงเข้าชนกันแบบยืดหยุ่น หลังชนแล้วสะท้อนกลับทางเดิม ขนาดความเร่งหลังชนของมวล m_1 และ m_2 เท่ากับ 4 เมตรต่อวินาที^{2} และ 3 เมตรต่อวินาที^{2} ตามลำดับ จงหาอัตราส่วนของ m_1 และ m_2

สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน

6.1 โมเมนตัม

- โมเมนตัม เป็นปริมาณเวกเตอร์บอกถึงแนวโน้มของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างมวลกับความเร็วของวัตถุ เขียนเป็นสมการได้ว่า $\vec{p} = m\vec{v}$
- โมเมนตัมของวัตถุมีทิศทางเดียวกับความเร็วของวัตถุ และมีหน่วยคือ กิโลกรัม เมตรต่อวินาที (kg m/s)

6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

- เมื่อมีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุจะทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนไป โดยแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ ดังสมการ $\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

6.3 การดล

- แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ เรียกว่า แรงดล
- การดล เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{I}$ คือผลคูณระหว่างแรงลัพธ์ $\sum \vec{F}$ กับช่วงเวลา Δt ดังสมการ $\vec{I} = \left(\sum \vec{F} \right) \Delta t$
- การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศทางเดียวกับแรงดล มีหน่วย นิวตัน วินาที (N s)
- ทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัมแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการดลเนื่องจากแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุกับการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ ตามสมการ $\vec{I} = \Delta \vec{p}$

6.4 การอนุรักษ์โมเมนตัม

- ในการชนกันของวัตถุในหนึ่งมิติ เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบ หรือ แรงลัพธ์ของแรงภายนอกเป็นศูนย์ ผลรวมของโมเมนตัมของระบบก่อนการชนเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน ซึ่งเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม เขียนแทนด้วยสมการได้ว่า $\vec{p}_i = \vec{p}_f$ โดย $\vec{p}_i$ เป็นโมเมนตัมของระบบก่อนชน และ $\vec{p}_f$ เป็นโมเมนตัมของระบบหลังชน

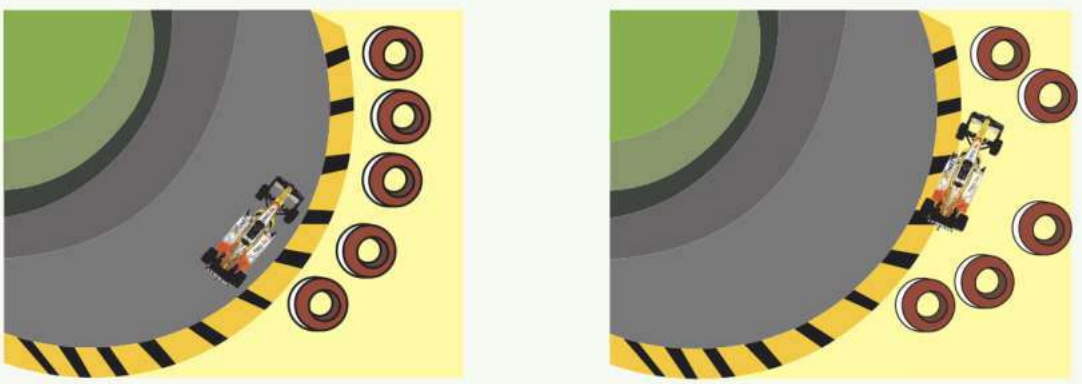
6.5 การชนและการดีดตัวแยกจากกัน

- การชนในหนึ่งมิติ เป็นการชนในแนวตรง วัตถุทั้งสองอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันทั้งก่อนการชนและหลังการชน
- การชนที่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าคงตัว เรียกว่า การชนแบบยืดหยุ่น
- การชนที่พลังงานจลน์ของระบบมีค่าไม่คงตัว เรียกว่า การชนแบบไม่ยืดหยุ่น
- การดีดตัวแยกจากกัน โมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว ส่วนพลังงานจลน์ของระบบมีค่าเพิ่มขึ้น

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6

คำถาม

1. ในชีวิตประจำวัน ในช่วงใดที่นักเรียนมีโมเมนตัม
2. เป็นไปได้หรือไม่ ที่รถจักรยานจะมีโมเมนตัมมากกว่ารถจักรยานยนต์
3. ระบบหนึ่งประกอบด้วยวัตถุหลายชิ้นมีพลังงานจลน์รวม 100 จูล แต่มีโมเมนตัมรวมเป็นศูนย์ ข้อความนี้เป็นไปได้หรือไม่ จงอธิบาย
4. จงคิดสถานการณ์ที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากับ 10 กิโลกรัม เมตรต่อวินาที
5. ถ้าทำให้วัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่ให้มีขนาดของความเร็วเพิ่มขึ้น ทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับทิศทางของความเร็วเดิมของวัตถุจะเป็นอย่างไร และถ้าต้องการทำให้วัตถุนั้นมีขนาดของความเร็วลดลงหรือหยุดการเคลื่อนที่ ทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับทิศทางของความเร็วเดิมของวัตถุจะเป็นอย่างไร โดยทั้งสองกรณีวัตถุจะไม่เปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ จงเขียนเวกเตอร์ประกอบคำอธิบายในแต่ละกรณี
6. ปัจจุบันมีการผลิตไฟฟ้าจากพลังงานลม โดยให้ลมปะทะกังหันลมที่ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อผลิตไฟฟ้า การหมุนของกังหันเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนโมเมนตัมหรือไม่ อย่างไร
7. เหตุใดที่สนามแข่งรถความเร็วสูงที่ด้านข้างถนนจึงมีกองฟางหรือยางรถยนต์วางกองไว้



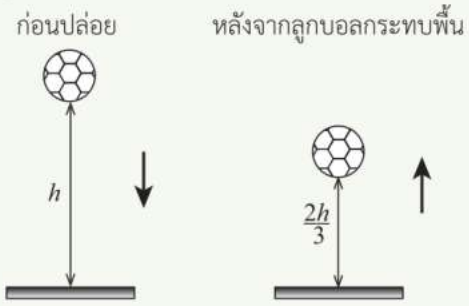
รูป ประกอบคำถามข้อ 7

8. ถุงลมนิรภัยในรถยนต์ถูกออกแบบให้ป้องกันคนในรถขณะเกิดการชนโดยถุงจะพองขึ้น จงอธิบายว่าถุงลมป้องกันคนในรถยนต์ได้อย่างไร

9. การห้อยโหนของนักแสดงกายกรรมจำเป็นต้องมีตาข่ายขึงไว้เบื้องล่าง ตาข่ายนี้ใช้รองรับนักแสดงเมื่อพลาดตกลงมา ถ้าผู้แสดงตกลงบนตาข่ายกับตกลงบนพื้นด้วยความเร็วก่อนกระทบเท่ากัน กรณีใดจะได้รับอันตรายมากกว่ากัน เพราะเหตุใด
10. จงอธิบายการเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้โดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
    ก. การเคลื่อนที่ของตัวปืนหลังการยิง
    ข. การเคลื่อนที่ของหมึกขณะพ่นน้ำออก
    ค. การเคลื่อนที่ของลูกโป่งขณะปล่อยอากาศออก

ปัญหา

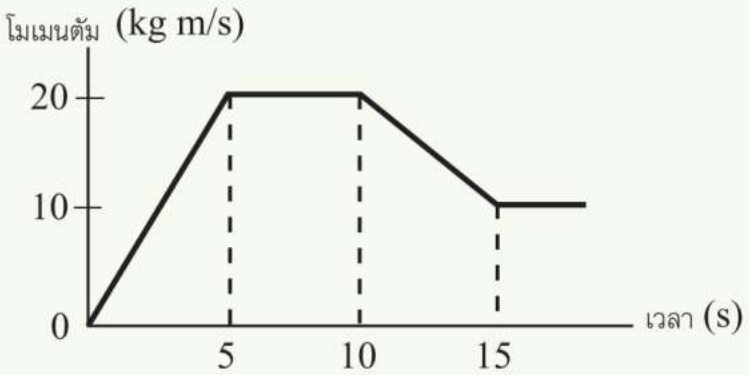
1. รถ A มีพลังงานจลน์เป็น 2 เท่าของรถ B แต่รถ B มีมวลเป็น 2 เท่าของรถ A อัตราส่วนของขนาดโมเมนตัมของรถ A ต่อขนาดโมเมนตัมของรถ B เป็นเท่าใด
2. วัตถุมวล m เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว u เข้าชนกำแพงในแนวตั้งฉาก แล้วสะท้อนออกมาในแนวเดิมด้วยอัตราเร็ว $\frac{4}{5}u$ โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไปมีขนาดเท่าใด
3. ในการก่อสร้างอาคารแห่งหนึ่ง นอตตัวหนึ่งมวล 20 กรัม ตกจากที่สูง 19.6 เมตร ขณะที่นอตนั้นกระทบพื้นมีขนาดโมเมนตัมเท่าใด และมีทิศทางใด
4. นักกีฬาเตะลูกบอลมวล 400 กรัม อัดกำแพงแล้วลูกบอลสะท้อนสวนกลับออกมาด้วยอัตราเร็ว 5 เมตรต่อวินาที ซึ่งเท่ากับอัตราเร็วเดิม ถ้าแรงที่กำแพงกระทำต่อลูกบอลเป็น 80 นิวตัน ลูกบอลกระทบกำแพงอยู่นานเท่าใด
5. ปล่อยลูกบอลจากความสูง h เหนือพื้น ลูกบอลกระทบพื้นแล้วกระดอนกลับขึ้นมาในแนวดิ่งสูงจากพื้นเป็นระยะ $\frac{2}{3}h$ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 5

อัตราส่วนของโมเมนตัมก่อนกระทบพื้นต่อโมเมนตัมขณะกระดอนขึ้นเป็นเท่าใด

6. ลูกปืนมวล 10 กรัม ถูกยิงออกไปจากปืนมวล 800 กรัม ในแนวระดับด้วยความเร็ว 400 เมตรต่อวินาที เพื่อให้ปืนหยุดนิ่งในมือผู้ยิงภายในเวลา 2.50 มิลลิวินาที แรงที่ปืนกระทำต่อมือมีค่าเท่าใด
7. นักกีฬาเตะลูกบอลมวล m อัดกำแพงด้วยอัตราเร็ว v แล้วลูกบอลสะท้อนออกมาด้วยอัตราเร็ว $\frac{v}{2}$ ถ้าลูกบอลกระทบกำแพงอยู่นาน t จงหาทิศทางและขนาดแรงเฉลี่ยที่กำแพงกระทำต่อลูกบอลในเทอม m, v และ t
8. ลูกบอลมวล 0.1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ชนผนังในทิศทางตั้งฉาก ลูกบอลกระทบผนัง เป็นเวลา $\frac{1}{20}$ วินาที แล้วสะท้อนออกมาด้วยความเร็ว 15 เมตรต่อวินาที ขนาดของแรงดลเฉลี่ยที่ผนังกระทำต่อลูกบอลมีค่าเท่าใด
9. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ไปทางเหนือด้วยขนาดโมเมนตัม 3×10^{-18} กิโลกรัม เมตรต่อวินาที ถ้ามีแรงคงตัวขนาด 2×10^{-15} นิวตัน กระทำต่ออนุภาคนาน 1 มิลลิวินาที ไปทางทิศใต้ อนุภาคจะมีขนาดโมเมนตัมเป็นเท่าใด และมีทิศทางใด
10. จากรูป เป็นกราฟระหว่างโมเมนตัมกับเวลาของวัตถุหนึ่ง



รูป ประกอบปัญหาข้อ 10

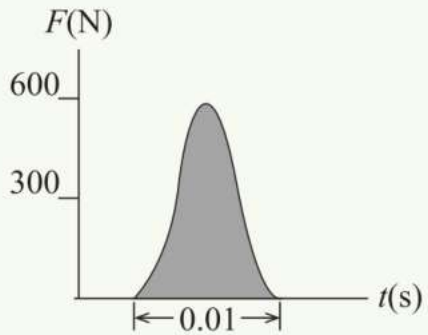
จงหา

ก. ความชันของกราฟในช่วง 0-5 วินาที 5-10 วินาที และ 10-15 วินาที

ข. ขนาดของการดลที่กระทำต่อวัตถุในช่วง 0-5 วินาที 5-10 วินาที และ 10-15 วินาที

ค. ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุใน 5 วินาที 5-10 วินาที และ 10-15 วินาที

11. ลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม ขณะที่มีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในทิศทางลง นักกีฬาคนหนึ่งใช้เท้าเตะลูกบอลให้มีความเร็วเปลี่ยนเป็น 15 เมตรต่อวินาที ในทิศทางขึ้น ถ้าใช้เวลาในการเปลี่ยนความเร็วลูกบอล 0.1 วินาที แรงดลเฉลี่ยที่เท้านักกีฬากระทำต่อลูกบอลมีขนาดเท่าใด
12. ปล่อยวัตถุมวล m ตกจากที่สูงเป็นระยะ H ลงสู่พื้น การดลที่ต้องใช้ในการทำให้วัตถุหยุดนิ่งทันทีที่กระทบพื้นมีขนาดเท่าใด ในเทอม m g และ H
13. ลูกบอลมวล 0.2 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในแนวระดับไปทางขวามือถูกตีสวนด้วยไม้ ได้กราฟระหว่างแรงกับเวลาที่ลูกบอลกระทบไม้ ดังรูป

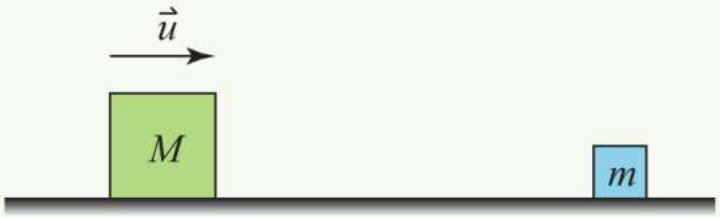


รูป ประกอบปัญหาข้อ 13

ก. พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับเวลามีค่าประมาณเท่าใด
ข. การดลมีขนาดประมาณเท่าใด
ค. ถ้าแรงเฉลี่ยเท่ากับ 300 นิวตัน ความเร็วของลูกบอลภายหลังกระทบไม้มีขนาดเท่าใด

14. ลูกเบสบอลมวล 0.145 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อวินาที ไปทางซ้าย และถูกไม้ตีออกไปในทิศทางตรงข้ามด้วยความเร็ว v ถ้าแรงที่ไม้ตีกระทำต่อลูกเบสบอลมีค่า 7.25×10^{3} นิวตัน และลูกเบสบอลกระทบไม้ตีนาน 2.0×10^{-3} วินาที จงหา
ก. การดลของแรงเฉลี่ยที่ไม้ตีกระทำต่อลูกเบสบอล
ข. ขนาดความเร็ว v ที่ลูกเบสบอลถูกไม้ตีออกไป
15. กล่องมวล 5.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนพื้นระดับผิวลื่นด้วยความเร็ว 6.0 เมตรต่อวินาที เข้าหากล่องมวล 4.0 กิโลกรัม ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5.0 เมตรต่อวินาที ทิศทางเข้าหากันภายหลังการชนทันที กล่องมวล 5.0 กิโลกรัม สะท้อนกลับจากทิศทางเดิมด้วย ความเร็ว 4.0 เมตรต่อวินาที กล่องมวล 4.0 กิโลกรัม จะมีขนาดความเร็วเท่าใด

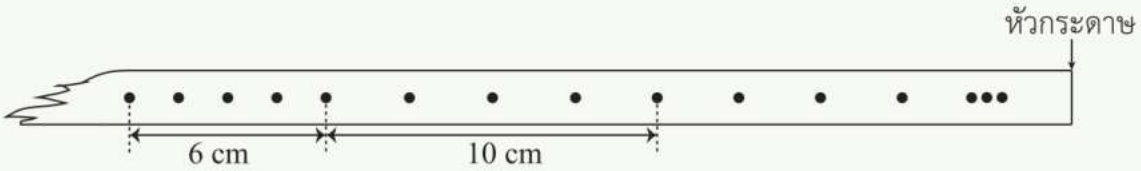
16. มวล M เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{u}$ บนพื้นลื่น ชนมวล m ที่อยู่นิ่ง ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 16

หลังชน มวลทั้งสองติดกันไป มวลทั้งสองที่ติดกันไปมีขนาดความเร็วเท่าใด และมีทิศทางใด

17. รถ A มวล 0.3 กิโลกรัม ติดแถบกระดาษท้ายรถ ซึ่งสอดผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลา เมื่อให้รถ A เคลื่อนที่เข้าชนรถ B ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นลื่น หลังชน รถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป จุดที่ปรากฏบนแถบกระดาษเป็นดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 17

ก. ก่อนเข้าชน รถ A มีอัตราเร็วเท่าใด

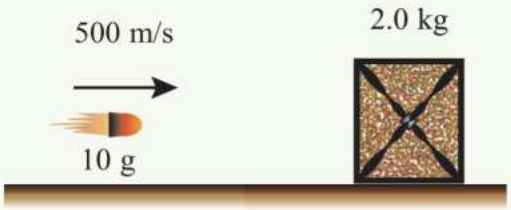
ข. หลังชน รถทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป มีอัตราเร็วเท่าใด

ค. รถ B มีมวลเท่าใด

18. หญิงคนหนึ่งมวล 60 กิโลกรัม ยืนบนลานน้ำแข็งลื่น ถ้าหญิงคนนี้ขว้างวัตถุมวล 2 กิโลกรัม ออกไปด้วยความเร็ว 12 เมตรต่อวินาที ทิศทางทำมุม 60 องศากับแนวระดับ หญิงคนนี้จะเคลื่อนที่ในทิศทางใด ด้วยความเร็วเท่าใด

19. วัตถุ A มีมวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 4.0 เมตรต่อวินาที ไปตามพื้นราบที่ไม่มีความเสียดทาน ชนกับวัตถุ B ที่วางอยู่นิ่ง ภายหลังการชนวัตถุ A กระดอนกลับด้วยความเร็วเป็น 3.0 เมตรต่อวินาที ส่วนวัตถุ B มีความเร็ว 1.0 เมตรต่อวินาที ในทิศทางเดียวกับวัตถุ A ก่อนชน การชนกันของวัตถุทั้งสองเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ เพราะเหตุใด

20. ชายคนหนึ่งยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ด้วยความเร็ว 500 เมตรต่อวินาที ไปยังแท่งไม้มวล 2.0 กิโลกรัม ซึ่งวางนิ่งอยู่บนพื้นระดับผิวลื่น ดังรูป



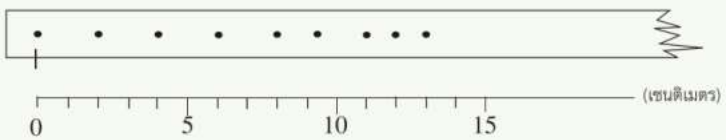
รูป ประกอบปัญหาข้อ 20

ถ้าลูกปืนฝังในแท่งไม้ จงหาพลังงานที่สูญเสียไปในการชนกันระหว่างลูกปืนและแท่งไม้

21. อนุภาคมวล m ถูกเร่ง จนมีโมเมนตัม p เมื่อทำให้อนุภาควิ่งเข้าชนเป้าแล้วหยุด เป้าจะได้รับพลังงานเท่าใด

22. ลูกบอลสองลูกมีมวล m เท่ากัน ลูกหนึ่งหยุดนิ่งอยู่กับที่ อีกลูกวิ่งเข้าชนด้วยความเร็ว u หลังชนลูกบอลทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไปด้วยความเร็วเท่ากัน การชนนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ เพราะเหตุใด

23. ในการทดลองเกี่ยวกับการชนของรถทดลองสองคัน A และ B บนพื้นราบไม่มีความเสียดทาน รถ A มีมวล 0.5 กิโลกรัมวิ่งเข้าชนรถ B ซึ่งอยู่กับที่ ภายหลังการชน รถทั้งสองเคลื่อนที่ติดไปด้วยกันโดยแถบกระดาษที่ติดไว้กับรถ A และผ่านเครื่องเคาะสัญญาณเวลาจะมีลักษณะดังแถบกระดาษนี้



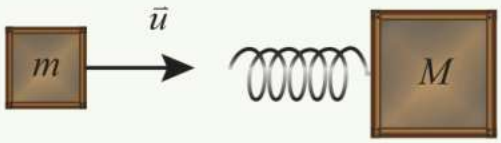
รูป ประกอบปัญหาข้อ 23

ก. จุดลำดับที่เท่าใดบนแถบกระดาษที่รถ A ชนรถ B และรถทั้งสองเคลื่อนที่ติดไป

ข. รถ B ที่ใช้ในการทดลองนี้มีมวลเท่าใด

24. วัตถุมวล m ตกลงมาในแนวดิ่ง ขณะที่อยู่ห่างจากพื้น 1000 เมตรนั้นมีความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที และได้แตกออกเป็นสองก้อน แต่ละก้อนมีมวลเท่ากันและยังคงเคลื่อนที่อยู่ในแนวดิ่งทั้งคู่ มวลก้อนหนึ่งเคลื่อนที่ลงมาด้วยความเร็ว 60 เมตรต่อวินาที จงหาว่าที่เวลา 2 วินาที หลังการแตกออก มวลทั้งสองอยู่ห่างกันเป็นระยะทางเท่าใด

25. มวล m วิ่งเข้าชนมวล M ที่ติดสปริงเบา มีค่าคงตัวสปริง k ด้วยความเร็ว $\vec{u}$ ดังรูป พลังงานจลน์ของระบบเป็นเท่าใด เมื่อ m กับ M ใกล้กันที่สุด

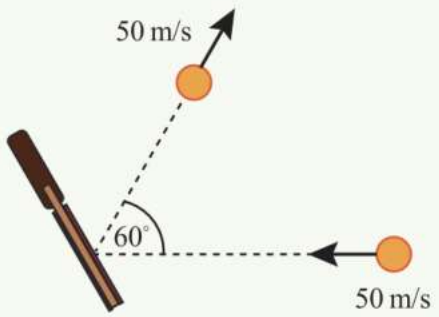


รูป ประกอบปัญหาข้อ 25

26. มวล 8 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ไปชนกับมวล 2 กิโลกรัม ที่เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันตกด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที แล้วมวลแรกยังคงเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที พลังงานจลน์รวมเปลี่ยนไปเท่าใด
27. ลูกปืนมวล 4 กรัม มีความเร็ว 1000 เมตรต่อวินาที ยิงทะลุแผ่นไม้มวล 600 กรัม ที่ห้อยแขวนไว้ด้วยเชือกยาว หลังจากทะลุแผ่นไม้ ลูกปืนมีความเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหาว่าแท่งไม้จะแกว่งขึ้นไปสูงจากจุดหยุดนิ่งเท่าใด

ปัญหาท้าทาย

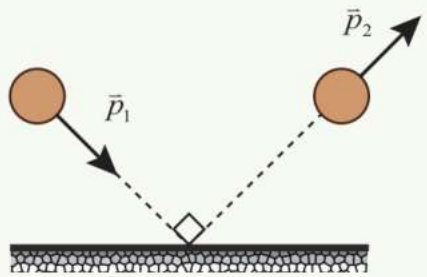
28. ในการแข่งขันตีลูกยางกลมที่มีมวล 20 กรัม ผู้เล่นคนหนึ่งตีลูกยางออกไปในแนวระดับด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อวินาที เมื่อลูกยางไปกระทบไม้ตีของผู้เล่นคนที่สอง ลูกยางจะถูกตีกลับไปด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อวินาที ในทิศทางทำมุม 60 องศากับแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 28

จงหาขนาดและทิศทางของการดลของแรงที่กระทำต่อลูกยาง

29. วัตถุหนึ่งที่วางนิ่งแตกออกเป็น 3 ส่วน ส่วนที่หนึ่งมีมวล 1.5 กิโลกรัม อัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ส่วนที่สองมีมวล 1.0 กิโลกรัม อัตราเร็ว 20 เมตรต่อวินาที โดยทิศทางความเร็วของส่วนที่หนึ่งและสองทำมุมฉากกัน ถ้าส่วนที่สามมีมวล 2.0 กิโลกรัม จะมีอัตราเร็วเท่าใด
30. ลูกเทนนิสมีโมเมนตัม $\vec{p}_1$ กระทบพื้นและสะท้อนออกด้วยโมเมนตัม $\vec{p}_2$ โดยโมเมนตัมทั้งสองมีทิศทางตั้งฉากกัน ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 30

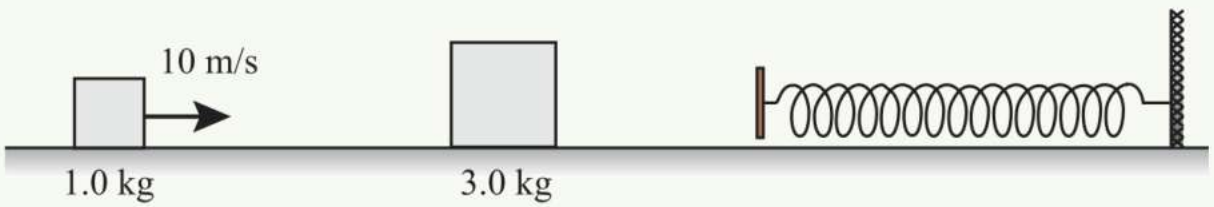
ถ้าเวลาที่ลูกเทนนิสกระทบพื้นนาน t แรงเฉลี่ยที่พื้นกระทำต่อลูกเทนนิสมีขนาดเท่าใด ในเทอม $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ และ t

31. ลูกปืนมวล m เข้าชนเป้านิ่งมวล M ที่แขวนด้วยเชือกยาว l เมตรและอยู่ในแนวดิ่ง ลูกปืนฝังเข้าไปในเป้าแล้วมวล M แกว่งขึ้นทำมุม θ กับแนวดิ่ง อัตราเร็วของลูกปืนก่อนชนเป้าเป็นเท่าใด
32. วัตถุ A และ B มีมวลเท่ากัน 0.1 กิโลกรัม วัตถุ A เคลื่อนที่เข้าชนวัตถุ B ที่อยู่นิ่ง ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ดังรูป

รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 32

ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น หลังจากการชนแล้ว วัตถุ B เคลื่อนที่ไปบนพื้นที่มีแรงเสียดทาน 0.2 นิวตัน เมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที วัตถุ B มีโมเมนตัมขนาดเท่าใด และมีทิศทางใด

33. ลูกปืนมวล 5 กรัม ความเร็ว 1000 เมตรต่อวินาที เข้าไปฝังในแท่งไม้มวล 5 กิโลกรัม ที่วางนิ่งอยู่บนโต๊ะ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างผิวแท่งไม้กับพื้นเท่ากับ 0.2 หลังจากชนแล้วแท่งไม้และลูกปืนจะไถลไปตามพื้นได้ไกลเท่าใด
34. วัตถุมวล $3m$ เคลื่อนที่ในอากาศด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ต่อมาแยกออกเป็น 2 ส่วนโดยส่วนแรกมีมวล m และความเร็ว $3\sqrt{3}\vec{v}$ ทิศทางตั้งฉากกับทิศทางก่อนการแยก ส่วนที่สองมีทิศทางทำมุมกับส่วนแรกเท่าใด
35. ลูกปืนมวล 5 กรัม เคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยความเร็ว 600 เมตรต่อวินาที ไปชนกับแท่งไม้มวล 995 กรัม ซึ่งแขวนด้วยเชือกยาว 1.0 เมตร ถ้าลูกปืนฝังในแท่งไม้ หลังชนแท่งไม้จะแกว่งขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด
36. วัตถุมวล m_1 มีความเร็ว $\vec{u}_1$ เข้าชนวัตถุมวล m_2 ความเร็ว $\vec{u}_2$ หลังชนวัตถุมวล m_1 มีความเร็ว $\vec{v}_1$ และวัตถุมวล m_2 มีความเร็ว $\vec{v}_2$ ถ้าการชนเป็นการชนแบบยืดหยุ่นในหนึ่งมิติ จงแสดงว่า $\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$
37. วัตถุมวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที บนพื้นระดับผิวลื่น แล้วไปชนแบบยืดหยุ่นกับวัตถุมวล 3.0 กิโลกรัม ที่วางนิ่งบนพื้น ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 37

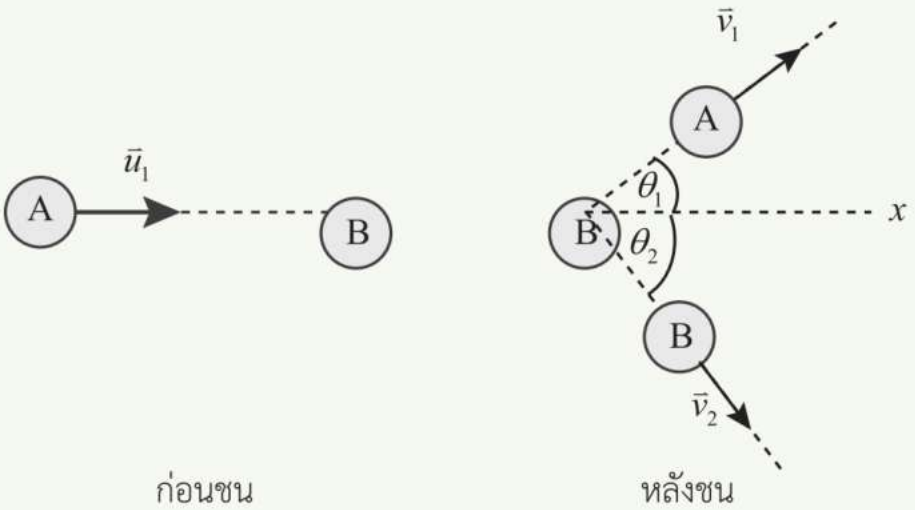
หลังชนวัตถุมวล 3.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปชนสปริงที่มีค่าคงตัว 1200 นิวตันต่อเมตร สปริงจะหดตัวได้มากที่สุดเท่าใด

38. สปริงเส้นหนึ่งมีค่าคงตัวสปริง 2500 นิวตันต่อเมตร วางอยู่บนพื้นระดับผิวลื่น โดยปลายข้างหนึ่งตรึงไว้กับผนัง เมื่อนำวัตถุมวล 1.0 กิโลกรัม อัดสปริงเข้าไปจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะ 10 เซนติเมตร ดังรูป

รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 38

เมื่อปล่อยมวล 1.0 กิโลกรัม จะเคลื่อนที่ไปชนวัตถุมวล 4.0 กิโลกรัมที่อยู่ห่างออกไป 40 เซนติเมตร ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น จงหาความเร็วของมวล 4.0 กิโลกรัมหลังชน

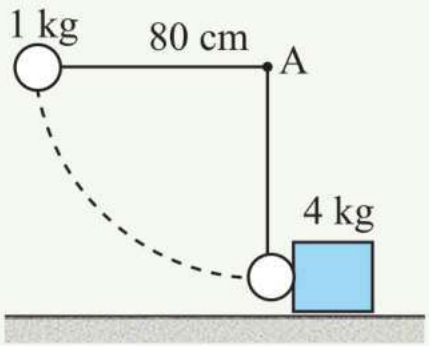
39. ลูกกลม A มวล m เคลื่อนที่บนพื้นระดับผิวลื่นด้วยความเร็ว u_1 ไปตามแนวแกน x ไปชนกับลูกกลม B มวล m เท่ากัน ซึ่งหยุดนิ่ง หลังชนลูกกลม A เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_1 ในทิศทางทำมุม θ_1 กับแกน x ส่วนลูกกลม B เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_2 ในทิศทางทำมุม θ_2 กับแกน x ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 39

ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น จงหาค่าของมุม $\theta_1 + \theta_2$

40. ลูกเหล็กทรงกลมมวล 1 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายเชือกเส้นหนึ่งซึ่งยาว 80 เซนติเมตร ส่วนอีกปลายหนึ่งของเชือกถูกตรึงไว้ที่จุด A ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 40

เมื่อปล่อยลูกเหล็กทรงกลมให้ตกลงมาขณะที่เชือกอยู่ในแนวระดับลูกเหล็กทรงกลมจะกระทบกับแท่งเหล็กสี่เหลี่ยมมวล 4 กิโลกรัม ซึ่งวางอยู่นิ่งบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น ความเร็วหลังการชนของลูกเหล็กทรงกลมและแท่งเหล็กสี่เหลี่ยมจะเป็นเท่าใด

บทที่ 7 การเคลื่อนที่แนวโค้ง

ipst.me/7668

รถมอเตอร์ไซค์ไต่ถังหรือรถจักรยานยนต์ไต่ถังเป็นการแสดงที่ท้าทายความสามารถของผู้ขับขี่ในการควบคุมรถจักรยานยนต์ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่เหมาะสมไต่ไปตามผนังด้านในของถังทรงกระบอก ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ในแนวโค้งโดยที่ผู้ขับขี่และรถจักรยานยนต์สามารถเคลื่อนที่บนผนังได้โดยไม่ตกลงมาสู่พื้น ในชีวิตประจำวัน เราเห็นการเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ ในแนวโค้ง เช่น การขว้างวัตถุให้เคลื่อนที่ในแนวโค้งเพื่อข้ามสิ่งกีดขวาง การเคลื่อนที่แบบวงกลมของเครื่องเล่นในสวนสนุก เราสามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุเหล่านี้ได้อย่างไร

คำถามสำคัญ

- วัตถุที่มีการเคลื่อนที่แนวโค้งมีลักษณะอย่างไร และสามารถอธิบายได้อย่างไร
- ความเข้าใจเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แนวโค้งนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

จุดประสงค์การเรียนรู้

7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

1. ทดลองการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดในแนวระดับกับการกระจัดในแนวดิ่ง
2. อธิบายหลักการของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
3. นำหลักการของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ไปคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

7.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลม

4. ทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลมเพื่อศึกษาความสัมพันธ์เกี่ยวกับคาบ แรงสู่ศูนย์กลาง และรัศมีของการเคลื่อนที่แบบวงกลม
5. อธิบายหลักการของการเคลื่อนที่แบบวงกลม
6. หาแรงลัพธ์ที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางซึ่งทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบวงกลม
7. นำหลักการของการเคลื่อนที่แบบวงกลมไปคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบวงกลม
8. นำหลักของการเคลื่อนที่แบบวงกลมไปคำนวณปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของรถยนต์หรือรถจักรยานยนต์บนถนนโค้ง
9. ประยุกต์ใช้ความรู้การเคลื่อนที่แบบวงกลมในการอธิบายและคำนวณการโคจรของดาวเทียม

ความรู้ก่อนเรียน

การเคลื่อนที่แนวตรง การเคลื่อนที่แบบตกเสรี กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน แรงดึงดูดระหว่างมวล สมดุลกล คาบ

เราได้ศึกษาการเคลื่อนที่แนวตรงหรือการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติมาแล้ว ความรู้ดังกล่าวเป็นพื้นฐานในการอธิบายการเคลื่อนที่แนวโค้ง หรือ การเคลื่อนที่ในสองมิติ ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ในระนาบใดระนาบหนึ่ง การเคลื่อนที่ในสองมิติมีหลายแบบ ในบทเรียนนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์และการเคลื่อนที่แบบวงกลม

7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ถ้าพิจารณาเส้นทางการเคลื่อนที่ของลูกบาสเกตบอลที่ถูกโยนให้ลงห่วง ดังรูป 7.1 จะพบว่า เส้นทางการเคลื่อนที่เป็นแนวโค้ง ถ้าไม่มีแรงต้านของอากาศหรือแรงต้านทานมีผลน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด จะเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์** (projectile motion)

รูป 7.1 การเคลื่อนที่ของลูกบาสเกตบอลที่ถูกโยนให้ลงห่วง

เส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์มีลักษณะอย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรม 7.1

กิจกรรม 7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

จุดประสงค์

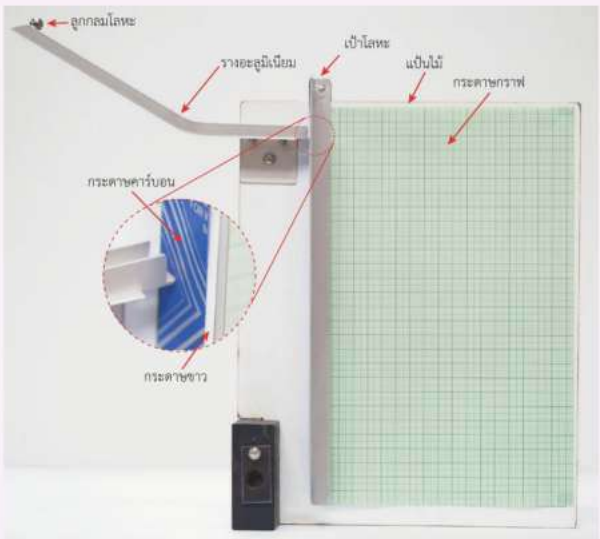
1. ศึกษาลักษณะของเส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดในแนวระดับและการกระจัดในแนวดิ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

วัสดุและอุปกรณ์

1. ชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์	1 ชุด
2. กระดาษกราฟ	1 แผ่น
3. กระดาษคาร์บอน	1 แผ่น
4. กระดาษขาว	1 แผ่น

วิธีทำกิจกรรม

1. ประกอบรางอะลูมิเนียมเข้ากับแป้นไม้ ให้รางตอนล่างอยู่ในแนวระดับ แล้วติดกระดาษกราฟเข้ากับแป้นไม้
2. ตัดกระดาษขาวและกระดาษคาร์บอนขนาดกว้างและยาวเท่ากับเป้าโลหะ ติดกระดาษขาวเข้ากับเป้า แล้วนำกระดาษคาร์บอนทับกระดาษขาวโดยยึดติดเฉพาะปลายบนของกระดาษคาร์บอน จากนั้นติดเป้ากับแป้นไม้ เมื่อเริ่มต้นทดลองให้เลื่อนเป้ามาชิดกับปลายรางตอนล่าง ดังรูป 7.2



รูป 7.2 การติดตั้งอุปกรณ์เพื่อศึกษาลักษณะของเส้นทางการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

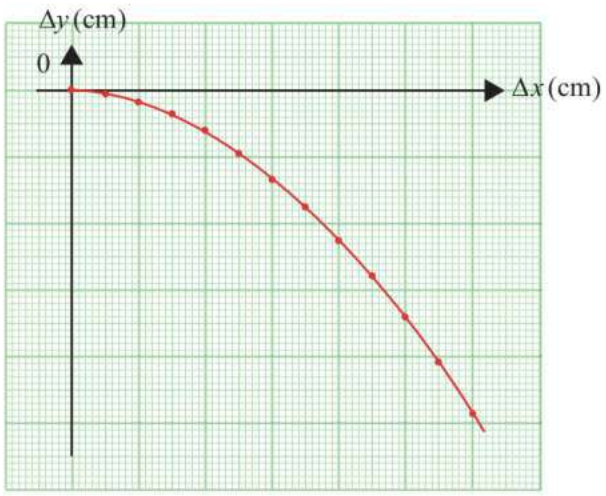
3. นำลูกกลมโลหะมาวางบนรางอะลูมิเนียมใกล้ปลายรางตอนบน โดยถือไม้บรรทัดกั้นลูกกลมโลหะไว้
4. ยกไม้บรรทัดขึ้นอย่างรวดเร็ว ปล่อยให้ลูกกลมโลหะกลิ้งลงมาตามรางเข้าชนเป้า
5. ยกปลายล่างของกระดาษคาร์บอนขึ้น จะเห็นจุดดำบนกระดาษขาว ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ลูกกลมโลหะชนเป้า ทำเครื่องหมายบนกระดาษกราฟให้มีระดับตรงกับจุดดำบนเป้า
6. ทำซ้ำข้อ 3 – 5 โดยแต่ละครั้งให้วางลูกกลมโลหะที่ตำแหน่งเดิม แต่เลื่อนเป้าออกไปครั้งละ 1 เซนติเมตร จนกระทั่ง ลูกกลมโลหะไม่กระทบเป้า
7. ลากเส้นโค้งผ่านทุกจุดบนกระดาษกราฟ โดยกำหนดให้จุดเริ่มต้น คือ จุดที่ลูกกลมโลหะกระทบเป้าในตำแหน่งที่เป้าอยู่ชิดรางอะลูมิเนียม แล้วลากแกนนอนหรือแกน x และแกนตั้งหรือแกน y ตัดกันที่จุดเริ่มต้น
8. วัดขนาดการกระจัดของจุดต่าง ๆ ในแนวระดับ (Δx) และในแนวดิ่ง (Δy) จากจุดเริ่มต้น พร้อมทั้งหากำลังสองของขนาดการกระจัดในแนวระดับ $\left((\Delta x)^2\right)$

9. บันทึกผลลงในตาราง แล้วเขียนกราฟระหว่างขนาดการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) กับกำลังสองของขนาดการกระจัดในแนวระดับ $\left((\Delta x)^2\right)$ โดยให้การกระจัดในแนวดิ่งอยู่ในแนวแกนตั้ง

คำถามท้ายกิจกรรม

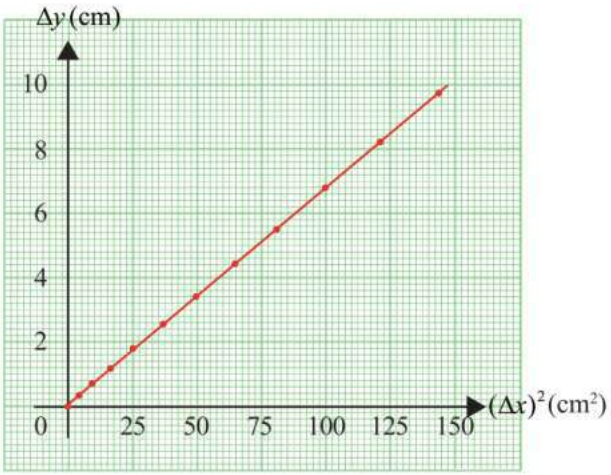
- ☐ การปล่อยลูกกลมโลหะที่ตำแหน่งเดิมใกล้ปลายรางตอนบนทุกครั้ง มีผลต่อความเร็วที่ปลายรางตอนล่างอย่างไร
- ☐ แนวการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะจากกระดาษกราฟมีลักษณะอย่างไร
- ☐ จากกราฟระหว่างขนาดการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) กับกำลังสองของขนาดการกระจัดในแนวระดับ $\left((\Delta x)^2\right)$ ปริมาณทั้งสองสัมพันธ์กันอย่างไร จะสรุปลักษณะของแนวการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นแนวโค้งแบบใด

จากกิจกรรม 7.1 เมื่อพิจารณาตามกฎการอนุรักษ์พลังงานกล หากปล่อยลูกกลมโลหะที่ตำแหน่งเดิมใกล้ปลายรางตอนบนทุกครั้ง ความเร็วของลูกกลมโลหะที่ปลายรางตอนล่างจะมีค่าเท่ากันทุกครั้ง และพบว่า เส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุมีลักษณะเป็นเส้นโค้ง โดยที่ตำแหน่งหนึ่ง ๆ วัตถุมีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวระดับและในแนวดิ่ง มีลักษณะดังรูป 7.3



รูป 7.3 แนวการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะ

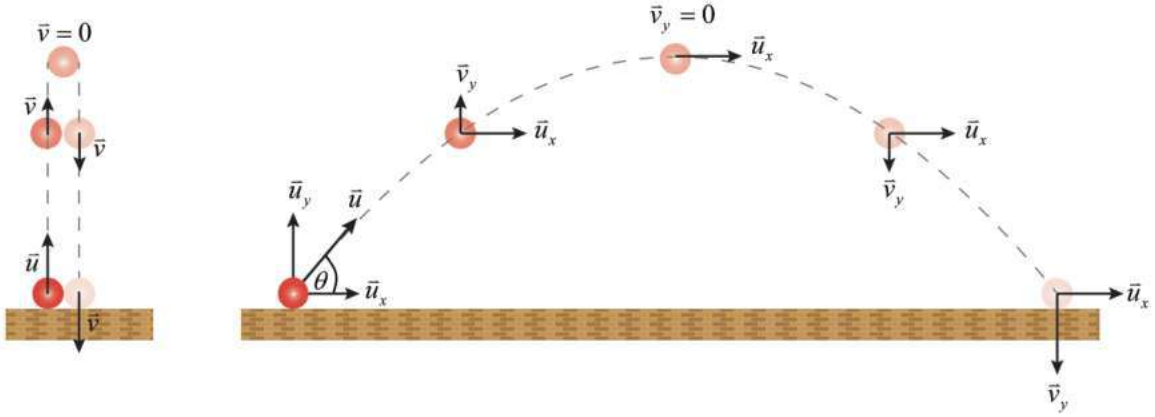
เมื่อเขียนกราฟระหว่างขนาดการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) กับกำลังสองของขนาดการกระจัดในแนวระดับ $\left((\Delta x)^2\right)$ จะได้กราฟเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด ลักษณะดังรูป 7.4



รูป 7.4 กราฟระหว่างขนาดการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) กับกำลังสองของขนาดการกระจัดในแนวระดับ $\left((\Delta x)^2\right)$

จากกราฟจะได้ว่า $\Delta y \propto (\Delta x)^2$ หรือ $\Delta y = k(\Delta x)^2$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน เนื่องจากสมการ $y = kx^2$ เป็นสมการของกราฟพาราโบลาที่ผ่านจุดกำเนิด ดังนั้นการเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะเป็นการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ที่มีแนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา โดยที่ตำแหน่งหนึ่ง ๆ บนเส้นโค้งมีการกระจัดทั้งในแนวระดับและแนวดิ่ง ณ เวลาเดียวกัน

การเคลื่อนที่แนวโค้งพาราโบลาภายใต้สนามโน้มถ่วงโดยไม่คิดแรงต้านของอากาศเป็นการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ในการเคลื่อนที่ดังกล่าว วัตถุมีการกระจัดทั้งในแนวระดับ (แกน x) และแนวดิ่ง (แกน y) ณ เวลาเดียวกัน สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเป็นการเคลื่อนที่ที่มีแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุจึงมีความเร่งเท่ากับความเร่งโน้มถ่วงของโลก $\vec{g}$ ซึ่งเป็นความเร่งคงตัว ทำให้ความเร็วในแนวดิ่งไม่คงตัวและมีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอ ส่วนการเคลื่อนที่ในแนวระดับไม่มีแรงกระทำ ความเร่งในแนวระดับจึงเท่ากับศูนย์ ทำให้ความเร็วในแนวระดับคงตัว



ก.วัตถุมีความเร็วต้นเคลื่อนที่ขึ้นในแนวดิ่ง **ข.วัตถุมีความเร็วต้นทำมุม θ กับแนวระดับ**

รูป 7.5 การเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวดิ่งและแนวโค้ง

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุดังรูป 7.5 ก. เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร็วต้น $\bar{u}$ วัตถุจะเคลื่อนที่ขึ้นไปโดยอัตราเร็วลดลงอย่างสม่ำเสมอ จนเป็นศูนย์ที่จุดสูงสุด แล้วจึงเคลื่อนที่กลับลงมาโดยมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ และตกมายังจุดเดิม

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ในรูป 7.5 ข. ซึ่งวัตถุมีความเร็วต้นทำมุม θ กับแนวระดับ เมื่อพิจารณาองค์ประกอบของความเร็วต้นเป็นความเร็วในแนวระดับและความเร็วในแนวดิ่ง จะได้องค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวระดับ $u_x = u\cos\theta$ ซึ่งมีค่าเท่าเดิมตลอดการเคลื่อนที่ ส่วนองค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวดิ่ง $u_y = u\sin\theta$ ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตามการเคลื่อนที่แบบตกเสรี ทั้งการเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวดิ่งเป็นเวลาเดียวกัน เท่ากับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่บนเส้นโค้งขณะนั้น เพราะเป็นเวลาของวัตถุเดียวกันในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อไม่คิดแรงต้านของอากาศ มีสมการที่ใช้ในการคำนวณการเคลื่อนที่แยกได้เป็น 2 แนว คือ

ในแนวดิ่ง

$$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 \tag{7.1}$$

$$v_y = u_y + a_y t \tag{7.2}$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y \Delta y \tag{7.3}$$

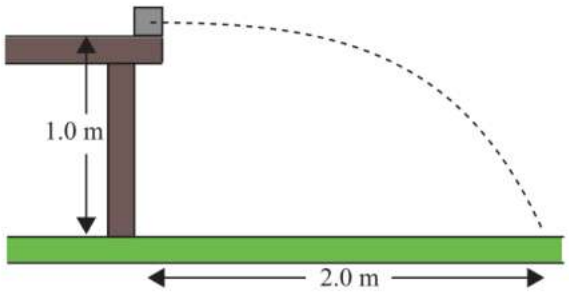
$$\Delta y = \left(\frac{u_y + v_y}{2} \right) t \tag{7.4}$$

ในแนวระดับ

$$\Delta x = u_x t \tag{7.5}$$

ในสมการที่กล่าวมาข้างต้น a_y เป็นความเร่งในแนวดิ่ง ซึ่งมีขนาดเท่ากับความเร่งโน้มถ่วงของโลก และมีทิศทางลงในแนวดิ่ง เมื่อให้ทิศทางขึ้นเป็นบวก จึงสามารถแทนค่า $a_y = -g$ เพื่อความสะดวกต่อการคำนวณ และสมการการเคลื่อนที่ในแนวระดับและแนวดิ่งนี้ มีตัวแปรเวลา t เดียวกัน ดังตัวอย่างของการเคลื่อนที่ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 7.1 ดีดยางลบออกจากขอบโต๊ะสูง 1.0 เมตร พบว่ายางลบกระเด็นไปตกไกล 2.0 เมตร เมื่อวัดในแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบตัวอย่าง 7.1

จงหา

ก. เวลาที่ยางลบใช้ในการเคลื่อนที่ในอากาศ

ข. อัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกจากขอบโต๊ะ

ก. แนวคิด ยางลบจะเคลื่อนที่ออกจากขอบโต๊ะแบบโพรเจกไทล์ที่มีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวดิ่งและในแนวระดับ โดยในกรณีนี้ ความเร็วต้นในแนวดิ่ง (u_y) เท่ากับศูนย์ และการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) เท่ากับ -1.0 เมตร

วิธีทำ หาเวลาที่ยางลบใช้ในการเคลื่อนที่

จากสมการ
$$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$
$$= u_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

แทนค่า
$$-1.0\ \text{m} = 0 + \frac{1}{2}\left(-9.8\ \text{m/s}^2\right)t^2$$
$$t = 0.452\ \text{s}$$

ตอบ ยางลบจะใช้เวลาในการเคลื่อนที่ เท่ากับ 0.45 วินาที

ข. แนวคิด ยางลบมีการเคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยอัตราเร็วคงตัวตลอดการเคลื่อนที่ซึ่งมีค่าเท่ากับอัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกไปในแนวระดับ และการกระจัดในแนวระดับ (Δx) เท่ากับ 2.0 เมตร

วิธีทำ หาอัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกไป

จากสมการ
$$\Delta x = u_x t$$

จะได้
$$u_x = \frac{\Delta x}{t}$$

แทนค่า $$u_x = \frac{2.0\,\text{m}}{0.452\,\text{s}}$$

$$u_x = 4.42\ \text{m/s}$$

ตอบ อัตราเร็วที่ยางลบถูกดีดออกไป เท่ากับ 4.4 เมตรต่อวินาที

ตัวอย่าง 7.2 ปืนใหญ่กระบอกหนึ่งยิงกระสุนออกไปด้วยความเร็วต้น 49.0 เมตรต่อวินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ไปตกพื้น ดังรูป

รูป ประกอบตัวอย่าง 7.2

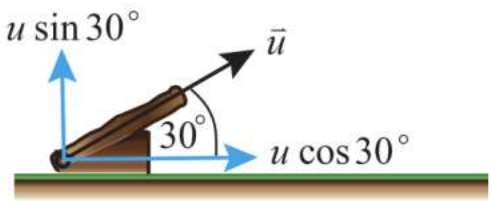
จงหา

ก. เวลาที่กระสุนใช้ในการเคลื่อนที่

ข. ระยะที่กระสุนเคลื่อนที่ขึ้นไปได้สูงสุด

ค. ตำแหน่งที่กระสุนตกอยู่ห่างจากตำแหน่งที่ยิง

ก. แนวคิด กระสุนปืนใหญ่จะเคลื่อนออกจากปืนใหญ่แบบโพรเจกไทล์ที่มีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวดิ่งและในแนวระดับโดยมีองค์ประกอบของความเร็วต้น ดังรูป



รูป ประกอบแนวคิดของตัวอย่าง 7.2

ในกรณีนี้ วัตถุมีการกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) เท่ากับศูนย์เนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่กลับลงมาอยู่ในระดับความสูงเดิม

วิธีทำ หาเวลาที่กระสุนใช้ในการเคลื่อนที่

จากสมการ $$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$= u_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

จะได้ $$0 = (u\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{2}gt = u\sin\theta$$

$$t = \frac{2u\sin\theta}{g}$$

แทนค่า $$t = \frac{2(49.0\,\text{m/s})\sin 30^\circ}{9.8\,\text{m/s}^2}$$

$$t = 5.00\,\text{s}$$

ตอบ เวลาที่กระสุนใช้ในการเคลื่อนที่ เท่ากับ 5.00 วินาที

ข. แนวคิด ที่ตำแหน่งสูงสุด องค์ประกอบของความเร็วของกระสุนในแนวดิ่ง (v_y) มีค่าเท่ากับศูนย์

วิธีทำ หาความสูงที่ขึ้นไปได้สูงสุด

จากสมการ $$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y\Delta y$$

จะได้ $$0 = (u\sin\theta)^2 + 2(-g)\Delta y$$

$$2g\Delta y = (u\sin\theta)^2$$

$$\Delta y = \frac{(u\sin\theta)^2}{2g}$$

แทนค่า $$\Delta y = \frac{\left((49.0\,\text{m/s})(0.5)\right)^2}{2\left(9.8\,\text{m/s}^2\right)}$$

$$\Delta y = 30.6\,\text{m}$$

ตอบ ความสูงที่กระสุนขึ้นไปได้สูงสุด เท่ากับ 30.6 เมตร

ค. แนวคิด กระสุนมีการเคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยอัตราเร็วคงตัวตลอดการเคลื่อนที่ซึ่งมีค่าเท่ากับองค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวระดับ $u\cos 30^\circ$ และเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากับระยะเวลาที่กระสุนใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งซึ่งเท่ากับ 5.00 วินาที ตามที่ได้จากข้อ ก.

วิธีทำ หาตำแหน่งที่กระสุนตกอยู่ห่างจากตำแหน่งที่ยิง

จากสมการ $$\Delta x = u_x t$$

จะได้ $$\Delta x = \left(u\cos 30^\circ\right)t$$

แทนค่า $$\Delta x = (49.0\,\text{m/s})(0.866)(5.00\,\text{s})$$

$$\Delta x = 212\,\text{m}$$

ตอบ ตำแหน่งที่กระสุนตกอยู่ห่างจากตำแหน่งที่ยิง เท่ากับ 212 เมตร

ตัวอย่าง 7.3 พิจารณาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ที่มีจุดยิงและจุดตกอยู่ในระดับเดียวกัน จงหาว่าวัตถุจะตกไกลที่สุดเมื่อยิงด้วยมุมเท่าใด และมีระยะไกลสุดเท่าใด เมื่อยิงด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากันและไม่คิดแรงต้านอากาศ

แนวคิด เมื่อไม่คิดแรงต้านอากาศ วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ที่มีจุดยิงและจุดตกอยู่ในระดับเดียวกัน จะมีการกระจัดในแนวดิ่งเท่ากับศูนย์ ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ถึงจุดตกทั้งในแนวระดับและแนวดิ่งเท่ากัน

วิธีทำ สมมติยิงวัตถุขึ้นด้วยความเร็วต้น $\bar{u}$ มีทิศทำมุม θ กับแนวระดับ

จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

จะได้

$$0 = (u\sin\theta)t - \frac{1}{2} g t^2$$

หรือ

$$t = \frac{2(u\sin\theta)}{g} \qquad \text{(a)}$$

จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\Delta x = u_x t$$

จะได้

$$\Delta x = (u\cos\theta)t \qquad \text{(b)}$$

แทนค่า เวลา t จากสมการ (a) ลงในสมการ (b) จะได้

$$\Delta x = (u\cos\theta)\frac{2(u\sin\theta)}{g}$$

$$= \frac{u^2(2\sin\theta\cos\theta)}{g}$$

$$= \frac{u^2(\sin 2\theta)}{g}$$

จากสมการข้างต้น การกระจัดในแนวระดับ Δx ที่ไกลที่สุดจะเกิดขึ้นเมื่อค่าไซน์มีค่ามากที่สุด นั่นคือเมื่อ $\sin 2\theta = 1$ จะได้ $2\theta = 90^\circ$ หรือมุมในการยิง (θ) เท่ากับ 45° เป็นระยะไกลสุด $(\Delta x)_{\max}$

ดังนั้น

$$(\Delta x)_{\max} = \frac{u^2(1)}{g}$$

$$= \frac{u^2}{g}$$

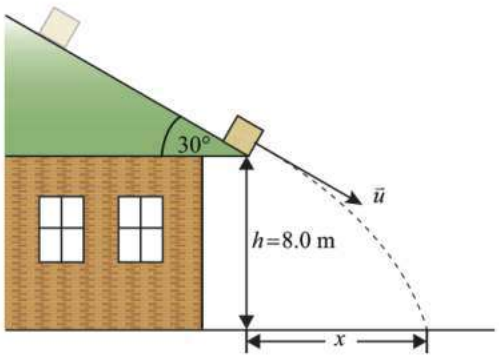
ตอบ เมื่อยิงวัตถุที่มีจุดยิงและจุดตกอยู่ในระดับเดียวกันด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากัน มุมที่ทำให้วัตถุตกไกลที่สุด เท่ากับ 45 องศา และมีระยะไกลสุดเท่ากับ $\frac{u^2}{g}$

ข้อสังเกต

มุมในการยิงให้วัตถุตกไกลที่สุดนั้น สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับการอธิบายเครื่องยิงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากัน เช่น เครื่องยิงจากสปริง ที่มีพลังงานศักย์จากสปริงเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ที่ทำให้เกิดอัตราเร็วต้นของการยิง นอกจากนี้ ยังสามารถนำไปใช้ในการอธิบายการยิงจรวดขวดน้ำได้ เนื่องจากพลังงานศักย์จากความดันของการอัดอากาศจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ แต่ในการนำไปประยุกต์ใช้สำหรับกีฬาที่เกี่ยวกับการขว้างหรือโยนวัตถุนั้นจะต้องพิจารณาปัจจัยอื่น ๆ ด้วย เช่น ความแข็งแรงของกล้ามเนื้อ ความถนัดของสรีระร่างกายและลักษณะของกีฬา

วิธีการคำนวณการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถใช้กับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ได้ทุกรูปแบบ เช่น จุดตกอยู่สูงหรือต่ำกว่าจุดที่ยิง หรือในกรณีที่การเคลื่อนที่ที่มีความเร็วต้นทำมุมก้มกับแนวระดับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 7.4 ท่อนไม้ไถลลงมาจากหลังคาบ้านที่มีมุมลาดเอียง 30 องศา เมื่อวัดเทียบกับแนวระดับปลายหลังคาอยู่สูงจากพื้น 8.0 เมตร ดังรูป



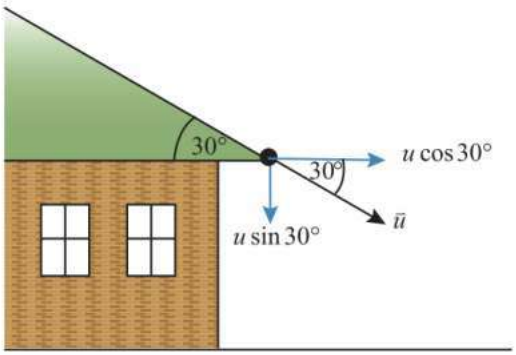
รูป ประกอบตัวอย่าง 7.4

เมื่อท่อนไม้หลุดจากปลายหลังคาท่อนไม้มีอัตราเร็ว 6.0 เมตรต่อวินาที

ก. ท่อนไม้ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ในอากาศนานเท่าใด

ข. ท่อนไม้ตกไกลจากหลังคาเมื่อวัดในแนวระดับที่พื้นเท่ากับเท่าใด

ก. แนวคิด พิจารณาท่อนไม้เป็นอนุภาคและเคลื่อนออกจากปลายหลังคาบ้านแบบโพรเจกไทล์ที่มีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวดิ่งและในแนวระดับ โดยความเร็วของท่อนไม้จะมีทิศทำมุมก้ม 30° กับแนวระดับ และมีองค์ประกอบของความเร็วต้น ดังรูป



รูป ประกอบแนวคิดสำหรับตัวอย่าง 7.4

ให้ทิศขึ้นเป็นบวก ในกรณีนี้ การกระจัดในแนวดิ่ง (Δy) เท่ากับ $-h$ และความเร็วต้นในแนวดิ่ง (u_y) เท่ากับ $-u\sin 30^\circ$

วิธีทำ หาเวลาที่ท่อนไม้ใช้ในการเคลื่อนที่ในอากาศ

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

จากสมการ $$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

จะได้ $$-h = \left(-u\sin 30^\circ\right)t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$\frac{1}{2}gt^2 + \left(u\sin 30^\circ\right)t - h = 0$$

แทนค่า $\left(4.9\,\text{m/s}^2\right)t^2 + \left(3.0\,\text{m/s}\right)t - \left(8.0\,\text{m}\right) = 0$

หาค่า t โดยใช้วิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสอง จะได้

$$t = \frac{-3.0 \pm \sqrt{(3.0)^2 - 4(4.9)(-8.0)}}{2(4.9)}$$

จะได้ $t = 1.01\,\text{s}$ และ $t = -1.6\,\text{s}$

ความรู้เพิ่มเติม

คำตอบของสมการกำลังสองในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ คือ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

เนื่องจาก การเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยระยะเวลามีค่าเป็นลบไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริง ดังนั้น คำตอบของเวลาที่เป็นไปได้ คือ 1.01 วินาที

ตอบ ท่อนไม้ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ในอากาศ เท่ากับ 1.0 วินาที

ข. แนวคิด ในกรณีนี้ ท่อนไม้มีการเคลื่อนที่ในแนวระดับด้วยอัตราเร็วคงตัวตลอดการเคลื่อนที่ซึ่งมีค่าเท่ากับองค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวระดับ $u\cos 30^\circ$ และระยะเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวระดับเท่ากับระยะเวลาที่ท่อนไม้ใช้ในการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง ซึ่งเท่ากับ 1.01 วินาที ตามที่ได้จากข้อ ก.

วิธีทำ หาระยะที่ตกในแนวระดับ

จากสมการ $\Delta x = u_x t$

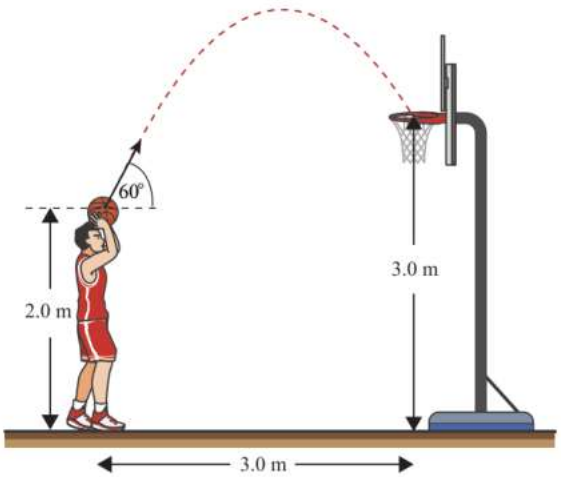
จะได้ $= u\cos 30^\circ t$

แทนค่า $\Delta x = (6.0\,\text{m/s})\cos 30^\circ (1.01\,\text{s})$

$= 5.25\ \text{m}$

ตอบ ท่อนไม้ตกไกลจากขอบหลังคาเมื่อวัดในแนวระดับ เท่ากับ 5.3 เมตร

ตัวอย่าง 7.5 นักเรียนคนหนึ่งต้องการโยนลูกบาสเกตบอลจากความสูง 2.0 เมตร ให้ลงห่วงสูง 3.0 เมตร จากระยะห่าง 3.0 เมตร โดยโยนทำมุม 60 องศากับแนวระดับดังรูป นักเรียนคนนี้จะต้องโยนลูกบาสเกตบอลด้วยอัตราเร็วเท่าใด



รูป ประกอบตัวอย่าง 7.5

แนวคิด ลูกบาสเกตบอลจะเคลื่อนออกจากมือแบบโพรเจกไทล์ที่มีการเคลื่อนที่ทั้งในแนวดิ่งและในแนวระดับ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของลูกบาสเกตบอลถึงห่วงทั้งในแนวระดับและแนวดิ่งเท่ากัน

วิธีทำ สมมติโยนลูกบาสเกตบอลด้วยความเร็วต้น $\bar{u}$ ทำมุม θ กับแนวระดับ จะได้องค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวระดับเท่ากับ $u\cos\theta$ และในแนวดิ่งเท่ากับ $u\sin\theta$

เมื่อพิจารณาในแนวระดับ

จากสมการ $\Delta x = u_x t$

จะได้ $\Delta x = (u\cos\theta)\,t$

$$ut = \frac{\Delta x}{\cos\theta} \qquad \text{(c)}$$

เมื่อพิจารณาในแนวดิ่ง

จากสมการ $\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

จะได้ $\Delta y = (u\sin\theta)t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$$\Delta y = ut\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{(d)}$$

แทนค่า ut จากสมการ (c) ใน (d) จะได้

$$\frac{1}{2}gt^2 = \frac{\Delta x}{\cos\theta}\sin\theta - \Delta y$$

$$t^2 = \frac{2\Delta x\sin\theta}{g\cos\theta} - \frac{2\Delta y}{g}$$

$$t^2 = \frac{2}{g}(\Delta x\tan\theta - \Delta y)$$

แทนค่า $t^2 = \frac{2}{9.8\,\text{m/s}^2}\left((3.0\,\text{m})\tan 60^\circ - 1.0\,\text{m}\right)$

จะได้ $t^2 = 0.856\,\text{s}^2$

$t = +0.925$ s และ $t = -0.925$ s

เนื่องจาก การเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยระยะเวลามีค่าเป็นลบไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริงดังนั้น เวลาที่เป็นไปได้ คือ 0.925 วินาที

แทนค่า t ลงในสมการ (c) จะได้

$$u = \frac{3.0\,\text{m}}{(0.952\text{s})\cos 60^\circ}$$

$$u = 6.49\,\text{m/s}$$

ตอบ นักเรียนต้องโยนลูกบาสเกตบอลด้วยอัตราเร็ว 6.5 เมตรต่อวินาที

ตัวอย่าง 7.6 ในการแข่งขันยิงจรวดขวดน้ำให้ตกลงเป้าที่ห่างออกไปในแนวระดับเป็นระยะ S จากการวัดอัตราเร็วของการยิง ทราบว่าจรวดจะหลุดจากฐานยิงด้วยอัตราเร็ว u จงหาว่าจะต้องตั้งเครื่องยิงให้จรวดถูกยิงออกไปด้วยมุมเท่าใดเทียบกับแนวระดับ จึงจะตกกระทบกับเป้าพอดี

แนวคิด จรวดขวดน้ำจะเคลื่อนที่ออกจากฐานแบบโพรเจกไทล์ที่มีจุดยิงและจุดตกอยู่ในระดับเดียวกัน จึงมีการกระจัดในแนวดิ่งเท่ากับศูนย์ และใช้เวลาในการเคลื่อนที่ถึงจุดตกทั้งในแนวระดับและแนวดิ่งเท่ากัน

วิธีทำ เมื่อพิจารณาในแนวระดับ

จากสมการ $\Delta x = u_x t$

จะได้ $\Delta x = (u\cos\theta)\mathrm{t}$

ดังนั้น เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ $t = \dfrac{S}{u\cos\theta}$ (e)

เมื่อพิจารณาในแนวดิ่ง

จากสมการ $\Delta y = u_y t + \dfrac{1}{2}a_y t^2$

จะได้ $0 = (u\sin\theta)t + \dfrac{1}{2}(-g)t^2$ (f)

แทนค่า t จากสมการ (e) ลงในสมการ (f)

จะได้ $$\frac{1}{2}g\left(\frac{S}{u\cos\theta}\right) = u\sin\theta$$

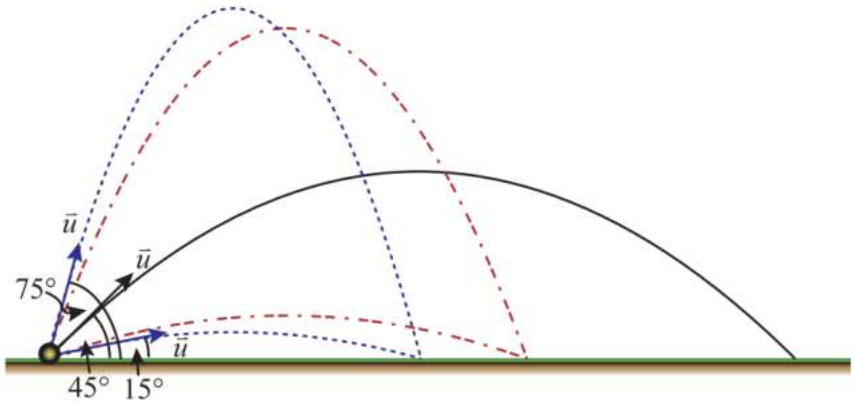
$$u^2(2\sin\theta\cos\theta) = gS$$

$$\sin(2\theta) = \frac{gS}{u^2}$$

ดังนั้น $$\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{gS}{u^2}\right)$$

ตอบ จะต้องตั้งเครื่องยิงให้จรวดถูกยิงออกไปด้วยมุม $\dfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\dfrac{gS}{u^2}\right)$

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นได้ว่า ค่าไซน์ของมุม 2θ มีค่าเท่ากับ $\dfrac{gS}{u^2}$ หรือ $\sin(2\theta) = \dfrac{gS}{u^2}$ เมื่อ θ คือมุมที่ความเร็วต้นของวัตถุกระทำกับแนวระดับ ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 90 องศา ดังนั้น 2θ จึงมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 180 องศา ซึ่งมีมุมในช่วงนี้หลายคู่จำนวนไม่จำกัด ที่ให้ค่า $\sin(2\theta)$ เท่ากัน เช่น $\sin 30^\circ$ กับ $\sin 150^\circ$ มีค่าเท่ากัน วัตถุที่ถูกยิงด้วยมุม 15 องศา กับมุม 75 องศา จะมีการกระจัดในแนวระดับเท่ากัน ดังรูป 7.6 นอกจากมุม 15 องศา กับมุม 75 องศา แล้ว มุมคู่ใด ๆ ที่มีผลรวมเป็น 90 องศา เช่น 21.3 องศา กับมุม 68.7 องศา ก็ให้ผลเช่นเดียวกัน



รูป 7.6 แสดงมุมในการยิงวัตถุแบบโพรเจกไทล์คู่หนึ่ง ๆ ที่มีผลรวมเป็น 90 องศา ที่มีจุดตกอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน

ในสถานการณ์จริง การเคลื่อนที่ของวัตถุในอากาศ จะมีแรงต้านอากาศ และลมทำให้ได้ผลลัพธ์ต่างจากการคำนวณ

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 7.1

1. ที่ตำแหน่งสูงสุดของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ อัตราเร็วของวัตถุเท่ากับศูนย์หรือไม่ อย่างไร
2. ในการยิงวัตถุขึ้นจากพื้นให้เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ อัตราเร็วขาขึ้นกับขาลงที่ระดับความสูงเท่ากันมีค่าเท่ากันหรือไม่ จงอธิบาย
3. ยิงวัตถุจากขอบหน้าผาสูงด้วยอัตราเร็วเท่ากัน แต่ทำมุมแตกต่างกัน วัตถุที่ถูกยิงด้วยมุม 45 องศากับแนวระนาบจะไปตกบนพื้นด้านล่างไกลที่สุดจากขอบหน้าผาหรือไม่ จงอธิบาย
4. วัตถุที่ถูกยิงด้วยคู่มุมใด ๆ ที่มีผลรวมเป็น 90 องศา เช่น มุม 15 องศากับมุม 75 องศา ด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากันซึ่งมีการกระจัดในแนวระดับเท่ากัน จะใช้เวลาในการเคลื่อนที่เท่ากันหรือไม่ อย่างไร

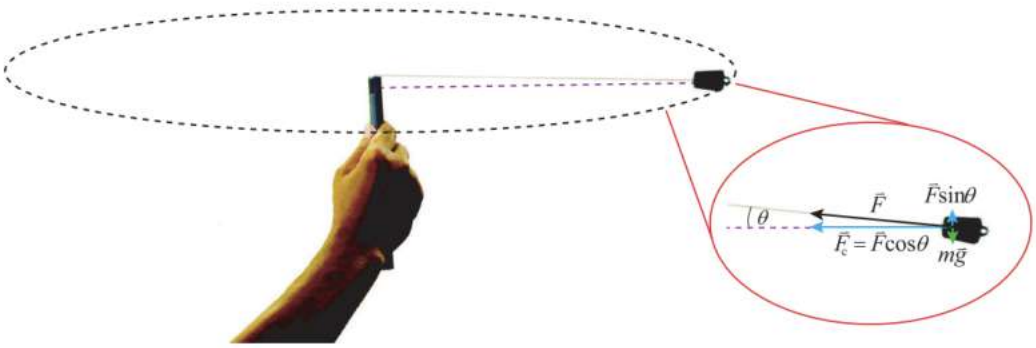
แบบฝึกหัด 7.1

1. ก้อนหินถูกขว้างออกจากหน้าผาในแนวระดับด้วยความเร็วต้น 10 เมตรต่อวินาที ตกถึงพื้นดินในเวลา 8.0 วินาที ก้อนหินตกห่างจากจุดขว้างในแนวระดับเท่าใด
2. ลูกบอลลูกหนึ่งกลิ้งตกลงมาจากโต๊ะราบซึ่งสูง 1.0 เมตร ถ้าลูกบอลกระทบพื้นตรงจุดที่ห่างจากขอบโต๊ะตามแนวระดับ 1.0 เมตร ความเร็วของลูกบอลขณะหลุดจากขอบโต๊ะมีค่าเท่าใด
3. หินก้อนหนึ่งถูกขว้างออกไปในแนวระดับจากที่สูง 10 เมตรจากพื้น ตกกระทบพื้นดินทำมุม 45 องศา กับพื้น ความเร็วต้นที่ใช้ขว้างก้อนหินมีค่าเท่าใด

4. วัตถุชิ้นหนึ่งถูกยิงจากพื้นดินด้วยความเร็ว 60 เมตรต่อวินาทีในทิศทางทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ จงหาว่า
   ก. วัตถุนั้นลอยอยู่ในอากาศเป็นเวลานานเท่าใดก่อนจะตกถึงพื้น
   ข. ขณะที่อยู่จุดสูงสุด วัตถุอยู่สูงจากพื้นดินเท่าใด
5. เตะลูกบอลขึ้นไปในอากาศ ถ้าลูกบอลลอยอยู่ในอากาศนาน 4.0 วินาที ถ้าเคลื่อนที่ไปได้ไกลในแนวระดับ 45.0 เมตร จงหาว่า
   ก. ลูกบอลขึ้นไปได้สูงสุดเท่าใด
   ข. ความเร็วของลูกบอลที่ออกจากเท้ามีค่าเท่าใด

7.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลม

วัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมหรือส่วนของวงกลม เรียกการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบวงกลม** (circular motion) ซึ่งมีแรงกระทำกับวัตถุในทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเรียกว่า **แรงสู่ศูนย์กลาง** (centripetal force) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{F}_c$ เช่น ดาวเทียมที่โคจรแบบวงกลมรอบโลกมีแรงดึงดูดที่โลกกระทำต่อดาวเทียมเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง การแกว่งวัตถุที่แขวนกับเชือกให้เป็นวงกลมในระนาบระดับมีองค์ประกอบของแรงดึงเชือกในแนวระดับเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง ดังรูป 7.7

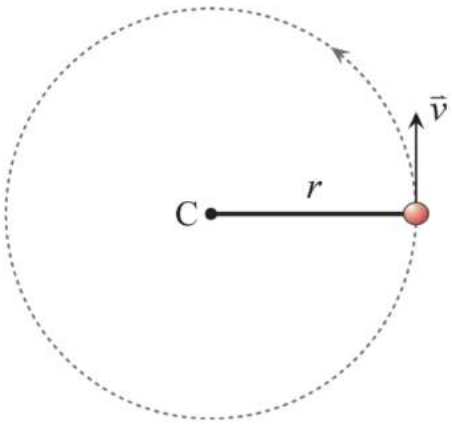


รูป 7.7 การแกว่งวัตถุให้เคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ

การเคลื่อนที่แบบวงกลมที่ซ้ำแนวการเคลื่อนที่เดิม ช่วงเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ เรียกว่า **คาบ** (period) แทนด้วยสัญลักษณ์ T มีหน่วยในระบบเอสไอเป็น วินาที และจำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 หน่วยเวลา เรียกว่า **ความถี่** (frequency) แทนด้วยสัญลักษณ์ f มีหน่วยเป็น รอบต่อวินาที ซึ่งในระบบเอสไอมีหน่วยเป็น **เฮิรตซ์** (Hz) โดยความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และคาบ คือ

$$f = \frac{1}{T}$$

ถ้าพิจารณาวัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงตัวเท่ากับ v และรัศมีของแนววงกลมที่เคลื่อนที่เท่ากับ r เมื่อมองจากด้านบน ดังรูป 7.8



รูป 7.8 วัตถุเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วคงตัว

จะเห็นได้ว่า ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่เมื่อครบ 1 รอบ คือ ความยาวของเส้นรอบวงมีค่าเท่ากับ $2\pi r$ และใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 1 รอบ คือ T ดังนั้น อัตราเร็วของวัตถุหาได้จาก

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

จากสถานการณ์การแกว่งวัตถุให้เคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ แรงที่ใช้ดึงวัตถุในทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางของวงกลมมีความสัมพันธ์กับคาบและรัศมีอย่างไร ศึกษาได้จากกิจกรรม 7.2

กิจกรรม 7.2 การทดลองเรื่องการเคลื่อนที่แบบวงกลม

จุดประสงค์

1. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคาบ และแรงสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่แบบวงกลมของวัตถุในระนาบระดับเมื่อรัศมีคงตัว
2. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคาบ และรัศมีของการเคลื่อนที่แบบวงกลมของวัตถุในระนาบระดับเมื่อแรงสู่ศูนย์กลางคงตัว

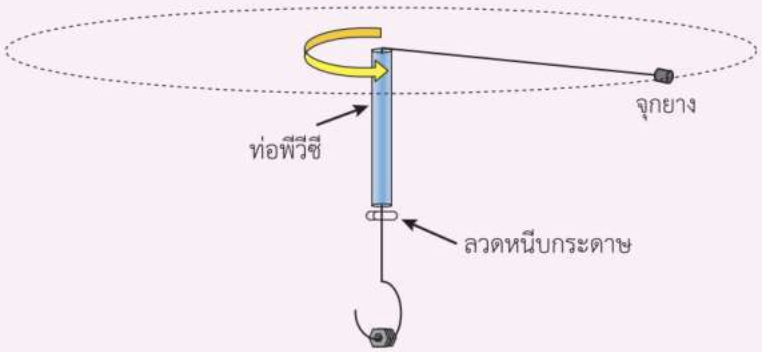
วัสดุและอุปกรณ์

1. ชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลม	1 ชุด
2. นอต	6 ตัว
3. นาฬิกาจับเวลา	1 เรือน
4. ลวดหนีบกระดาษ	1 ตัว

วิธีทำกิจกรรม

ตอนที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างคาบ และแรงสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่แบบวงกลมของวัตถุในระนาบระดับเมื่อรัศมีคงตัว

1. นำชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลมมาวัดระยะจากจุดกึ่งกลางของจุกยางตามแนวเส้นเชือกออกไปถึงปลายบนของท่อพีวีซี ยาว 60 เซนติเมตร และใช้ลวดหนีบกระดาษหนีบที่เส้นเชือกห่างจากปลายล่างของท่อพีวีซี ประมาณ 1 เซนติเมตร
2. ใช้นอตน้ำหนักประมาณเท่า ๆ กัน แขวนที่ขอเกี่ยวโลหะ 2 ตัว ดังรูป 7.9



รูป 7.9 การจัดอุปกรณ์การทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลม

3. จับท่อพีวีซีแกว่งให้จุกยางเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ โดยให้ลวดที่เสียบที่เส้นเชือกอยู่ห่างจากปลายล่างของท่อพีวีซี 1 เซนติเมตร คงตัวตลอดเวลา
4. จับเวลาการเคลื่อนที่ของจุกยางครบ 30 รอบ แล้วนำมาคำนวณคาบ (T) ของการเคลื่อนที่ของจุกยาง
5. ทำซ้ำ ข้อ 2 - 4 โดยเพิ่มจำนวนนอตเป็น 3 4 5 และ 6 ตัว กำหนดให้น้ำหนักของนอต 1 ตัว เขียนแทนด้วย $1W$ ซึ่งจะทำให้ขนาดแรงดึงในเส้นเชือก เพิ่มจาก $2W$ เป็น $3W$ $4W$ $5W$ และ $6W$ ตามลำดับ
6. บันทึกขนาดแรงดึงในเส้นเชือก (F) กับส่วนกลับของกำลังสองของคาบ $\left(\frac{1}{T^2}\right)$ ลงในตาราง
7. เขียนกราฟระหว่างส่วนกลับของกำลังสองของคาบ $\left(\frac{1}{T^2}\right)$ กับขนาดแรงดึงในเส้นเชือก (F)

คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ เมื่อขนาดของแรงดึงในเส้นเชือกเพิ่มขึ้น ช่วงเวลาในการเคลื่อนที่ครบรอบของจุกยางเป็นอย่างไร
- ☐ กราฟระหว่างส่วนกลับของกำลังสองของคาบ $\left(\frac{1}{T^2}\right)$ กับขนาดแรงดึงในเส้นเชือก (F) มีลักษณะอย่างไร และสรุปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทั้งสองได้อย่างไร

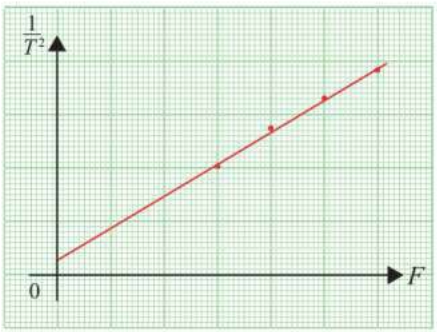
ตอนที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างคาบ และรัศมีของการเคลื่อนที่แบบวงกลมของวัตถุในระนาบระดับเมื่อแรงสู่ศูนย์กลางคงตัว

1. นำนอต 4 ตัว ใส่ที่ขอเกี่ยวโลหะ แกว่งให้จุกยางเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ โดยให้ความยาวเส้นเชือกเป็น 50 เซนติเมตร และใช้ลวดหนีบกระดาษหนีบที่เส้นเชือกห่างจากปลายล่างของท่อพีวีซี ประมาณ 1 เซนติเมตร
2. จับท่อพีวีซีแกว่งให้จุกยางเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบระดับ โดยให้ลวดหนีบกระดาษหนีบที่เส้นเชือกอยู่ห่างจากปลายล่างของท่อพีวีซี 1 เซนติเมตร คงตัวตลอดเวลา
3. จับเวลาการเคลื่อนที่ของจุกยางครบ 30 รอบ แล้วนำมาคำนวณหาคาบ (T) ของการเคลื่อนที่ของจุกยาง
4. ทำซ้ำ ข้อ 1 – 3 โดยเพิ่มความยาวเส้นเชือกเป็น 60, 70 และ 80 เซนติเมตร ตามลำดับ
5. บันทึกความยาวเส้นเชือก (l) กับกำลังสองของคาบ (T^2) ลงในตาราง
6. เขียนกราฟระหว่างกำลังสองของคาบ (T^2) กับความยาวเส้นเชือก (l)

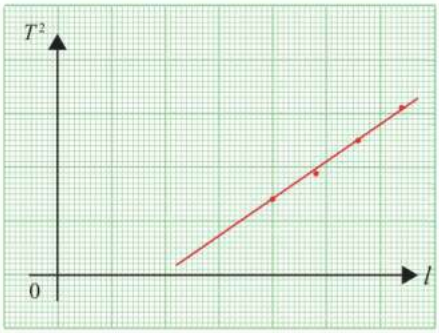
คำถามท้ายกิจกรรม

- ☐ เมื่อความยาวเส้นเชือกเพิ่มขึ้น ช่วงเวลาในการเคลื่อนที่ครบรอบของจุกยางเป็นอย่างไร
- ☐ กราฟกำลังสองของคาบ (T^2) กับความยาวเส้นเชือก (l) มีลักษณะอย่างไร และสรุปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทั้งสองได้อย่างไร

จากกิจกรรม 7.2 ทั้งสองตอน กราฟระหว่างส่วนกลับของกำลังสองของคาบ $\left(\frac{1}{T^2}\right)$ กับแรงดึงในเส้นเชือก (F) และกราฟระหว่างกำลังสองของคาบ (T^2) กับ ความยาวเส้นเชือก (l) มีลักษณะดังรูป 7.10 ก. และ ข. ตามลำดับ



ก. กราฟระหว่าง $\frac{1}{T^2}$ กับ F จากตอนที่ 1



ข. กราฟระหว่าง T^2 กับ l จากตอนที่ 2

รูป 7.10 ตัวอย่างกราฟจากผลการทำกิจกรรม 7.2

ในตอนที่ 1 เมื่อรัศมีคงตัว ส่วนกลับของกำลังสองของคาบ $\left(\frac{1}{T^2}\right)$ แปรผันตรงกับขนาดของแรงที่ใช้ดึงจุกยาง (F)

นั่นคือ $$\frac{1}{T^2} \propto F \text{ หรือ } T^2 \propto \frac{1}{F}$$

เนื่องจาก ขนาดของแรงสู่ศูนย์กลาง (F_c) แปรผันตรงกับขนาดของแรงดึงในเส้นเชือก (F) จะได้

$$T^2 \propto \frac{1}{F_c} \quad \text{(g)}$$

ในตอนที่ 2 เมื่อขนาดของแรงที่ใช้ดึงคงตัว กำลังสองของคาบ (T^2) แปรผันตรงกับความยาวเส้นเชือก (l)

นั่นคือ $$T^2 \propto l$$

เนื่องจาก รัศมีการเคลื่อนที่ แปรผันตรงกับความยาวเส้นเชือก จะได้

$$T^2 \propto r \quad \text{(h)}$$

จากความสัมพันธ์ (g) กับ (h) จะได้ $$T^2 \propto \frac{r}{F_c}$$

หรือในกรณีที่พิจารณาแรงที่ใช้ดึง จะได้ $$F_c \propto \frac{r}{T^2}$$

จากสมการ $$v = \frac{2\pi r}{T} \text{ หรือ } \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}$$

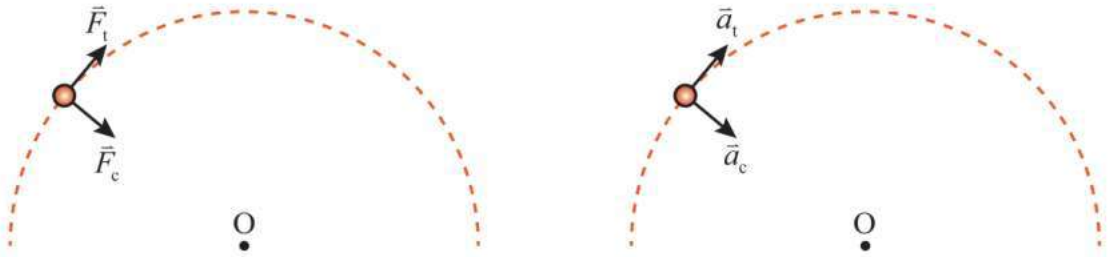
จะได้ $$F_c \propto (r)\left(\frac{v^2}{4\pi^2 r^2}\right)$$

นั่นคือ $$F_c \propto \frac{v^2}{r}$$

ดังนั้น ขนาดของแรงสู่ศูนย์กลาง (F_c) แปรผันตรงกับกำลังสองของอัตราเร็วของจุกยาง (v^2) และแปรผกผันกับรัศมีของการเคลื่อนที่ $\left(\frac{1}{r}\right)$ จึงสรุปได้ว่า แรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่แบบวงกลมแปรผันตรงกับกำลังสองของอัตราเร็วของวัตถุ และแปรผกผันกับรัศมีของวงกลม

7.2.1 การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ

วัตถุที่เคลื่อนที่แบบวงกลม นอกจากจะมีแรงสู่ศูนย์กลาง หรือแรงในแนวตั้งฉากกับเส้นทางการเคลื่อนที่แบบวงกลมดังที่ได้ศึกษามาแล้ว อาจมีแรงในแนวเส้นสัมผัสกับวงกลมด้วยเช่นกัน ดังรูป 7.11 ก. ซึ่งแรงทั้งสองทำให้วัตถุเคลื่อนที่โดย ความเร่งมีองค์ประกอบ 2 ส่วน คือ ความเร่งในแนวสัมผัส $\vec{a}_t$ และความเร่งแนวตั้งฉาก $\vec{a}_c$ ดังรูป 7.11 ข.



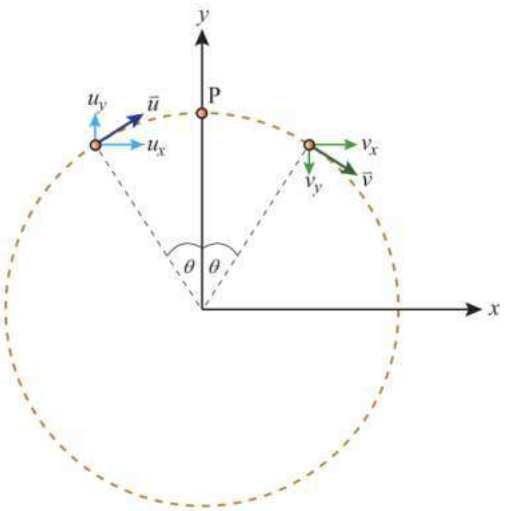
ก. แรงในการเคลื่อนที่แบบวงกลม ข. ความเร่งในการเคลื่อนที่แบบวงกลม

รูป 7.11 แรงและความเร่งในการเคลื่อนที่แบบวงกลม

จากรูป 7.11 แรง $\vec{F}_t$ เป็นแรงในแนวสัมผัสกับวงกลมที่ทำให้วัตถุมีความเร่งในแนวสัมผัส ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดความเร็ว สำหรับบทนี้จะเน้นศึกษาเฉพาะในกรณีที่ไม่มีแรงกระทำต่อวัตถุในแนวสัมผัส หรือ $a_t = 0$ กล่าวคือ จะพิจารณาเฉพาะการเคลื่อนที่แบบวงกลมที่มีอัตราเร็วคงตัว ซึ่งเรียกว่า **การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ** (uniform circular motion)

ความเร่งสู่ศูนย์กลาง

พิจารณาวัตถุหนึ่งที่กำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับเมื่อมองจากด้านบน ดังรูปที่ 7.12 ขณะที่วัตถุอยู่ทางซ้ายและขวาของจุด P มีแนวรัศมี r ทำมุม θ กับแกน y เมื่ออยู่ทางซ้าย วัตถุมีความเร็ว $\vec{u}$ เมื่ออยู่ทางขวา วัตถุมีความเร็ว $\vec{v}$ องค์ประกอบของความเร็วแยกได้ตามแกน x และแกน y ดังแสดงในรูป 7.12



รูป 7.12 วัตถุกำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ

พิจารณาการหาความเร่งที่จุด P จากความเร่งเฉลี่ย ในช่วงเวลาน้อย ๆ หรือ มุม θ น้อย ๆ ดังนี้

ในแนวแกน x

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x - u_x}{\Delta t}$$

โดย a_x คือ ความเร่งในแนวสัมผัสวงกลมที่จุด P ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว ทำให้ $v_x = u_x$ ดังนั้น $a_x = 0$ แสดงว่าความเร่งที่จุด P อยู่ในแนวแกน y หรือในแนวรัศมี

ในแนวแกน y

$$a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_y - u_y}{\Delta t}$$

$$= \frac{-v\sin\theta - u\sin\theta}{\Delta t}$$

เนื่องจากวัตถุมีอัตราเร็วคงตัว ทำให้ $v = u$ ดังนั้น

$$a_y = \frac{-2v\sin\theta}{\Delta t}$$

ช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่บนส่วนโค้งของวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว หาได้จากระยะทาง d ต่ออัตราเร็ว v นั่นคือ

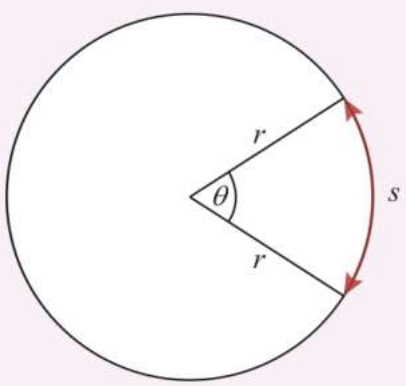
$$\Delta t = \frac{d}{v}$$

ในกรณีมุม θ มีหน่วยเป็นเรเดียน ความยาวส่วนโค้ง $s = \theta r$ ได้

$$\Delta t = \frac{\theta r + \theta r}{v}$$

ความรู้เพิ่มเติม

ค่าความยาวของส่วนโค้งของวงกลม (s) สามารถหาได้จากผลคูณของมุมที่รองรับส่วนโค้ง (θ) และรัศมีของวงกลม (r) นั่นคือ $s = \theta r$ โดย θ มีหน่วยเป็นเรเดียน



มุมในหน่วยเรเดียนและองศามีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$1\text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57.3^\circ$$

จะได้ $$a_y = -2v\sin\theta\left(\frac{v}{2\theta r}\right)$$

$$= -\frac{v^2}{r}\left(\frac{\sin\theta}{\theta}\right)$$

เมื่อมุม θ น้อย ๆ $\sin\theta \approx \theta$ ความเร่ง a_y จะเป็นความเร่งที่จุด P นั่นคือ

$$a_y = -\frac{v^2}{r}$$

เครื่องหมายลบ (-) แสดงว่า ความเร่งที่จุด P มีทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่ เรียกความเร่งนี้ว่า **ความเร่งสู่ศูนย์กลาง** (centripetal acceleration)

เมื่อพิจารณาจุดอื่น ๆ ของวงกลม จะได้ผลว่า ความเร่งมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเสมอและมีขนาดเท่ากับ $\frac{v^2}{r}$ ดังนั้นในการเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ จะมีแรงลัพธ์ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง หาขนาดได้ดังนี้

จาก $$\sum F = ma$$

จะได้ $$F_c = ma_c$$

จาก $$a_c = \frac{v^2}{r}$$

จะได้ $$F_c = \frac{mv^2}{r} \qquad (7.6)$$

เมื่อ F_c แทน แรงสู่ศูนย์กลาง

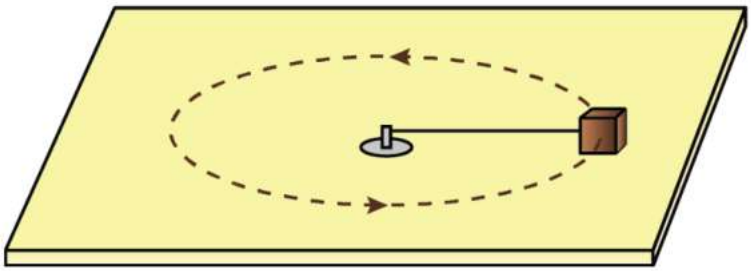
m แทน มวลของวัตถุ

v แทน อัตราเร็วของวัตถุ

r แทน รัศมีของการเคลื่อนที่แบบวงกลม

จะเห็นได้ว่า สมการ (7.6) ดังกล่าว สอดคล้องกับผลที่ได้จากกิจกรรม 7.2

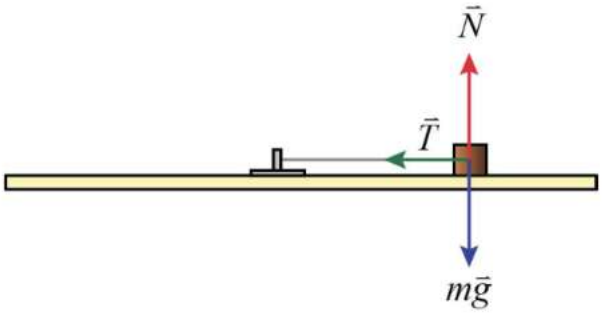
ตัวอย่าง 7.7 แท่งไม้มวล 0.30 กิโลกรัม ถูกผูกด้วยเชือกแล้วทำให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนโต๊ะลื่น ด้วยขนาดของความเร็วคงตัว 1.60 เมตรต่อวินาที เชือกมีความยาว 0.60 เมตร ดังรูป



รูป ประกอบตัวอย่าง 7.7

จงหาขนาดของแรงดึงเชือก

แนวคิด แท่งไม้เคลื่อนที่เป็นวงกลม จะมีแรงลัพธ์เป็นแรงสู่ศูนย์กลางกระทำต่อแท่งไม้แสดงได้ดังรูป



รูป ประกอบแนวคิดสำหรับตัวอย่าง 7.7

จากรูป แรงลัพธ์ที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง คือ แรงดึงเชือก $\vec{T}$ เนื่องจากไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับระนาบวงกลม จะได้ว่า $N - mg = 0$

วิธีทำ เมื่อพิจารณาแรงสู่ศูนย์กลาง

จากสมการ $$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

จะได้ $$T = \frac{mv^2}{r}$$

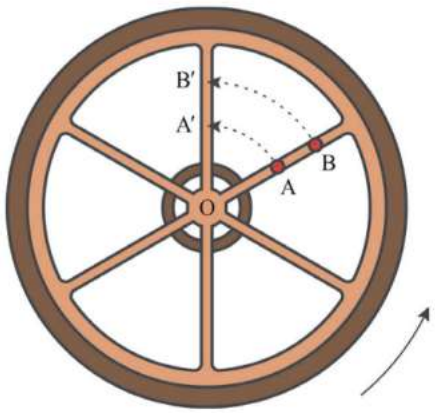
แทนค่า $$T = \frac{(0.30\,\text{kg})(1.60\,\text{m/s})^2}{0.60\,\text{m}}$$

$$T = 1.28\ \text{N}$$

ตอบ แรงดึงเชือกเมื่อแท่งไม้เคลื่อนที่เป็นวงกลม เท่ากับ 1.3 นิวตัน

อัตราเร็วเชิงมุม

อัตราเร็วที่ใช้ในการพิจารณาการเคลื่อนที่แบบวงกลมที่ผ่านมาจะพิจารณาจากอัตราเร็ว (v) ของวัตถุตามแนวเส้นทางการเคลื่อนที่รอบวงกลม ซึ่งคือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ใน 1 หน่วยเวลา อัตราเร็วนี้เรียกว่า **อัตราเร็วเชิงเส้น** (linear speed)



รูป 7.13 ล้อที่กำลังหมุน ทำให้จุด A และจุด B บนล้อเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงเส้นไม่เท่ากัน แต่มีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากัน

ถ้าพิจารณาจุด A และจุด B บนล้อที่กำลังหมุน ดังรูป 7.13 จะเห็นว่าจุด A อยู่ใกล้จุดศูนย์กลาง O มากกว่าจุด B แต่จะมีเวลาครบรอบหรือคาบ (T) เท่ากัน เมื่อล้อหมุนไปเป็นเวลา t จุด A ย้ายไปอยู่ที่ A′ และจุด B ย้ายไปอยู่ที่ B′ ระยะทางที่จุด B เคลื่อนที่ได้มากกว่าระยะทางที่จุด A เคลื่อนที่ได้ นั่นคือ อัตราเร็วเชิงเส้นของจุด B มากกว่าอัตราเร็วเชิงเส้นของจุด A แต่เมื่อพิจารณามุมระนาบที่รัศมี OA และ OB กวาดไปได้เท่ากัน ดังนั้น มุมระนาบที่รัศมีกวาดไปได้ใน 1 หน่วยเวลาจึงเท่ากันด้วย เรียกมุมระนาบที่รัศมีกวาดได้ต่อหนึ่งหน่วยเวลาว่า **อัตราเร็วเชิงมุม** (angular speed) ใช้สัญลักษณ์ ω (อ่านว่า โอ-เม-ก้า) มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad/s) นั่นคือ วัตถุเคลื่อนที่แบบวงกลมที่มีรัศมีต่างกัน หากมีคาบเท่ากัน อัตราเร็วเชิงมุมจะเท่ากัน แต่อัตราเร็วเชิงเส้นต่างกัน

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้นกับอัตราเร็วเชิงมุม พิจารณาได้จาก วัตถุเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ โดยมีคาบ T จะได้ระยะทาง $2\pi r$ มีมุมที่กวาดไปได้เมื่อครบ 1 รอบเท่ากับ 2π เรเดียน จะได้

อัตราเร็วเชิงเส้น $$v = \frac{2\pi r}{T}$$

อัตราเร็วเชิงมุม $$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

จากสมการข้างต้น จะได้ $$v = \omega r \qquad (7.7)$$

สมการดังกล่าวเป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้นของการเคลื่อนที่แบบวงกลมกับอัตราเร็วเชิงมุม ซึ่งอัตราเร็วเชิงมุมก็มีความสัมพันธ์กับความถี่ด้วย

$$\omega = 2\pi f$$

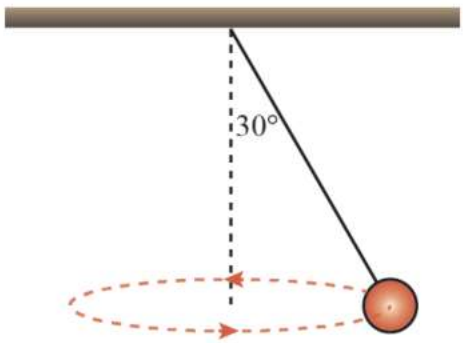
จากความสัมพันธ์ระหว่าง ω , v และ r สามารถเขียนแรงสู่ศูนย์กลางได้ใหม่ ดังนี้

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

แทนค่า $v = \omega r$ จะได้ $$F_c = m\omega^2 r \qquad (7.8)$$

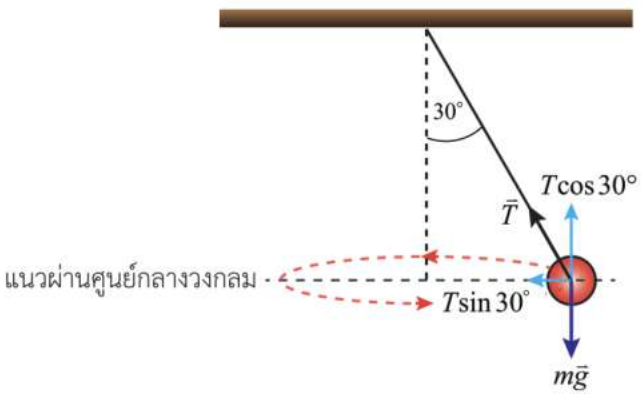
ตัวอย่าง 7.8 วัตถุก้อนหนึ่ง มวล 0.20 กิโลกรัม แขวนไว้ด้วยเชือกเบายาว 1.0 เมตร ถูกแกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ จนมีอัตราเร็วคงตัว ขณะนั้นวัดมุมเอียงของเส้นเชือกกับแนวดิ่งได้ 30 องศา จงหา

ก. แรงดึงเชือก
ข. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่แบบวงกลม
ค. ความถี่ของการเคลื่อนที่แบบวงกลม



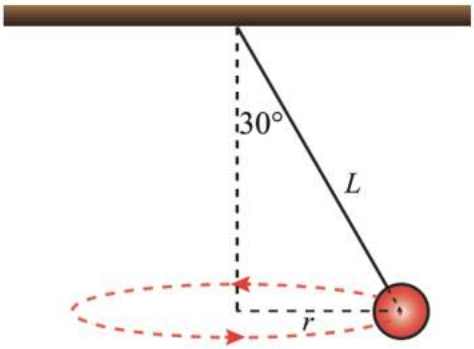
รูป ประกอบตัวอย่าง 7.8

ก. แนวคิด วัตถุเคลื่อนที่แบบวงกลม จะมีแรงลัพธ์ที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง โดยแรงที่กระทำต่อวัตถุประกอบด้วยน้ำหนักของวัตถุ $(m\bar{g})$ และแรงดึงเชือก $(\bar{T})$ ซึ่งสามารถแยกองค์ประกอบของแรงดึงเชือกให้องค์ประกอบในแนวระดับผ่านศูนย์กลางวงกลม กับอีกองค์ประกอบหนึ่งอยู่ในแนวดิ่ง ดังรูป



รูป ประกอบแนวคิดสำหรับตัวอย่าง 7.8

ให้ r เป็นรัศมีของการเคลื่อนที่ L เป็นความยาวเชือก มีความสัมพันธ์กันคือ $r = L\sin\theta$ ดังรูป



รูป ประกอบแนวคิดสำหรับตัวอย่าง 7.8

วิธีทำ หาแรงดึงเชือก

เมื่อพิจารณาในแนวดิ่ง พบว่า ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวที่ตั้งฉากกับระนาบวงกลม

จะได้ $$T\cos 30^\circ = mg \qquad \text{(i)}$$

ดังนั้น $$T = \frac{mg}{\cos 30^\circ}$$

แทนค่า $$T = \frac{(0.20\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{0.8660}$$

$$= 2.26\,\text{N}$$

ตอบ แรงดึงเชือก มีขนาดเท่ากับ 2.3 นิวตัน

ข. แนวคิด ในแนวระดับซึ่งผ่านศูนย์กลางวงกลม จะมี $T\sin 30^\circ$ เป็นแรงเข้าสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่แบบวงกลม

วิธีทำ หาอัตราเร็วของการเคลื่อนที่

พิจารณาแรงสู่ศูนย์กลาง จาก $$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

แทนค่า $$T\sin 30^\circ = \frac{mv^2}{r} \qquad \text{(j)}$$

นำสมการ (j) หารด้วยสมการ (i) จะได้

$$\frac{T\sin 30^\circ}{T\cos 30^\circ} = \frac{mv^2}{r}\left(\frac{1}{mg}\right)$$

$$\tan 30^\circ = \frac{v^2}{rg}$$

$$v^2 = rg\tan 30^\circ$$

$$v^2 = (L\sin\theta)\, g\tan 30^\circ$$

แทนค่า $$v^2 = (1.0\,\text{m})(0.5000)(9.8\,\text{m/s}^2)(0.5774)$$

$$v = 1.68\,\text{m/s}$$

ตอบ อัตราเร็วของการเคลื่อนที่แบบวงกลม เท่ากับ 1.7 เมตรต่อวินาที

ค. แนวคิด ความถี่ในการเคลื่อนที่ หาได้จากความสัมพันธ์ $v = \omega r$ และ $\omega = 2\pi f$ ซึ่งจะได้ $v = 2\pi fr$

วิธีทำ หาความถี่ของการเคลื่อนที่

จาก $$v = 2\pi fr$$

$$f = \frac{v}{2\pi r}$$

$$= \frac{v}{2\pi(L\sin 30^\circ)}$$

แทนค่า $$f = \frac{1.68\,\text{m/s}}{2\pi\,(1.0\,\text{m})(0.5000)}$$

$$= 0.53\,\text{s}^{-1}$$

ตอบ ความถี่ของการเคลื่อนที่นี้ เท่ากับ 0.53 เฮิรตซ์

7.2.2 การเคลื่อนที่ของดาวเทียม

ในการโคจรของดาวเทียมรอบโลกนั้น จะมีแรงโน้มถ่วงซึ่งเป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลของดาวเทียมกับโลก ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางทำให้ดาวเทียมยังโคจรอยู่ได้ ดาวเทียมบางชนิดโคจรด้วยอัตราเร็วเชิงมุมมากกว่าการหมุนรอบตัวเองของโลก เช่น ดาวเทียมสำรวจ ดาวเทียมบางชนิดก็โคจรด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากันกับโลก เช่น ดาวเทียมสื่อสาร ซึ่งเป็นดาวเทียมที่มีวงโคจรค้างฟ้าในระนาบของเส้นศูนย์สูตร มีคาบการโคจรเท่ากับคาบการหมุนรอบตัวเองของโลก หรือมีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับอัตราเร็วเชิงมุมของตำแหน่งบนพื้นโลก โดยทั้งโลกและดาวเทียมเคลื่อนที่ไปทางเดียวกันและดาวเทียมจะอยู่ตรงกับตำแหน่งที่กำหนดไว้บนพื้นโลกตลอดเวลา นิยมเรียกดาวเทียมชนิดนี้ดาวเทียมค้างฟ้า

การที่ดาวเทียมโคจรรอบโลกอยู่ได้ เนื่องจากมีแรงดึงดูดระหว่างมวลของโลกและมวลของดาวเทียม ตามกฎความโน้มถ่วงสากลของนิวตัน ซึ่งมีสมการ

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

เมื่อ G คือ ค่าคงตัวโน้มถ่วงสากล เท่ากับ 6.672×10^{-11} N m^2/kg^2

m_1 และ m_2 คือ มวลของวัตถุ

r คือ ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางมวลของวัตถุทั้งสอง

ตัวอย่าง 7.9 ดาวเทียมสื่อสารดวงหนึ่ง โคจรรอบโลกโดยอยู่เหนือผิวโลกขึ้นไปที่ตำแหน่งเดิมตลอดเวลา (ดาวเทียมค้างฟ้า) จงหา

ก. อัตราเร็วเชิงมุมของดาวเทียมสื่อสาร

ข. รัศมีวงโคจรดาวเทียม และระยะที่อยู่สูงจากผิวโลก

ถ้ากำหนดให้ มวลของโลก เท่ากับ 5.972×10^{24} กิโลกรัม รัศมีของโลกมีค่าเท่ากับ 6371 กิโลเมตร และโลกหมุนรอบตัวเองครบ 1 รอบ ใช้เวลา เท่ากับ 24 ชั่วโมง

ก. แนวคิด ดาวเทียมสื่อสารโคจรรอบโลกโดยอยู่เหนือผิวโลกขึ้นไปที่ตำแหน่งเดิมตลอดเวลา นั่นคือ ดาวเทียมนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับโลกหรือคาบเท่ากับ 24 ชั่วโมง หรือเท่ากับ 24 ชั่วโมง × 60 นาที × 60 วินาที = 86400 วินาที

วิธีทำ หาอัตราเร็วเชิงมุมของดาวเทียมสื่อสาร

จากสมการ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

แทนค่า $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{86\,400 \text{ s}}$

$$\omega = 7.27\times10^{-5} \text{ rad/s}$$

ตอบ อัตราเร็วเชิงมุมของดาวเทียมเท่ากับ 7.27×10^{-5} เรเดียนต่อวินาที

ข. แนวคิด ในกรณีนี้ การโคจรของดาวเทียมสื่อสารจะมีแรงดึงดูดระหว่างโลกกับดาวเทียมทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

วิธีทำ หารัศมีวงโคจรของดาวเทียม โดยให้ M คือมวลของโลก และ m คือมวลของดาวเทียมจะได้แรงดึงดูดระหว่างมวลของโลกและดาวเทียม

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

จากสมการแรงสู่ศูนย์กลาง $F = m\frac{v^2}{r}$

โดยที่ แรงสู่ศูนย์กลาง = แรงดึงดูดระหว่างโลกและดาวเทียม

จะได้ $m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$

$$v^2 = G\frac{M}{r}$$

เมื่อ $v = \omega r$ จะได้ $$(\omega r)^2 = G\frac{M}{r}$$

$$r^3 = G\frac{M}{\omega^2}$$

แทนค่า $$r^3 = \left(6.672\times10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2\right)\frac{\left(5.972\times10^{24}\ \text{kg}\right)}{\left(7.27\times10^{-5}\ \text{s}^{-1}\right)^2}$$

$$r^3 = 7.54\times10^{22}\ \text{m}^3$$

$$r = 4.2246\times10^{7}\ \text{m}$$

หรือ $$r = 42246\ \text{km}$$

ดังนั้น ความสูงของดาวเทียมจากผิวโลก = รัศมีวงโคจรของดาวเทียม – รัศมีของโลก

= 42246 km – 6371 km

= 35875 km

ตอบ ดาวเทียมอยู่สูงจากผิวโลก เท่ากับ 3.588×10^4 กิโลเมตร

ตัวอย่าง 7.10 ดาวเทียมมวล m โคจรรอบโลกอัตราเร็วคงตัว v และอยู่สูงจากผิวโลกเป็นระยะทาง h จะใช้เวลาเท่าใดในการโคจรรอบโลก 1 รอบ กำหนดให้โลกมีมวล M และรัศมี R

แนวคิด การโคจรของดาวเทียมจะมีแรงดึงดูดระหว่างโลกกับดาวเทียมทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง โดยระยะที่ดาวเทียมโคจรห่างจากศูนย์กลางโลก (r) เท่ากับผลรวมระหว่างรัศมีของโลก (R) และความสูงของดาวเทียมจากผิวโลก (h)

วิธีทำ จากสมการแรงดึงดูดระหว่างมวล จะได้แรงดึงดูดระหว่างโลกและดาวเทียม

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

แทนค่า $r = R+h$ จะได้ $$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

จากสมการแรงสู่ศูนย์กลาง $$F_c = m\frac{v^2}{r}$$

จะได้ $$F_c = \frac{mv^2}{R+h}$$

โดยที่ แรงดึงดูดระหว่างโลกและดาวเทียม = แรงสู่ศูนย์กลาง

จะได้ $$G\frac{Mm}{(R+h)^2}=\frac{mv^2}{R+h}$$

นั่นคือ $$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

จาก $$t=\frac{s}{v}$$

เมื่อ ดาวเทียมโคจรครบ 1 รอบ ได้ระยะทาง (s) เท่ากับ $2\pi r$ หรือ $2\pi(R+h)$ โดยใช้เวลา (t) เท่ากับ 1 คาบ (T)

แทนค่า $$T=\frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM}{R+h}}}$$

จะได้ $$T=\left(\frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\right)(R+h)^{3/2}$$

ตอบ ดาวเทียมจะใช้เวลาในการโคจรรอบโลก เท่ากับ $T=\left(\frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\right)(R+h)^{3/2}$

จากตัวอย่าง 7.10 จะได้ $v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ เมื่อคำนวณหาอัตราเร็วของดาวเทียมที่โคจรรอบโลก โดยที่รัศมีของโลก (R) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 6371 กิโลเมตร และมวลของโลก (M) มีค่าเท่ากับ 5.972×10^{24} กิโลกรัม พบว่า อัตราเร็วของดาวเทียมที่โคจรรอบโลกจะลดลงเมื่อดาวเทียมอยู่ห่างจากผิวโลกมากขึ้น เช่น ดาวเทียมที่อยู่ห่างจากผิวโลก ประมาณ 180 กิโลเมตร จะต้องมีอัตราเร็ว 7.8 กิโลเมตรต่อวินาที ในขณะที่ดาวเทียมสำหรับการระบุตำแหน่งบนโลกด้วยระบบจีพีเอส (global positioning system, GPS) ซึ่งอยู่ห่างจากผิวโลก 20200 กิโลเมตร จะมีอัตราเร็วเพียง 3.9 กิโลเมตรต่อวินาที

นอกจากนี้ เรายังสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องการเคลื่อนที่แบบวงกลมในกรณีอื่น ๆ อีก เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์หรือรถจักรยานยนต์บนถนนหรือทางโค้งในระนาบระดับ จะมีแรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อล้อรถไม่ให้รถไถลออกนอกถนน ดังรูป 7.14 โดยแรงเสียดทานจะทำหน้าที่เป็นแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง ทำให้รถเคลื่อนที่บนถนนโค้งได้

ก. รถยนต์ขณะเข้าโค้งบนถนนระดับ ข. รถจักรยานยนต์ขณะเข้าโค้งบนถนนระดับ

รูป 7.14 รถยนต์และรถจักรยานยนต์เข้าโค้งบนถนนระดับ

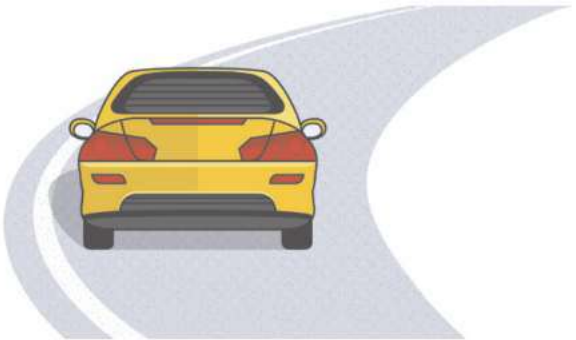
ในกรณี รถจักรยานยนต์เคลื่อนที่บนถนนโค้งในระนาบระดับจะมีแรงเสียดทานที่พื้นกระทำกับล้อ ($\vec{f}$) แรงแนวฉากที่พื้นกระทำกับรถ ($\vec{N}$) และน้ำหนักของรถ ($m\vec{g}$) ถ้าไม่มีการเอียงรถจักรยานยนต์ ทิศทางแรงลัพธ์ ($\vec{R}$) ของแรงแนวฉาก ($\vec{N}$) กับแรงเสียดทาน ($\vec{f}$) จะไม่ผ่านศูนย์กลางมวลของรถและผู้ขับขี่ ทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงลัพธ์กระทำกับรถจักรยานยนต์ทำให้รถจักรยานยนต์ล้มได้ เพื่อหลีกเลี่ยงการล้มดังกล่าวผู้ขับขี่จึงจำเป็นจะต้องเอียงรถเพื่อให้แรงลัพธ์ ($\vec{R}$) ผ่านศูนย์กลางมวลของรถและผู้ขับขี่ โมเมนต์รวมเป็นศูนย์ ผู้ขับขี่จึงสามารถเลี้ยวรถได้โดยไม่พลิกคว่ำ ดังรูป 7.15

รูป 7.15 แรงที่กระทำกับรถจักรยานยนต์ขณะเข้าโค้งบนถนนในระนาบระดับ

รู้หรือไม่

แรงเสียดทานที่กระทำกับล้อรถขณะเลี้ยวโค้งเป็นแรงเสียดทานสถิต ซึ่งมีหลายคนเข้าใจผิดว่าเป็นแรงเสียดทานจลน์เพราะรถกำลังเคลื่อนที่ แต่ถ้าพิจารณาอย่างละเอียดจะพบว่า แรงเสียดทานที่เรากำลังพิจารณาเป็นแรงเสียดทานที่มีทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางความโค้งของเส้นทางที่รถกำลังเคลื่อนที่ แรงเสียดทานนี้มีทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของรถ และการที่รถไม่ได้ไถลในแนวรัศมีของทางโค้ง จึงไม่มีการเคลื่อนที่ระหว่างผิวสัมผัสของยางรถยนต์กับพื้นในแนวรัศมี แรงเสียดทานนี้จึงเป็นแรงเสียดทานสถิต ไม่ใช่แรงเสียดทานจลน์

ตัวอย่าง 7.11 รถยนต์คันหนึ่งกำลังแล่นเข้าถนนโค้งในแนวระดับโดยมีรัศมีความโค้งเท่ากับ 200 เมตร และพื้นมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นถนนกับยางรถยนต์เท่ากับ 0.20 ถ้าที่รถยนต์คันนี้ต้องการเลี้ยวโค้งได้อย่างปลอดภัยจะต้องมีอัตราเร็วไม่เกินเท่าใด



รูป ประกอบตัวอย่าง 7.11

แนวคิด รถยนต์เคลื่อนที่บนถนนโค้ง จะมีแรงลัพธ์ที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง โดยแรงที่กระทำต่อรถ แสดงได้ดังรูป

รูป ประกอบแนวคิดสำหรับตัวอย่าง 7.11

จากรูป พบว่า มีแรงที่กระทำกับรถยนต์จำนวน 3 แรง และแรงที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง คือแรงเสียดทานสถิต $(\vec{f}_s)$

วิธีทำ จากสมการ $$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

จะได้ $$f_s = \frac{mv^2}{r}$$

ในกรณีนี้ รถยนต์ไม่ไถล แรงเสียดทานสถิตที่เกิดขึ้น มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับแรงเสียดทานสถิตสูงสุด $f_s \le \mu_s N$ และ $N = mg$

ดังนั้น $$\frac{mv^2}{r} \le \mu_s mg$$

จะได้ $$v^2 \le \mu_s gr$$

แทนค่า $$v^2 \le (0.20)\left(9.8\,\mathrm{m/s^2}\right)(200\,\mathrm{m})$$

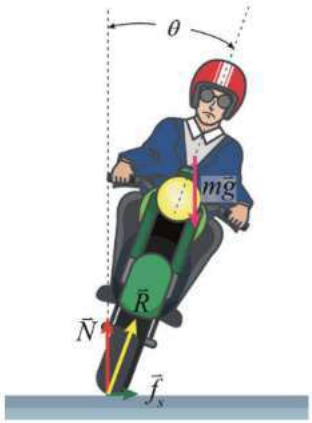
จะได้ $$v \le 19.80\,\mathrm{m/s}$$

ตอบ รถยนต์ต้องมีอัตราเร็วไม่เกิน 19.80 เมตรต่อวินาที จึงจะทำให้รถยนต์สามารถเลี้ยวโค้งได้อย่างปลอดภัย

ตัวอย่าง 7.12 ผู้ขับขี่รถจักรยานยนต์คนหนึ่งเคลื่อนที่ไปบนถนนโค้งที่มีรัศมีความโค้ง 80 เมตร น้ำหนักของเขาและรถรวมกันได้ 250 กิโลกรัม ถ้าเขาเลี้ยวโค้งด้วยอัตราเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เขาและรถจะต้องเอียงทำมุมเท่าไรกับแนวดิ่ง จึงจะไม่ล้ม

รูป ประกอบตัวอย่าง 7.12

แนวคิด รถจักรยานยนต์เคลื่อนที่ไปบนถนนโค้ง จะมีแรงเสียดทานสถิต $(\vec{f}_s)$ ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางโดยแรงที่กระทำต่อผู้ขับขี่และรถจักรยานยนต์ และรถเอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง ดังรูป



รูป ประกอบตัวอย่าง 7.10

จากรูป พบว่า มีแรงที่กระทำกับผู้ขับขี่และรถยนต์จักรยานยนต์จำนวน 3 แรง และแรงที่ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางคือแรงเสียดทานสถิต $(\vec{f}_s)$ โดยที่แรงลัพธ์ระหว่างแรงเสียดทานสถิต $(\vec{f}_s)$ และแรงที่พื้นกระทำกับรถ $(\vec{N})$ ต้องผ่านศูนย์กลางมวล รถจึงจะไม่ล้ม

วิธีทำ พิจารณาในแนวดิ่ง พบว่า ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวที่ตั้งฉากกับระนาบวงกลม

จะได้ $$N = mg$$

แทนค่า $$N = (250\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)$$

$$N = 2450\,\text{N}$$

พิจารณาในแนวระดับ จะได้แรงเสียดทาน $\vec{f}_s$ เป็นแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง

ดังนั้น $$f_s = \frac{mv^2}{r}$$

แทนค่า $$f_s = \frac{(250\,\text{kg})\left(72 \times \frac{1000}{3600}\,\text{m/s}\right)^2}{100\,\text{m}}$$

$$f_s = 1000\,\text{N}$$

แรงเสียดทาน $\vec{f}_s$ และแรงที่พื้นกระทำกับรถ $\vec{N}$ รวมกันต้องผ่านศูนย์กลางมวล

จะได้ $$\tan\theta = \frac{f_s}{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{f_s}{N}\right)$$

แทนค่า $$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1000\,\text{N}}{2450\,\text{N}}\right)$$

$$\theta = 22.20^\circ$$

ตอบ คนขับรถจักรยานยนต์และรถต้องเอียงทำมุมเท่ากับ 22.20 องศา กับแนวดิ่ง จึงจะไม่ล้ม

ความเร็วที่ใช้ในการเข้าโค้งและมุมที่ใช้เอียงรถขณะเข้าโค้งจะขึ้นอยู่กับขนาดของแรงเสียดทานระหว่างล้อกับพื้น ซึ่งขนาดของแรงเสียดทานดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับขนาดสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อกับพื้น ในการป้องกันรถลื่นไถลหรือเสียสมดุล โดยเฉพาะเมื่อมีฝนตกทำให้ถนนเปียกและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานลดลง จึงได้มีการออกแบบถนนให้เอียงในช่วงที่เป็นทางโค้งโดยยกขอบนอกสูงกว่าขอบด้านในของถนนโค้ง ดังรูป 7.16 เพื่อช่วยลดหรือป้องกันไม่ให้เกิดการไถลของรถ

รูป 7.16 การออกแบบถนนในช่วงที่เป็นทางโค้งให้เอียง

คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 7.2

1. ขณะวัตถุมีการเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ ปริมาณใดต่อไปนี้มีทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางของวงกลม และปริมาณใดมีทิศทางในแนวเส้นสัมผัสวงกลม
   ก. ความเร็ว $\vec{v}$ ข. แรงที่กระทำต่อวัตถุ $\vec{F}$ ค. ความเร่ง $\vec{a}$
2. ดาวเทียมค้างฟ้าอยู่ที่ตำแหน่งความสูงต่างกันได้หรือไม่ จงอธิบาย
3. เหตุใดนักมอเตอร์ไซค์ไต่ถังจึงสามารถควบคุมให้รถมอเตอร์ไซค์วิ่งไปตามผนังของถังได้

แบบฝึกหัด 7.2

1. วัตถุเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนววงกลมด้วยอัตรา 20 รอบในเวลา 4.0 วินาที จงหา
   ก. คาบของการเคลื่อนที่
   ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่
   ค. อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ถ้ารัศมีของการเคลื่อนที่เท่ากับ 2.0 เมตร
2. จงหาความเร่งสู่ศูนย์กลางของวัตถุที่เคลื่อนที่ในแนววงกลมรัศมี 16.0 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 40.0 เมตรต่อวินาที
3. ลูกยางกลมลูกหนึ่งผูกไว้กับเชือกแล้วแกว่งให้เคลื่อนที่ตามแนววงกลมรัศมี 1.30 เมตร ด้วยความถี่ 5.0 รอบต่อวินาที จงหาความเร่งสู่ศูนย์กลางของลูกยางกลม
4. ในการแกว่งชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลมให้จุกยางเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัวในแนวระดับ ปรากฏว่าขณะนั้นเชือกทำมุม 20 องศา กับแนวระดับตลอดเวลา ถ้าขนาดน้ำหนักของขอเกี่ยวโลหะและนอตที่ใช้มีค่า 1.2 นิวตัน จงหา
   ก. แรงสู่ศูนย์กลางของจุกยาง
   ข. ความเร่งสู่ศูนย์กลางของจุกยาง
5. วงโคจรของดวงจันทร์รอบโลกมีรัศมีประมาณ 384 000 กิโลเมตร และคาบการโคจรของดวงจันทร์ 27.3 วัน อัตราเร็วของดวงจันทร์เทียบกับโลกเป็นเท่าใด ในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

สรุปเนื้อหาภายในบทเรียน

7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

- วัตถุที่มีเส้นทางการเคลื่อนที่แนวโค้งพาราโบลาภายใต้สนามโน้มถ่วง โดยไม่คิดแรงต้านของอากาศ หรือแรงต้านทานมีผลน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด เรียกว่า วัตถุนั้นเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์
- การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เป็นการเคลื่อนที่ที่มีแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุ จึงมีความเร่งเท่ากับความแรงโน้มถ่วงของโลก $\vec{g}$ ซึ่งเป็นความเร่งคงตัว ทำให้ความเร็วแนวดิ่งไม่คงตัวและมีค่าเปลี่ยนแปลงสม่ำเสมอ ปริมาณต่าง ๆ มีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$\Delta y = \left(\frac{u_y + v_y}{2} \right) t$$

$$v_y = u_y + a_y t$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y \Delta y$$

$$\Delta y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

- การเคลื่อนที่ในแนวระดับของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ไม่มีแรงกระทำจึงมีความเร็วคงตัว โดยการกระจัด ความเร็ว และเวลา มีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$\Delta x = u_x t$$

7.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลม

- วัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมหรือส่วนของวงกลม เรียกว่า วัตถุนั้นมีการเคลื่อนที่แบบวงกลม
- แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบวงกลมในทิศเข้าสู่ศูนย์กลางเรียกว่า แรงสู่ศูนย์กลาง คำนวณได้จากสมการ

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

- การเคลื่อนที่แบบวงกลมสามารถอธิบายได้ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วเชิงเส้นตามสมการ

$$v = \omega r$$

- แรงสู่ศูนย์กลางมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วเชิงมุมตามสมการ

$$F_c = m\omega^2 r$$

- การโคจรของดาวเทียมรอบโลก จะมีแรงโน้มถ่วงซึ่งเป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลของดาวเทียมกับโลก ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลางทำให้ดาวเทียมยังโคจรอยู่ได้ ซึ่งหาได้จากสมการ

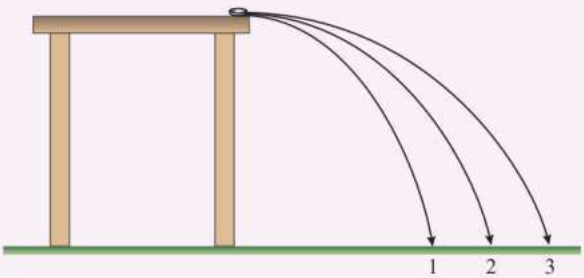
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- ดาวเทียมบางชนิดโคจรไปทางเดียวกันกับโลกด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากันกับโลก และมีคาบการโคจรเท่ากับคาบการหมุนรอบตัวเองของโลก ดาวเทียมจึงอยู่ตรงกับตำแหน่งที่กำหนดไว้บนพื้นโลกตลอดเวลา

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7

คำถาม

1. การดีดเหรียญออกจากขอบโต๊ะด้วยแรงในแนวระดับที่มีค่าแตกต่างกัน เส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นดังรูป

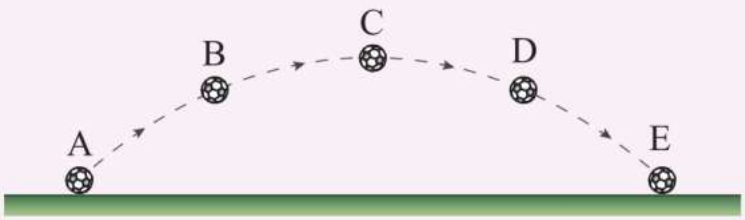


รูป ประกอบคำถามข้อ 1

ความเร็วตามแนวระดับของเหรียญตามเส้นทางทั้งสามเป็นอย่างไร

2. นักกีฬายิงธนูออกไปในแนวระดับไปยังเป้า ลูกธนูมีการเคลื่อนที่แนวตรงหรือการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จงอธิบายพร้อมให้เหตุผล
3. ดีดเหรียญที่วางบนขอบโต๊ะ ถ้าบริเวณนั้นปราศจากสนามโน้มถ่วง แนวการเคลื่อนที่ของเหรียญจะเป็นอย่างไร
4. ขณะที่กำลังถีบรถจักรยานด้วยอัตราเร็วคงตัว ก็ปล่อยเหรียญบาทให้ตกสู่พื้นถนน แนวทางเดินของเหรียญบาทที่สังเกตโดยผู้ถีบรถจักรยานจะเป็นอย่างไร และผู้ที่ยืนอยู่ฝั่งตรงข้ามของถนนจะเห็นแนวทางเดินของเหรียญบาทเป็นอย่างไร เหมือนผู้ถีบรถจักรยานเห็นหรือไม่ (ลองทำดู) และเขียนแนวทางเดินของเหรียญที่ผู้สังเกตทั้งสองเห็น

5. พิจารณาทางเดินของลูกบอลที่ถูกเตะออกไป ดังรูป



รูป ประกอบคำถามข้อ 5

จงหา

ก. ตำแหน่งที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่ามากที่สุด

ข. ตำแหน่งที่ขนาดของความเร็วในแนวระดับมีค่าเท่ากัน

ค. ตำแหน่งที่ขนาดของความเร็วในแนวดิ่งมีค่าน้อยที่สุด

ง. ตำแหน่งที่ขนาดของการกระจัดมีค่ามากที่สุด

6. เด็กคนหนึ่งกำลังเล่นรถบังคับไร้สายบนระเบียงบ้าน ปรากฏว่ารถพุ่งออกนอกระเบียงตกสู่พื้นด้านล่าง เวลาที่รถตกถึงพื้นขึ้นกับอัตราเร็วขณะพ้นขอบระเบียงหรือไม่ เพราะเหตุใด
7. การปั่นผ้าของเครื่องซักผ้าทำให้ผ้าหมาดได้ เพราะน้ำพุ่งออกจากผ้าในแนวรัศมี คำกล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด
8. จากชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลม ขณะที่จุกยางเคลื่อนที่แบบวงกลม ถ้าเชือกที่ผูกจุกยางขาด จุกยางจะเคลื่อนที่อย่างไร
9. วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวทางโค้งโดยมีความเร่งเป็นศูนย์หรือความเร่งคงตัวได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
10. แรงที่กระทำต่อวัตถุที่ตกแบบเสรี วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ และวัตถุที่เคลื่อนที่แบบวงกลม กับแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสามกรณี เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

ปัญหา

1. นักกระโดดไกลกระโดดด้วยความเร็ว 9.8 เมตรต่อวินาที ทำมุม 45 องศากับพื้นดิน จงหาว่า

ก. เขาจะกระโดดไปได้ระยะทางไกลเท่าใด

ข. ถ้าเขากระโดดบนผิวดวงจันทร์ด้วยความเร็วเท่ากันและมุมเท่ากัน เขาจะกระโดดได้ไกลเท่าใด เมื่อความเร่งโน้มถ่วงบนผิวดวงจันทร์เป็น $\frac{1}{6}$ เท่าของความเร่งโน้มถ่วงบนผิวโลก

2. ก้อนหินถูกยิงขึ้นจากพื้นดินด้วยความเร็ว 29.4 เมตรต่อวินาที ในแนวเอียงทำมุม 30 องศากับพื้นดิน จงหา

ก. ความเร็วและความสูงของก้อนหินที่จุดสูงสุด
ข. เวลาทั้งหมดที่ก้อนหินอยู่ในอากาศ
ค. ก้อนหินตกถึงพื้นได้ระยะทางไกลเท่าใด
ง. จุดสูงสุดอยู่ห่างจากจุดตั้งต้นเป็นระยะทางเท่าใด

3. ขว้างลูกกอล์ฟให้เคลื่อนออกไปด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในทิศทางทำมุม 60 องศากับแนวระดับ ลูกกอล์ฟตกถึงพื้นดินในเวลา 2.0 วินาที ลูกกอล์ฟตกได้ระยะทางในแนวระดับกี่เมตร
4. ในการเตะฟุตบอลด้วยความเร็วต้นค่าหนึ่ง ได้การกระจัดในแนวระดับไกลที่สุด พบว่าที่จุดสูงสุดลูกฟุตบอลที่พุ่งออกไปมีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จนกระทั่งตกถึงพื้นมีค่าเท่าใด
5. ในการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโพรเจกไทล์ เมื่อเวลาผ่านไป t การกระจัดในแนวระดับ $x = u_x t$ และการกระจัดในแนวดิ่ง $y = \frac{1}{2} a_y t^2$

ก. จงพิสูจน์ว่า $y = \left(\frac{a_y}{2u_x^2} \right) (x)^2$

ข. จากสมการในข้อ ก. จงแสดงว่า วัตถุมีเส้นทางเดินเป็นรูปพาราโบลา

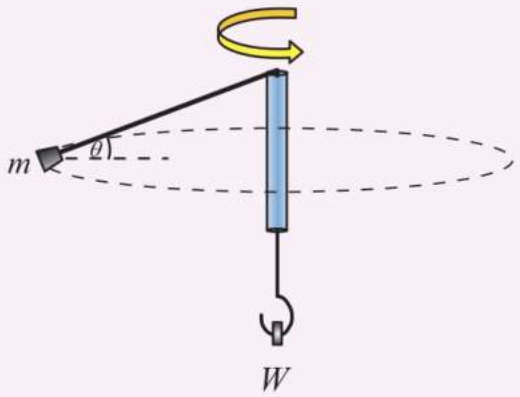
6. ยิงวัตถุ A ให้เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ด้วยความเร็วเริ่มต้น $\vec{u}_1$ ขนาดเท่ากับ 40 เมตรต่อวินาที ทำมุม 30 องศากับแนวระดับ ขณะเดียวกันวัตถุ B ถูกยิงขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยความเร็วต้น $\vec{u}_2$ ดังรูป

รูป ประกอบปัญหาข้อ 6

วัตถุ B จะต้องถูกยิงขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยความเร็วต้น $\vec{u}_2$ ขนาดเท่าใดจึงจะทำให้วัตถุ A และ B ชนกันกลางอากาศ

7. ขว้างก้อนหินออกไปในแนวระดับด้วยอัตราเร็ว 5.0 เมตรต่อวินาทีจากตึกสูงแห่งหนึ่ง เมื่อก้อนหินตกกระทบพื้น ความเร็วของก้อนหินขณะนั้นทำมุม 60° กับแนวระดับ ก้อนหินตกห่างจากตึกในแนวระดับเท่าใด กำหนดให้ $\tan 60° = \sqrt{3}$
8. ทหารยิงปืนในแนวระดับสูงจากพื้น 1.5 เมตร ลูกปืนที่ออกจากลำกล้องมีอัตราเร็ว 500 เมตรต่อวินาที ถูกต้นไม้ที่อยู่ห่างออกไป 100 เมตร เมื่อไม่คิดแรงต้านจากอากาศ ลูกปืนจะเจาะต้นไม้ที่ความสูงจากพื้นเท่าใด

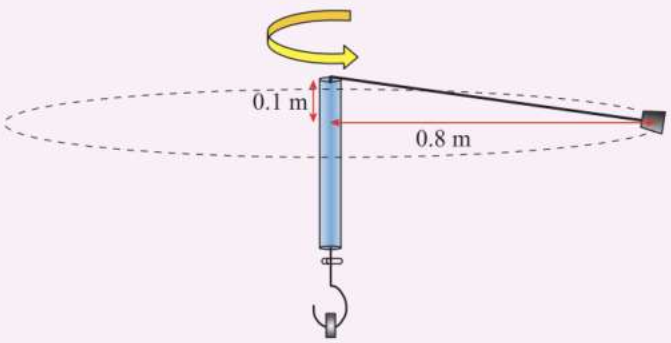
9. ขว้างวัตถุ A ด้วยอัตราเร็ว 20.0 เมตรต่อวินาที ขึ้นทำมุม 60 องศากับแนวระดับ วัตถุ A กลับถึงระดับเดิม โดยใช้เวลาเท่ากับการขว้างวัตถุ B ด้วยอัตราเร็ว u_B ขึ้นทำมุม 30 องศากับแนวระดับ อัตราเร็ว u_B เป็นเท่าใด ถ้าไม่คิดแรงต้านของอากาศ
10. ลูกแก้วกลิ้งไปตามพื้นห้องด้วยอัตราเร็วคงตัว 4.0 เมตรต่อวินาที แล้วตกลงไปบนบันไดซึ่งแต่ละขั้นสูง 10 เซนติเมตร กว้าง 20 เซนติเมตร ลูกแก้วจะตกลงบนบันไดขั้นที่เท่าใดในครั้งแรก
11. ในการแกว่งจุกยางมวล m ของชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลม ใช้นอตหนัก W พบว่าเมื่อแกว่งจุกยางจนทำให้นอตหยุดนิ่ง เส้นเชือกเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 11

ถ้าแกว่งจุกยางให้เร็วขึ้นจนทำให้นอตเคลื่อนที่ขึ้นจนหยุดนิ่ง เส้นเชือกจะเอียงทำมุม θ กับแนวระดับเหมือนเดิมหรือไม่ จงอธิบาย

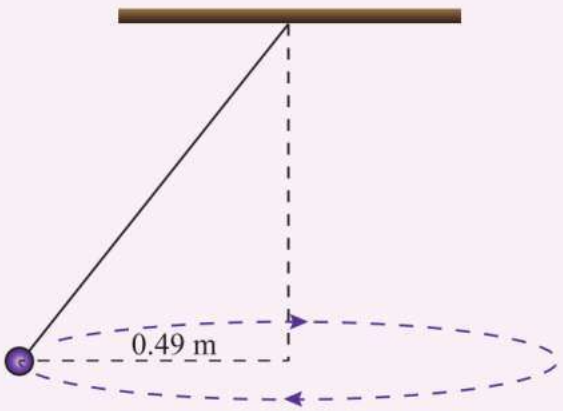
12. นักเรียนคนหนึ่งทำการทดลองการเคลื่อนที่แบบวงกลม โดยใช้เชือกผูกกับจุกยางแล้วแกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ น้ำหนักของจุกยางทำให้เส้นเชือกไม่อยู่ในแนวระดับและจุกยางอยู่ห่างจากท่อพีวีซี 0.8 เมตร ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 12

จุกยางแกว่งด้วยอัตราเร็วกี่เมตรต่อวินาที

13. ลูกกลมเหล็กมวล 0.4 กิโลกรัม ผูกไว้ด้วยเชือกเบา ปลายข้างหนึ่งตรึงไว้กับที่ แกว่งเชือกเพื่อให้ลูกเหล็กเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับรัศมี 0.49 เมตร โดยมีอัตราเร็วเชิงมุม 4.0 เรเดียนต่อวินาที ดังรูป

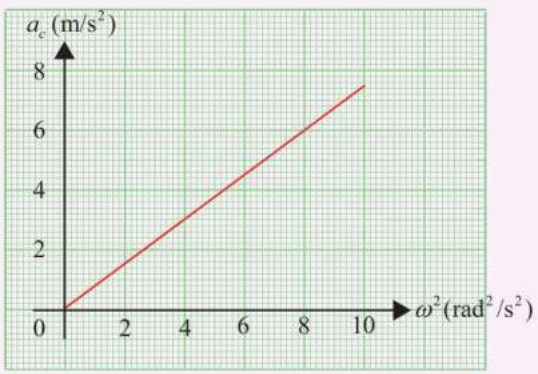


รูป ประกอบปัญหาข้อ 13

ขณะนั้นแรงดึงของเส้นเชือกมีค่าเท่าใด

14. ในการนั่งม้าหมุนในเทศกาลแห่งหนึ่ง ผู้โดยสารที่นั่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัวเป็นวงกลมรัศมี 5 เมตร และเคลื่อนที่ครบ 2 รอบในเวลา 20 วินาที ขนาดความเร่งสู่ศูนย์กลางของผู้โดยสารมีค่าเท่าใด (ตอบในเทอม π)

15. แกว่งจุกยางให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับ โดยมีรัศมีการเคลื่อนที่คงตัว เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดความเร่งสู่ศูนย์กลาง (a_c) กับอัตราเร็วเชิงมุมยกกำลังสอง (ω^2) ได้ดังรูป

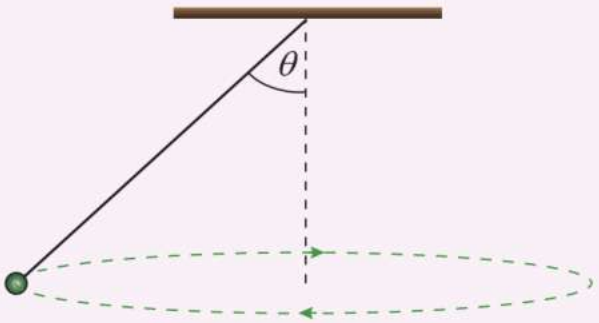


รูป ประกอบปัญหาข้อ 15

รัศมีการเคลื่อนที่มีค่าเท่าใด

16. ลูกตุ้มมวล m ถูกปล่อยจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ในขณะที่เชือกซึ่งยาว l เอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง เมื่อลูกตุ้มผ่านจุดต่ำสุด แรงดึงในเส้นเชือกมีค่าเท่าใด

17. ลูกกลมมวล 2 กิโลกรัม ผูกไว้ด้วยเชือกยาว 2 เมตร จัดให้ปลายข้างหนึ่งตรึงไว้กับที่ แกว่งเชือกเพื่อให้ลูกกลมเคลื่อนที่ในแนววงกลมในระนาบระดับ โดยเชือกเอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง ดังรูป



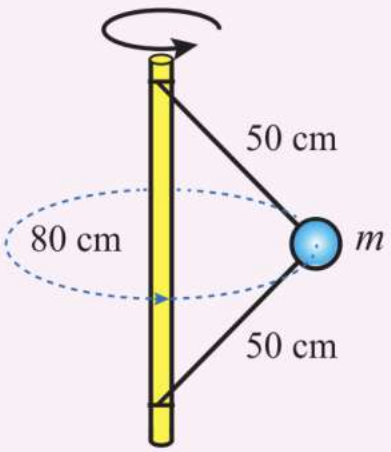
รูป ประกอบปัญหาข้อ 17

ถ้าอัตราเร็วเชิงมุมของลูกกลมเพิ่มขึ้นทีละน้อย และเส้นเชือกทนแรงดึงได้มากที่สุด 100 นิวตัน จงหา

ก. เส้นเชือกจะขาดเมื่อมุม θ มีค่ากี่องศา

ข. อัตราเร็วเชิงมุมขณะนั้นมีค่าเท่าใด

18. วัตถุมวล 300 กรัม โยงติดกับคานที่ตั้งอยู่ในแนวดิ่งด้วยเชือก 2 เส้น โดยที่คานหมุนรอบตัวเองทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับโดยมีความถี่คงตัว ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาทข้อ 18

ถ้าเชือกเส้นบนมีแรงดึง 20 นิวตัน จงหา

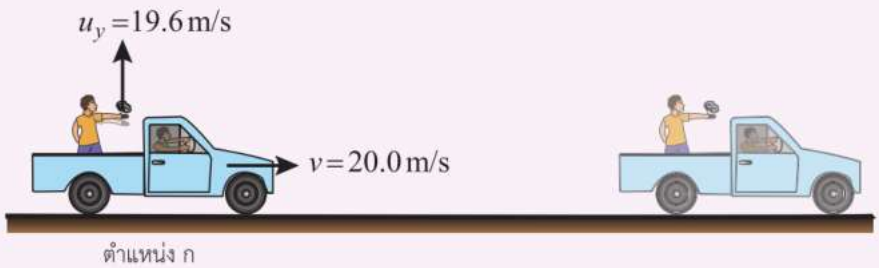
ก. แรงดึงของเชือกเส้นล่าง

ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

19. ถ้าแกว่งเชือกที่มีวัตถุก้อนหนึ่งผูกอยู่ที่ปลายให้เคลื่อนที่ในแนววงกลมในระนาบระดับ โดยแนวเส้นเชือกทำมุม θ กับแนวดิ่ง รัศมีของการเคลื่อนที่ในแนววงกลมเท่ากับ r และวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ v จงแสดงว่า $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ เมื่อ g คือความเร่งโน้มถ่วง
20. ขณะโลกหมุนรอบตัวเอง พบว่าวัตถุต่าง ๆ ที่อยู่บนผิวโลกเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 7.27×10^{-5} เรเดียนต่อวินาที โลกมีรัศมี 6.37×10^{6} เมตร ดาวเทียมสื่อสารดวงหนึ่งอยู่สูงจากผิวโลกเป็น 5 เท่าของรัศมีโลก ดาวเทียมดวงนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเชิงเส้นเท่าใด
21. ดาวเทียม A มวล m โคจรรอบโลก โดยมีรัศมี r ดาวเทียม B มวล $2m$ โคจรรอบโลก โดยมีรัศมี $2r$ อัตราส่วนระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้นของดาวเทียม A และ B มีค่าเท่าใด
22. ขณะที่ถนนแห้ง อัตราเร็วสูงสุดที่รถยนต์คันหนึ่งจะแล่นเลี้ยวโค้งที่ถนนแห่งหนึ่งอย่างปลอดภัยมีค่า 18 เมตรต่อวินาที ถ้าแรงเสียดทานสถิตสูงสุดขณะรถคันนี้แล่นเลี้ยวโค้งตอนถนนเปียกมีค่าเพียงหนึ่งในสามของแรงเสียดทานสถิตสูงสุดขณะถนนแห้ง เมื่อถนนเปียก รถคันนี้ควรใช้อัตราเร็วขณะแล่นเลี้ยวโค้งไม่เกินเท่าใด

ปัญหาท้าทาย

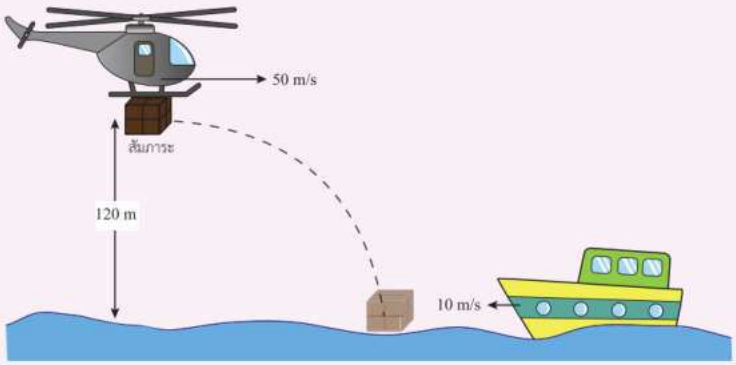
23. รถคันหนึ่งวิ่งในแนวตรงด้วยอัตราเร็วคงตัว 20.0 เมตรต่อวินาที เมื่อถึงตำแหน่ง ก คนในรถโยนก้อนหินขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็ว 19.6 เมตรต่อวินาที ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 23

ขณะที่ก้อนหินตกกลับมาถึงมือคนโยน รถอยู่ห่างจากตำแหน่ง ก เป็นระยะทางเท่าใด

24. เฮลิคอปเตอร์ลำหนึ่งบินในแนวระดับด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อวินาที และบินที่ความสูงจากผิวน้ำทะเล 120 เมตร เมื่อนักบินเห็นเรือบรรทุกสัมภาระที่แล่นสวนทางมาด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที จึงตัดสินใจปล่อยสัมภาระลงไป ดังรูป

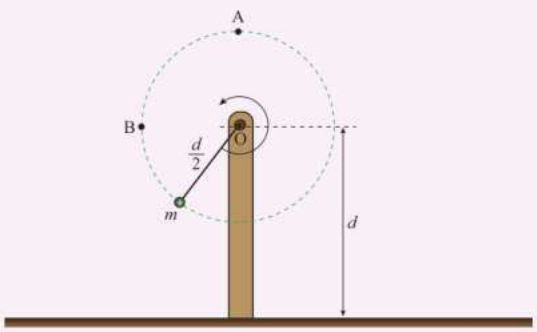


รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 24

ถ้าสัมภาระจากเฮลิคอปเตอร์ลงเรือพอดี ต้องปล่อยสัมภาระเมื่อเฮลิคอปเตอร์ห่างเรือในแนวระดับเป็นระยะทางเท่าใด

25. นักกีฬาทุ่มน้ำหนักทุ่มลูกเหล็กออกไป ปรากฏว่าเมื่อลูกเหล็กขึ้นไปได้สูงสุด ขนาดความเร็วในแนวระดับมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของขนาดความเร็วขณะที่ลูกเหล็กอยู่สูงจากพื้นเป็นครึ่งหนึ่งของการกระจัดสูงสุด มุมระหว่างทิศทางของความเร็วต้นกับแนวระดับจะมีค่ากี่องศา

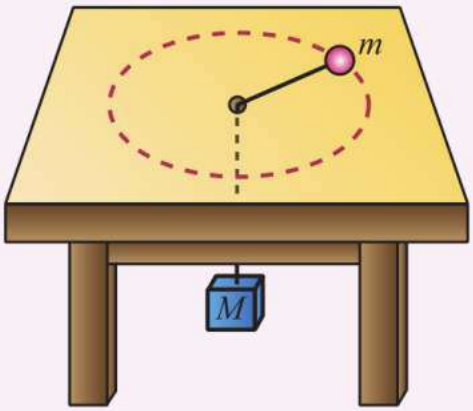
26. วัตถุมวล m ผูกด้วยเชือกเบาถูกทำให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่งด้วยอัตราเร็วคงตัว $\sqrt{3dg}$ และมีรัศมี $\frac{d}{2}$ โดย O เป็นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ ซึ่งอยู่สูงจากพื้น d ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 26

ถ้าเชือกขาดขณะวัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุจะตกถึงพื้นห่างจากจุด O ในแนวระดับมากกว่ากรณีเชือกขาดขณะวัตถุรูปที่ตำแหน่ง B เท่าใด ในเทอม d

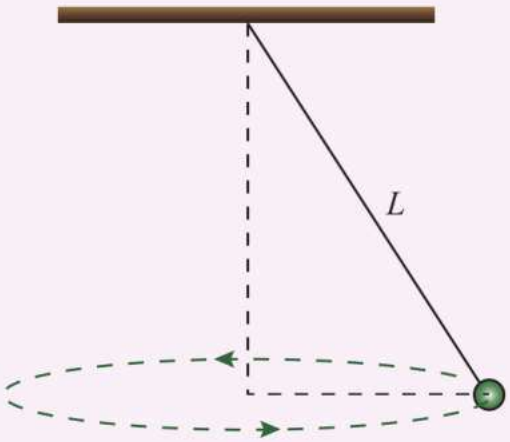
27. มวล m ผูกกับเชือกเบาวางบนโต๊ะลื่นตรงกลางโต๊ะเจาะรู เอาเชือกคล้องผ่านรูแล้วไปผูกกับมวล M ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 27

เมื่อมวล m เคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว 9.8 เมตรต่อวินาที โดย M มีมวลเป็น 49 เท่าของ m ถ้ามวล M ไม่เคลื่อนที่ขึ้นลง รัศมีการเคลื่อนที่ของมวล m มีค่าเท่าใด

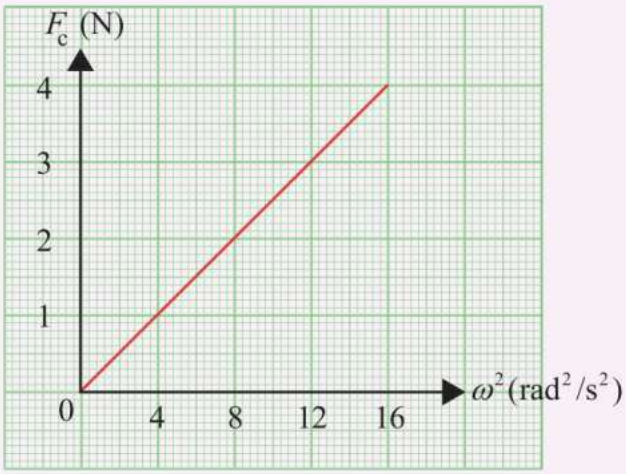
28. เชือกเส้นหนึ่งยาว L ผูกวัตถุแล้วแกว่งวัตถุให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว ω ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 28

มุมที่เส้นเชือกเอียงทำมุมกับแนวดิ่งมีค่าเท่าใด ตอบในเทอมของ L, ω และ g

29. วัตถุมวล 0.10 กิโลกรัม เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบระดับด้วยอัตราเร็วและรัศมีการเคลื่อนที่คงตัว เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดแรงสู่ศูนย์กลาง (F_c) กับอัตราเร็วเชิงมุมยกกำลังสอง (ω^2) ได้ดังรูป

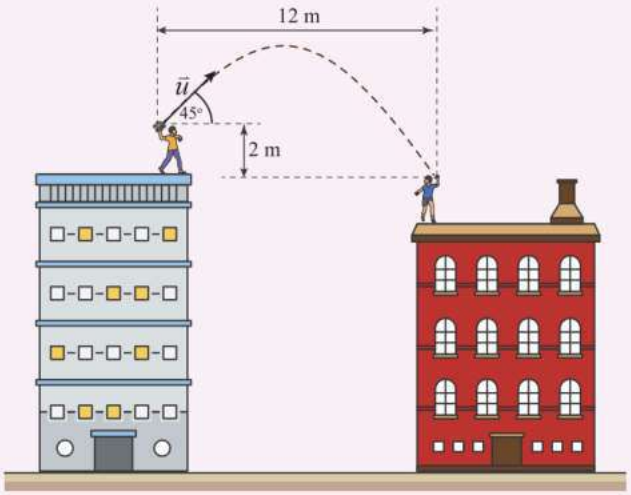


รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 29

รัศมีการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้มีค่าเท่าใด

30. รถยนต์มวล 900 กิโลกรัม วิ่งมาตามถนนตรงในแนวระดับด้วยอัตราเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ได้ลดอัตราเร็วอย่างสม่ำเสมอก่อนถึงทางโค้งราบเป็นเวลา 3.0 วินาที ในระยะทาง 45 เมตร จึงวิ่งได้อย่างปลอดภัย ถ้าทางโค้งราบนั้นมีรัศมีความโค้ง 150 เมตร แรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนนในแนวรัศมีความโค้งขณะที่รถยนต์วิ่งบนทางโค้งเป็นเท่าใด
31. ในการแข่งขันรถจักรยานยนต์บนทางราบ ขณะที่ผู้เข้าแข่งขันเข้าสู่ทางโค้งที่มีรัศมีความโค้งค่าหนึ่ง พบว่า คนแข่งคนที่ 1 เอียงรถทำมุม θ_1 กับแนวดิ่ง คนแข่งคนที่ 2 เอียงรถทำมุม θ_2 กับแนวดิ่ง ถ้าอัตราเร็วของรถคันที่ 1 เท่ากับ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อัตราเร็วของรถคันที่ 2 เป็นกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง (กำหนด $\tan\theta_1 = \frac{3}{4}$ และ $\tan\theta_2 = \frac{4}{3}$)
32. ถนนโค้งราบเส้นหนึ่งมีรัศมีความโค้ง 250 เมตร เมื่อพื้นถนนแห้ง อัตราเร็วสูงสุดของรถที่เลี้ยวโค้งปลอดภัยคือ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในวันที่ฝนตก อัตราเร็วสูงสุดของรถเพื่อเลี้ยวโค้งได้ปลอดภัยคือ 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างล้อรถกับพื้นถนนขณะฝนตกเป็นร้อยละเท่าใดของค่าปกติ (ถนนแห้ง)

33. ชายคนหนึ่งต้องการโยนกล่องพัสดุข้ามตึกไปให้เพื่อนที่อยู่ตึกข้าง ๆ ที่อยู่ห่างกัน 12.0 เมตร และจุดที่รับอยู่ต่ำกว่าจุดที่โยน 2.0 เมตร เขาโยนกล่องพัสดุทำมุม 45 องศา กับแนวระดับ ดังรูป



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 33

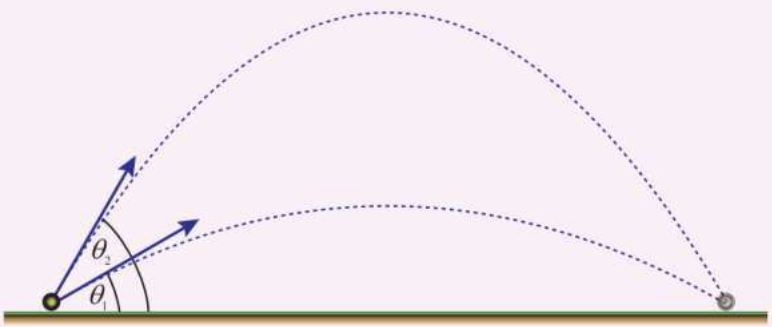
จงหา

ก. กล่องพัสดุใช้เวลาในการเคลื่อนที่เท่าใด

ข. เขาจะต้องโยนกล่องพัสดุด้วยอัตราเร็วเท่าใด

ค. กล่องพัสดุตกถึงผู้รับด้วยความเร็วเท่าใด

34. การยิงวัตถุสองครั้ง ด้วยอัตราเร็วต้นเท่ากัน ครั้งแรกยิงด้วยมุมเงย θ_1 ครั้งที่สองยิงด้วยมุมเงย θ_2 เมื่อ $\theta_1 < \theta_2$ และ $\theta_1 + \theta_2 = 90°$ จงพิสูจน์ว่าขณะที่วัตถุตกถึงระดับเดิมในการยิงแต่ละครั้ง ขนาดการกระจัดมีค่าเท่ากัน



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 34

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

1. พื้นฐานทั่วไปทางคณิตศาสตร์

1.1 เศษส่วน ทศนิยม ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์

1.2 อัตราส่วน อัตรา สัดส่วน

1.3 การแปรผันและสมการ

2. พีชคณิต

2.1 เลขชี้กำลัง

2.2 การแก้สมการ

2.3 สมการกำลังสอง

2.4 สมการเชิงเส้น

3. เรขาคณิตและตรีโกณมิติ

3.1 การหาความยาวระหว่างจุดสองจุดในระบบพิกัดฉาก

3.2 ข้อมูลรูปทรงทางเรขาคณิต

3.3 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3.4 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. พื้นฐานทั่วไปทางคณิตศาสตร์

1.1 เศษส่วน ทศนิยม ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์

เศษส่วน (fraction) ในทางเลขคณิต หมายถึง จำนวนที่อยู่ในรูป $\frac{A}{B}$ โดยที่ $B \neq 0$ เรียก A ว่า ตัวเศษ เรียก B ว่า ตัวส่วน เช่น $\frac{2}{5}, \frac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$ ในทางพีชคณิต ตัวเศษและตัวส่วนอาจเป็นตัวแปรหรือตัวไม่รู้ค่า (unknown) เช่น $\frac{x}{2}, \frac{1}{f}$ เราอาจแสดงเศษส่วนในรูปทศนิยม (decimal) โดยหารตัวเศษด้วยตัวส่วน หรือแสดงในรูปร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ (percent) โดยการคูณด้วย 100% เช่น $\frac{1}{4}$ ในรูปทศนิยมเขียนได้ดังนี้ $\frac{1}{4} = 0.25$ และในรูปเปอร์เซ็นต์ เขียนได้ดังนี้ $0.25 \times 100\% = 25\ \%$

1.2 อัตราส่วน อัตรา สัดส่วน

อัตราส่วน (ratio) เป็นการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณโดยการหาร ซึ่งจะเขียนเหมือนเศษส่วน

อัตรา (rate) เป็นอัตราส่วนระหว่างปริมาณสองปริมาณที่มีหน่วยต่างกัน เช่น $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$ โดยที่ระยะทางมีหน่วย เมตร (m) และเวลามีหน่วย วินาที (s) ในฟิสิกส์ ปริมาณที่เป็นตัวส่วน มักเป็น เวลา

สัดส่วน (proportion) เป็นสมการหรือข้อความที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน เช่น $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ บางสัดส่วนอาจมีตัวไม่รู้ค่า เช่น $\frac{4}{x} = \frac{2}{3}, \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$

1.3 การแปรผันและสมการ

ในการค้นหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์ จะพบว่าเมื่อปริมาณหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงจะส่งผลถึงปริมาณอื่น ปัญหาสำคัญประการหนึ่ง ก็คือ การหาว่าปริมาณต่างๆ เหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

นักวิทยาศาสตร์พบว่า เมื่อให้ความต่างศักย์ระหว่างปลายของลวดตัวนำ จะเกิดกระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำนั้น ถ้าเพิ่มความต่างศักย์เป็นสองเท่า กระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำจะเป็นสองเท่า และถ้าเพิ่มความต่างศักย์เป็นสามเท่า กระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำก็จะเป็นสามเท่า จึงกล่าวได้ว่า กระแสไฟฟ้าแปรผันกับความต่างศักย์ เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้ดังนี้ $I \propto V$ โดย I คือกระแสไฟฟ้า V คือความต่างศักย์ และ $\propto$ มีความหมายว่า “แปรผันกับ (is proportional to)”

การที่ปริมาณสองปริมาณมีความสัมพันธ์ในลักษณะที่เมื่อปริมาณหนึ่งเพิ่ม ทำให้อีกปริมาณหนึ่งเพิ่มขึ้นอย่างได้สัดส่วนกัน เรียกว่า การแปรผันตรง (direct proportion)

บางครั้ง ปริมาณสองปริมาณอาจมีความสัมพันธ์ในลักษณะที่เมื่อปริมาณหนึ่งเพิ่ม ทำให้อีกปริมาณหนึ่งลดลงอย่างได้สัดส่วนกัน เรียกว่า การแปรผันกลับ (inverse proportion) เช่น นักวิทยาศาสตร์พบว่าเมื่อเพิ่มความดันให้แก๊สจำนวนหนึ่ง แก๊สจะมีปริมาตรลดลง ถ้าเพิ่มความดันเป็นสองเท่า ปริมาตรลดลงเหลือ $\frac{1}{2}$ และถ้าเพิ่มความดันเป็นสามเท่า ปริมาตรลดลงเหลือ $\frac{1}{3}$ จึงกล่าวได้ว่า ความดันของแก๊สแปรผันกับส่วนกลับของปริมาตร เขียนในรูปสัญลักษณ์ ได้ดังนี้ $P \propto \frac{1}{V}$ โดย P คือความดัน V คือปริมาตร และ $\propto$ มีความหมายว่า “แปรผันกับ” ซึ่งในกรณีนี้ กล่าวได้ว่า P แปรผันกับ $\frac{1}{V}$ หรือ P แปรผันกลับกับ V

ขั้นตอนต่อไปคือเปลี่ยน การแปรผัน (proportionality) เป็นสมการ (equation) (หรือเปลี่ยน $\propto$ เป็น =) ซึ่งทำได้โดยการใส่ ค่าคงตัวการแปรผัน (proportionality constant) k ดังนี้

จาก $I \propto V$ จะได้ $I = kV$ (1)

และ $P \propto \frac{1}{V}$ จะได้ $P = \frac{k}{V}$ (2)

นอกจากนี้ยังมีการแปรผันอื่น เช่น $T \propto \sqrt{l}$, $F \propto \frac{1}{r^2}$, $F \propto a$, $W \propto g$ ซึ่งจะทราบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ (1) (2) และอื่น ๆ เมื่อศึกษาในรายวิชาเพิ่มเติม ฟิสิกส์

การหาความสัมพันธ์ของปริมาณในรูปแบบของสมการ จะทำให้เราสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองในเชิงปริมาณ (quantitative) หรือเชิงตัวเลขได้ ซึ่งนำไปสู่การทำนายการเปลี่ยนแปลงทางกายภาพของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้

2. พีชคณิต

2.1 เลขชี้กำลัง

เลขชี้กำลัง (exponent) หมายถึง ตัวเลขหรือสัญลักษณ์ที่เขียนไว้ด้านบนขวาของจำนวนหรือนิพจน์ใด ๆ เช่น $5^3, 9^{\frac{1}{2}}, 4^a$ และ $(x+1)^2$ มี 3 , $\frac{1}{2}$, a และ 2 เป็นเลขชี้กำลัง ตามลำดับ ส่วนจำนวนหรือนิพจน์ 5, 9, 4 และ $x+1$ เรียกว่า ฐานเลขชี้กำลังจะบอกให้ทราบว่า จะต้องคูณจำนวนหรือนิพจน์ (ฐาน) กี่ครั้ง เช่น a^3 หมายถึง $a \times a \times a$ หรือ $a \cdot a \cdot a$

สมบัติของเลขชี้กำลัง

สำหรับ a ไม่เท่ากับศูนย์ และ p เป็นจำนวนเต็มใดๆ จะได้

$$a^0 = 1,\ a^1 = a,\ \frac{1}{a^p} = a^{-p}$$

สำหรับ a และ b เป็นจำนวนเต็มและไม่เท่ากับศูนย์ r , s และ t เป็นจำนวนเต็ม จะได้

$$a^r a^s = a^{r+s}, (a^r)^s = a^{rs},\ \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s},\ (ab)^r = a^r b^r,\ (a^r b^s)^t = a^{rt} b^{st}$$

2.2 การแก้สมการ

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ในฟิสิกส์ มักอยู่ในรูปสมการที่มีสัญลักษณ์แทนปริมาณเหล่านั้น และมีเครื่องหมาย = ซึ่งบอกให้ทราบว่าปริมาณทั้งหลายที่อยู่ข้างซ้ายและข้างขวาของ = มีค่าเท่ากัน เช่น $\rho = \frac{m}{V}$, $v = \frac{s}{t}$, $v^2 = u^2 + 2as$, $v = 2\pi rf$, $F = ma$ และ $E = mc^2$ ในวิชาพีชคณิตนิยมใช้สัญลักษณ์ x y และ z แทนปริมาณที่ไม่ทราบค่าหรือ**ตัวไม่รู้ค่า** (unknown) เราต้องแก้สมการเพื่อหาค่าของปริมาณหรือตัวไม่รู้ค่านั้น

การแก้สมการที่มีตัวไม่รู้ค่า 1 ตัว

ในการแก้สมการที่มีตัวไม่รู้ค่า 1 ตัว เช่น $2x + 5 = 8$ ให้จัดกระทำกับสมการโดยอาศัยหลักการ ได้แก่ (1) การบวกหรือลบด้วยตัวเลขหรือสัญลักษณ์ (2) การคูณหรือหารด้วยตัวเลขหรือสัญลักษณ์ และ (3) การยกกำลังหรือใส่รากด้วยตัวเลขหรือสัญลักษณ์ **การจัดกระทำดังกล่าวต้องทำทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ทั้งสองข้างของสมการยังคงเท่ากัน**จนกระทั่งได้ ตัวไม่รู้ค่า อยู่ข้างซ้ายของ = ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง จงหา x จากสมการ ก. $x+6 = 2$ ข. $4x = 12$ ค. $\frac{x}{2} = 5$

วิธีทำ ก. ลบทั้งสองข้างด้วย 6

$$x+6-6 = 2-6$$
$$x = -4$$

ข. หารทั้งสองข้างด้วย 4

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$
$$x = 3$$

ค. คูณทั้งสองข้างด้วย 2

$$\frac{x}{2}\times 2 = 5\times 2$$
$$x = 10$$

การแก้สมการ (กำลังหนึ่ง) ที่มีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว

ในการแก้สมการที่มีตัวไม่รู้ค่า 1 ตัว ต้องการเพียง 1 สมการ แต่การแก้สมการ (กำลังหนึ่ง) ที่มีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว ต้องใช้ 2 สมการ โดยมีขั้นตอนดังนี้ (1) เลือกสมการใดสมการหนึ่ง แล้วหา x ในเทอมของ y (หรือหา y ในเทอมของ x) (2) นำ x ไปแทนในอีกสมการหนึ่ง จะได้ค่าของ y (3) นำค่าของ y ไปแทนในอีกสมการหนึ่ง จะได้ค่าของ x ในการจัดกระทำกับขั้นตอนแต่ละขั้น ใช้หลักการเดียวกับการแก้สมการที่มีตัวไม่รู้ค่า 1 ตัว ดังตัวอย่าง

[หมายเหตุ การแก้สมการในตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นวิธีการหนึ่ง ยังมีวิธีการอื่น ซึ่งให้ผลเหมือนกัน]

ตัวอย่าง จงหา x และ y ในสมการ ก. $x-2y=4$ และ สมการ ข. $3x+y=5$

วิธีทำ ขั้นที่ (1) เลือกสมการ ก. เพื่อหา x ในเทอมของ y [หรือเลือกสมการ ข. เพื่อหา y ในเทอมของ x ก็ได้]

$$x-2y = 4$$
$$x = 4+2y \qquad \text{[บวกทั้งสองข้างด้วย 2y]}$$

ขั้นที่ (2) นำ $x = 4+2y$ ไปแทนในสมการ ข. จะได้

$$3(4+2y)+y = 5$$
$$12+6y+y = 5$$
$$12+7y = 5$$
$$7y = -7 \qquad \text{[ลบทั้งสองข้างด้วย 12]}$$
$$y = -1 \qquad \text{[หารทั้งสองข้างด้วย 7]}$$

ขั้นที่ (3) $y=-1$ นำ ไปแทนในสมการ $x=2y+4$ จะได้ $x = 2(-1)+4 = 2$

คำตอบ $x=2$ และ $y=-1$

การตรวจคำตอบ โดยการนำคำตอบที่หาได้ไปแทนในสมการทั้งสองในโจทย์ ดังนี้

จากสมการ ก. $x-2y = 4$

$2-2(-1) = 4$ [แทน $x=2$ และ $y=-1$]

$2+2 = 4$

$4 = 4$ [สองข้างของ = มีค่าเท่ากัน]

และสมการ ข. $3x+y = 5$

$3(2)+(-1) = 5$ [แทน $x=2$ และ $y=-1$]

$6-1 = 5$

$5 = 5$ [สองข้างของ = มีค่าเท่ากัน]

จะเห็นว่า สองข้างของ = มีค่าเท่ากัน แสดงว่า $x=2$ และ $y=-1$ ถูกต้อง

2.3 สมการกำลังสอง

สมการกำลังสอง (quadratic equation) อยู่ในรูป $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ x เป็นตัวไม่รู้ค่า a, b และ c เป็นตัวคงค่า โดยที่ $a \neq 0$

รากของสมการกำลังสองคือ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ถ้า $b^2-4ac \geq 0$ รากจะเป็นจำนวนจริง 2 ค่า

ตัวอย่าง จงหา x จากสมการ $x^2+3x+2 = 0$

วิธีทำ รากของสมการคือ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

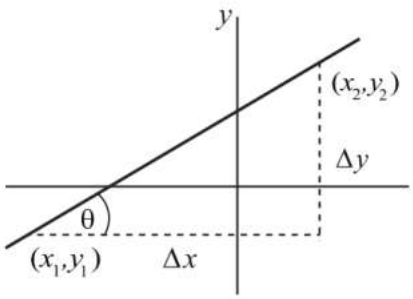
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{-3+1}{2} = -1 \text{ และ } x = \frac{-3-1}{2} = -2$$

$$x = -1, -2$$

2.4 สมการเชิงเส้น

สมการเชิงเส้น (linear equation) หรือสมการเส้นตรง มีรูปแบบดังนี้ $y = mx + b$ โดยที่ m และ b เป็นตัวคงค่า สมการนี้เป็นเชิงเส้นเพราะเมื่อเขียนกราฟของ y และ x จะได้กราฟเป็นเส้นตรง ดังรูป ก. 1



รูป ก. 1

ตัวคงค่า b เรียกว่า ระยะตัดแกน y (y-intercept) เป็นค่าของ y ที่เส้นตรงตัดกับแกน y

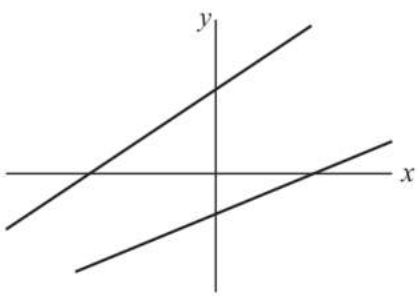
ตัวคงค่า m เท่ากับ ความชัน (slope, gradient) ของเส้นตรง และเท่ากับ tan ของมุมที่เส้นตรงทำกับแกน x (ในกรณีแกนทั้งสองใช้สเกลเดียวกัน)

ถ้า (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) เป็นจุดสองจุดบนเส้นตรง ดังรูป ก. 1 ความชันของเส้นตรงมีค่าดังนี้

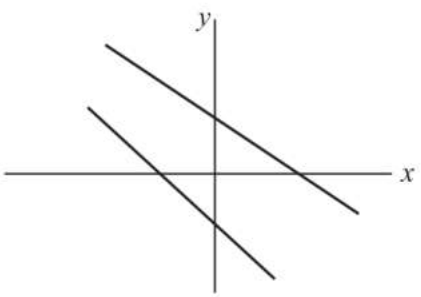
$$\text{ความชัน} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\theta$$

ถ้า $m > 0$ เส้นตรงมีความชันเป็นบวก ดังรูป ก. 2 ถ้า $m < 0$ เส้นตรงมีความชันเป็นลบ ดังรูป ก. 3

สังเกตว่า m และ b มีค่าได้ทั้งบวกและลบ



รูป ก. 2 $m > 0$

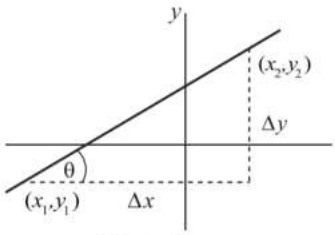


รูป ก. 3 $m < 0$

3. เรขาคณิตและตรีโกณมิติ

3.1 การหาความยาวระหว่างจุดสองจุดในระบบพิกัดฉาก

ความยาวระหว่างจุดสองจุดที่มีพิกัด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) หาได้จาก $s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



รูป ก. 4

3.2 ข้อมูลรูปทรงทางเรขาคณิต

ข้อมูลเกี่ยวกับรูปทรงทางเรขาคณิต ได้แก่ เส้นรอบรูป พื้นที่ พื้นที่ผิวและปริมาตร แสดงในตาราง ก. 1

ตาราง ก. 1 ข้อมูลรูปทรงทางเรขาคณิต

รูปทรง	เส้นรอบรูป	พื้นที่	พื้นที่ผิว	ปริมาตร
วงกลม รัศมี r	$2\pi r$	πr^2		
จัตุรัส ความยาวด้าน a	$4a$	a^2		
สี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว l กว้าง w	$2l + 2w$	lw		
สามเหลี่ยม ฐาน a สูง h		$\frac{1}{2}ah$		
ทรงกระบอก รัศมี r สูง h			$2\pi rh + 2\pi r^2$	$\pi r^2 h$
ทรงกลม รัศมี r			$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ลูกบาศก์ ความยาวด้าน a			$6a^2$	a^3

3.3 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

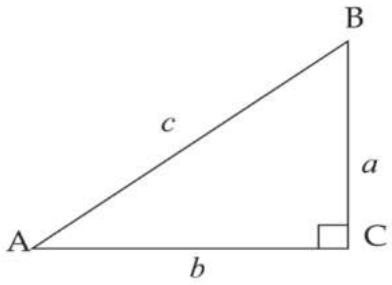
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem) เป็นทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก กล่าวว่า ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ ผลรวมของพื้นที่จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับพื้นที่ของจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ถ้า a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

และ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังรูป ก. 5

จะเขียนทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในรูปสมการได้ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{หรือ} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



รูป ก. 5

ตัวอย่าง จงหาความยาว c ของด้าน AB ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ในรูป ก. 5 เมื่อ $a = 3$ cm และ $b = 4$ cm

วิธีทำ ความยาวของด้าน $AC = b = 4$ cm

ความยาวของด้าน $BC = a = 3$ cm

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{(3\,\text{cm})^2 + (4\,\text{cm})^2} = \sqrt{9\,\text{cm}^2 + 16\,\text{cm}^2} = \sqrt{25\,\text{cm}^2}$$

$$= 5 \text{ cm}$$

3.4 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นอัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านสองด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ได้แก่ sine (sin), cosine (cos), tangent (tan), cosecant (csc), secant (sec) และ cotangent (cot) แต่ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ใช้บ่อย ได้แก่ sin cos และ tan

พิจารณา สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี C เป็นมุมฉาก

a เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม θ

b เป็นความยาวของด้านประชิดมุม θ

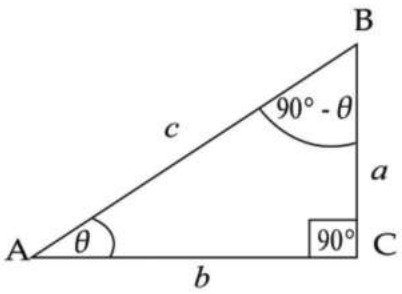
c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม θ ถูกกำหนดดังนี้

$$\sin\theta = \frac{a}{c} \qquad \csc\theta = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c} \qquad \sec\theta = \frac{c}{b} = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b} \qquad \cot\theta = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan\theta}$$



รูป ก. 6

จากสามเหลี่ยมมุมฉาก ในรูป ก. 6 จะได้

$\sin\theta = \cos(90^\circ - \theta)$, $\cos\theta = \sin(90^\circ - \theta)$, $\tan\theta = \cot(90^\circ - \theta)$, $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $c^2 = a^2 + b^2$ สามารถพิสูจน์ได้ว่า

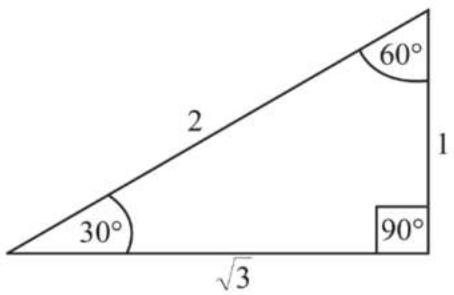
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$, $\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$

ความสัมพันธ์อื่น ๆ ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

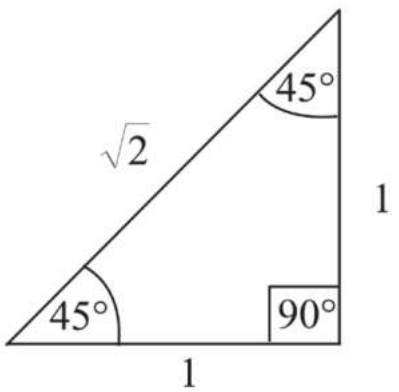
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$
$\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$	$\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่พบบ่อย

สามเหลี่ยมมุมฉากที่พบบ่อยคือสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ และ $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ สามเหลี่ยมทั้งสองมีความยาวของด้านทั้งสามดังรูป ก. 7 และ ก. 8 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ มีค่าดังตาราง ก. 2 [ถ้าจำได้ จะช่วยแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ได้เร็วขึ้น]

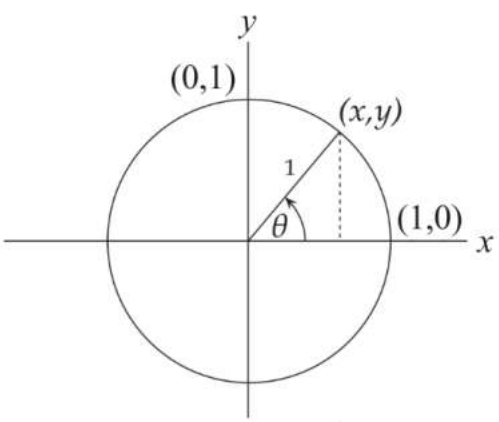


รูป ก. 7 สามเหลี่ยมมุมฉาก 30°-60°-90°



รูป ก. 8 สามเหลี่ยมมุมฉาก 45°-45°-90°

ส่วนฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมอื่น ๆ ที่พบบ่อย เช่น 90°, 120°, 180° หาได้จากค่าของ x, y บนส่วนโค้งของวงกลมรัศมีหนึ่งหน่วย ดังรูป ก. 9 โดย $\sin\theta = y$, $\cos\theta = x$ และ $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ เช่น ที่ $\theta = 90^\circ$ $x = 0$, $y = 1$ ได้ $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$ และ $\tan 90^\circ = \infty$



รูป ก. 9 วงกลมรัศมีหนึ่งหน่วย

ตาราง ก. 2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่พบบ่อย

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	มุม								
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	0	∞	0

การใช้งานฟังก์ชันตรีโกณมิติในฟิสิกส์ระดับนี้ อาจแบ่งได้ 3 กรณี

1. การหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีมุมไม่ตรงกับมุมในตาราง ก. 2 ซึ่งสามารถหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ ได้จาก ภาคผนวก ค ตารางฟังชันตรีโกณมิติ เช่น $\sin 23^\circ, \cos 47^\circ, \tan 62^\circ$ จะได้ $\sin 23^\circ = 0.3907, \cos 47^\circ = 0.6820, \tan 62^\circ = 1.8807$ ตามลำดับ

2. การหามุมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น การหา ϕ ของ $\tan\phi = 1.3519$ สามารถหาค่าได้จากภาคผนวก ค ตารางฟังชันตรีโกณมิติ จะได้ $\phi = 53.5^\circ$

3. การหามุมของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่อยู่ในเทอมของตัวแปร เช่น $\sin\theta = \frac{a}{\omega^2 L}$ อาจแสดงค่าของมุมได้ 2 แบบ ดังนี้ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{a}{\omega^2 L}\right)$ หรือ $\theta = \arcsin\left(\frac{a}{\omega^2 L}\right)$

ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ

สมมติสามเหลี่ยมใด ๆ มี α, β และ γ เป็นมุมภายใน และมี a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม α, β และ γ ตามลำดับ ดังรูป ก. 10 ด้านและมุมภายในของสามเหลี่ยมมีความสัมพันธ์กันดังนี้

กฎของไซน์ (law of sines)

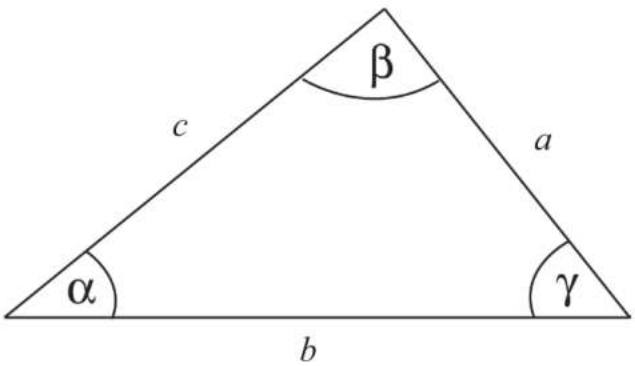
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

กฎของโคไซน์ (law of cosines)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$



รูป ก. 10

ภาคผนวก ข ระบบหน่วยระหว่างชาติ

ระบบหน่วยระหว่างชาติ (The International System of Units **หรือ** Le Système international d'unités) หรือเอสไอ ประกอบด้วย หน่วยฐาน หน่วยอนุพัทธ์ และคำนำหน้าหน่วย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. หน่วยฐาน (base units) เป็นหน่วยหลักของเอสไอ มีทั้งหมด 7 หน่วย ดังตาราง ข. 1

ตาราง ข. 1 ชื่อและสัญลักษณ์ของของหน่วยฐาน

หน่วยฐาน	ศัพท์บัญญัติ	สัญลักษณ์	ปริมาณฐาน
meter	เมตร	m	ความยาว
kilogram	กิโลกรัม	kg	มวล
second	วินาที	s	เวลา
ampere	แอมแปร์	A	กระแสไฟฟ้า
kelvin	เคลวิน	K	อุณหภูมิอุณพลวัติ
mole	โมล	mol	ปริมาณของสาร
candela	แคนเดลา	cd	ความเข้มของการส่องสว่าง

2. หน่วยอนุพัทธ์ (derived units)

หน่วยอนุพัทธ์เป็นหน่วยที่มีหน่วยฐานหลายหน่วยมาเกี่ยวเนื่องกัน หน่วยอนุพัทธ์มีหลายหน่วยซึ่งมีชื่อและสัญลักษณ์ที่กำหนดขึ้นโดยเฉพาะ ดังตาราง ข. 2

ตาราง ข. 2 ชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยอนุพัทธ์

ปริมาณอนุพัทธ์	หน่วยอนุพัทธ์				
	ชื่อหน่วย	ศัพท์บัญญัติ	สัญลักษณ์	ในเทอมของเอสไออื่น	ในเทอมของหน่วยฐาน
ความถี่	เฮิรตซ์	hertz	Hz	-	s^{-1}
แรง	นิวตัน	newton	N	-	$m\ kg\ s^{-2}$
ความดัน	พาสคัล	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1}\ kg\ s^{-2}$
พลังงาน งาน ปริมาณความร้อน	จูล	joule	J	N m	$m^2\ kg\ s^{-2}$
กำลัง ฟลักซ์การแผ่รังสี	วัตต์	watt	W	J/s	$m^2\ kg\ s^{-3}$
ประจุไฟฟ้า ปริมาณไฟฟ้า	คูลอมบ์	coulomb	C	-	s A

ตาราง ข. 2 ชื่อและสัญลักษณ์ของหน่วยอนุพัทธ์ (ต่อ)

ปริมาณอนุพัทธ์	หน่วยอนุพัทธ์				
	ชื่อหน่วย	ศัพท์บัญญัติ	สัญลักษณ์	ในเทอมของเอสไออื่น	ในเทอมของหน่วยฐาน
ศักย์ไฟฟ้า ความต่างศักย์ อีเอ็มเอฟเหนี่ยวนำ	โวลต์	volt	V	W/A	$m^2\ kg\ s^{-3}A^{-1}$
ความจุ	ฟารัด	farad	F	C/V	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^4A^2$
ความต้านทาน	โอห์ม	ohm	Ω	V/ A	$m^2\ kg\ s^{-3}A^{-2}$
ความนำ	ซีเมนส์	siemens	S	A/V	$m^{-2}kg^{-1}\ s^3\ A^2$
ฟลักซ์แม่เหล็ก	เวเบอร์	weber	Wb	V s	$m^2\ kg\ s^{-2}A^{-1}$
ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	เทสลา	tesla	T	Wb/m^2	$kg\ s^{-2}A^{-1}$
ความเหนี่ยวนำ	เฮนรี	henry	H	Wb/A	$m^2\ kg\ s^{-2}A^{-2}$
ฟลักซ์ส่องสว่าง	ลูเมน	lumen	lm	cd sr	cd
ความสว่าง	ลักซ์	lux	lx	lm/m^2	$m^{-2}cd$
กัมมันตภาพ	เบ็กเคอเรล	becquerel	Bq	-	s^{-1}
ขนาดกำหนดขอกัมมันตภาพรังสี	ซีเวิร์ต	sievert	Sv	J/kg	$m^2\ s^{-2}$
ขนาดกำหนดของการดูดกลืนของรังสีที่ทำให้แตกตัวเป็นไอออน	เกรย์	gray	Gy	J/kg	$m^2\ s^{-2}$
มุมระนาบ	เรเดียน	radian	rad	-	m/m
มุมตัน	สตีเรเดียน	steradian	sr	-	m^2/m^2

3. คำนำหน้าหน่วย (prefixes)

เมื่อค่าในหน่วยฐานหรือหน่วยอนุพัทธ์มากหรือน้อยเกินไป เราสามารถเขียนค่านั้นเป็นตัวเลขคูณด้วยตัวคูณ (เลขสิบยกกำลังบวกหรือลบ) ได้ เช่น 0.000005 แอมแปร์ เขียนเป็น 5×10^{-6} แอมแปร์ หรือ 6000000 วัตต์ เขียนเป็น 6×10^6 วัตต์ ตัวคูณ 10^{-6} และ 10^6 ให้เขียนแทนด้วยคำนำหน้าหน่วย ไมโครและเมกะ กำกับไว้หน้าแอมแปร์และวัตต์ ตามลำดับ คำนำหน้าหน่วยที่ใช้แทนตัวคูณและสัญลักษณ์แสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง ข. 3 คำนำหน้าหน่วยและสัญลักษณ์

ตัวคูณ	คำนำหน้าหน่วย		สัญลักษณ์
	ชื่อ	ศัพท์บัญญัติ	
10^{-24}	yocto	ยอคโต	y
10^{-21}	zepto	เซพโต	z
10^{-18}	atto	อัตโต	a
10^{-15}	femto	เฟมโต	f
10^{-12}	pico	พิโก	p
10^{-9}	nano	นาโน	n
10^{-6}	micro	ไมโคร	μ
10^{-3}	milli	มิลลิ	m
10^{-2}	centi	เซนติ	c
10^{-1}	deci	เดซิ	d

ตัวคูณ	คำนำหน้าหน่วย		สัญลักษณ์
	ชื่อ	ศัพท์บัญญัติ	
10^{1}	deca	เดคา	da
10^{2}	hecto	เฮกโต	h
10^{3}	kilo	กิโล	k
10^{6}	mega	เมกะ	M
10^{9}	giga	จิกะ	G
10^{12}	tera	เทระ	T
10^{15}	peta	เพตะ	P
10^{18}	exa	เอกซะ	E
10^{21}	zetta	เซตตะ	Z
10^{24}	yotta	ยอตตะ	Y

จากตัวอย่างข้างต้น

0.000005 แอมแปร์ = 5×10^{-6} แอมแปร์ = 5 ไมโครแอมแปร์ (μA)

6000000 วัตต์ = 6×10^{6} วัตต์ = 6 เมกะวัตต์ (MW)

หมายเหตุ

1. การใช้คำนำหน้าหน่วยควรใช้เพียงครั้งเดียว ไม่นิยมเขียนคำนำหน้าหน่วยซ้อนกัน เช่นไม่ควรเขียนมิลลิไมโครวินาที (mμs) ควรเขียนนาโนวินาที (ns)

2. การนำสัญลักษณ์ของคำนำหน้าหน่วยไปกำกับหน้าสัญลักษณ์ของหน่วย จะถือว่าได้สัญลักษณ์ใหม่เป็นสัญลักษณ์เดี่ยว เมื่อนำไปยกกำลังไม่ต้องใส่วงเล็บ เช่น mm^3, μs^{-1}, GHz^{-1}

ภาคผนวก ค ตารางฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มุม (องศา)	มุม (เรเดียน)	sine	cosine	tangent	มุม (องศา)	มุม (เรเดียน)	sine	cosine	tangent	มุม (องศา)	มุม (เรเดียน)	sine	cosine	tangent
0	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	31	0.5411	0.5150	0.8572	0.6009	61	1.0647	0.8746	0.4848	1.8040
1	0.0175	0.0175	0.9998	0.0175	32	0.5585	0.5299	0.8480	0.6249	62	1.0821	0.8829	0.4695	1.8807
2	0.0349	0.0349	0.9994	0.0349	33	0.5760	0.5446	0.8387	0.6494	63	1.0996	0.8910	0.4540	1.9626
3	0.0524	0.0524	0.9986	0.0524	34	0.5934	0.5592	0.8290	0.6745	64	1.1170	0.8988	0.4384	2.0503
4	0.0698	0.0697	0.9976	0.0699	35	0.6109	0.5736	0.8192	0.7002	65	1.1345	0.9063	0.4226	2.1445
5	0.0873	0.0872	0.9962	0.0875	36	0.6283	0.5878	0.8090	0.7265	66	1.1519	0.9135	0.4067	2.2460
6	0.1047	0.1045	0.9945	0.1051	37	0.6458	0.6018	0.7986	0.7536	67	1.1694	0.9205	0.3907	2.3559
7	0.1222	0.1219	0.9925	0.1228	38	0.6632	0.6157	0.7880	0.7813	68	1.1868	0.9272	0.3746	2.4751
8	0.1396	0.1391	0.9903	0.1405	39	0.6807	0.6293	0.7771	0.8098	69	1.2043	0.9336	0.3584	2.6051
9	0.1571	0.1565	0.9877	0.1584	40	0.6981	0.6428	0.7660	0.8391	70	1.2217	0.9397	0.3420	2.7475
10	0.1745	0.1736	0.9848	0.1763	41	0.7156	0.6561	0.7547	0.8693	71	1.2392	0.9455	0.3256	2.9042
11	0.1920	0.1908	0.9816	0.1944	42	0.7330	0.6691	0.7431	0.9004	72	1.2566	0.9511	0.3090	3.0777
12	0.2094	0.2079	0.9782	0.2126	43	0.7505	0.6820	0.7314	0.9325	73	1.2741	0.9563	0.2924	3.2709
13	0.2269	0.2250	0.9744	0.2309	44	0.7679	0.6947	0.7193	0.9657	74	1.2915	0.9613	0.2756	3.4874
14	0.2443	0.2419	0.9703	0.2493	45	0.7854	0.7071	0.7071	1.0000	75	1.3090	0.9659	0.2588	3.7321
15	0.2618	0.2588	0.9659	0.2679	46	0.8029	0.7193	0.6947	1.0724	76	1.3265	0.9703	0.2419	4.0108
16	0.2793	0.2756	0.9613	0.2867	47	0.8203	0.7314	0.6820	1.0724	77	1.3439	0.9744	0.2250	4.3315
17	0.2967	0.2924	0.9563	0.3057	48	0.8378	0.7431	0.6691	1.1106	78	1.3614	0.9781	0.2079	4.7046
18	0.3142	0.3090	0.9511	0.3249	49	0.8552	0.7547	0.6561	1.1504	79	1.3788	0.9816	0.1908	5.1446
19	0.3316	0.3256	0.9455	0.3443	50	0.8727	0.7660	0.6428	1.1918	80	1.3963	0.9848	0.1736	5.6713
20	0.3491	0.3421	0.9397	0.3640	51	0.8901	0.7771	0.6293	1.2349	81	1.4137	0.9877	0.1564	6.3138
21	0.3665	0.3584	0.9336	0.3839	52	0.9076	0.7880	0.6157	1.2799	82	1.4312	0.9903	0.1392	7.1154
22	0.3840	0.3746	0.9272	0.4040	53	0.9250	0.7986	0.6018	1.3270	83	1.4486	0.9925	0.1219	8.1443
23	0.4014	0.3907	0.9205	0.4245	54	0.9425	0.8090	0.5878	1.3764	84	1.4661	0.9945	0.1045	9.5144
24	0.4189	0.4067	0.9135	0.4452	55	0.9599	0.8192	0.5736	1.4281	85	1.4835	0.9962	0.0872	11.430
25	0.4363	0.4226	0.9063	0.4663	56	0.9774	0.8290	0.5592	1.4826	86	1.5010	0.9976	0.0698	14.301
26	0.4538	0.4384	0.8988	0.4877	57	0.9948	0.8387	0.5446	1.5399	87	1.5184	0.9986	0.0523	19.081
27	0.4712	0.4540	0.8910	0.5095	58	1.0123	0.8480	0.5299	1.6003	88	1.5359	0.9994	0.0349	28.636
28	0.4887	0.4695	0.8829	0.5317	59	1.0297	0.8572	0.5150	1.6643	89	1.5533	0.9998	0.0175	57.290
29	0.5061	0.4848	0.8746	0.5543	60	1.0472	0.8660	0.5000	1.7321	90	1.5708	1.0000	0.0000	∞
30	0.5236	0.5000	0.8660	0.5774	61	1.0647	0.8746	0.4848	1.8040					

ภาคผนวก ง ตารางเลขกำลังสอง รากที่สองและส่วนกลับ

n	n^2	$\sqrt{n}$	$10/n$
1	1	1.000	10.000
2	4	1.414	5.000
3	9	1.732	3.333
4	16	2.000	2.500
5	25	2.236	2.000
6	36	2.449	1.667
7	49	2.646	1.429
8	64	2.828	1.250
9	81	3.000	1.111
10	100	3.162	1.000
11	121	3.317	0.909
12	144	3.464	0.833
13	169	3.606	0.769
14	196	3.742	0.714
15	225	3.873	0.667
16	256	4.000	0.625
17	289	4.123	0.588
18	324	4.243	0.556
19	361	4.359	0.526
20	400	4.472	0.500
21	441	4.583	0.476
22	484	4.690	0.455
23	529	4.796	0.435
24	576	4.899	0.417
25	625	5.000	0.400
26	676	5.099	0.385
27	729	5.196	0.370
28	784	5.292	0.357
29	841	5.385	0.345
30	900	5.477	0.333
31	961	5.568	0.323
32	1024	5.657	0.313
33	1089	5.745	0.303
34	1156	5.831	0.294
35	1225	5.916	0.286
36	1296	6.000	0.278
37	1369	6.083	0.270
38	1444	6.164	0.263
39	1521	6.245	0.256
40	1600	6.325	0.25

n	n^2	$\sqrt{n}$	$10/n$
41	1681	6.403	0.244
42	1764	6.481	0.238
43	1849	6.557	0.233
44	1936	6.633	0.227
45	2025	6.708	0.222
46	2116	6.782	0.217
47	2209	6.856	0.213
48	2304	6.928	0.208
49	2401	7.000	0.204
50	2500	7.071	0.200
51	2601	7.141	0.196
52	2704	7.211	0.192
53	2809	7.280	0.189
54	2916	7.348	0.185
55	3025	7.416	0.182
56	3136	7.483	0.179
57	3249	7.550	0.175
58	3364	7.616	0.172
59	3481	7.681	0.169
60	3600	7.746	0.167
61	3721	7.810	0.164
62	3844	7.874	0.161
63	3969	7.937	0.159
64	4096	8.000	0.156
65	4225	8.062	0.154
66	4356	8.124	0.152
67	4489	8.185	0.149
68	4624	8.246	0.147
69	4761	8.307	0.145
70	4900	8.367	0.143
71	5041	8.426	0.141
72	5184	8.485	0.139
73	5329	8.544	0.137
74	5476	8.602	0.135
75	5625	8.660	0.133
76	5776	8.718	0.132
77	5929	8.775	0.130
78	6084	8.832	0.128
79	6241	8.888	0.127
80	6400	8.944	0.125

n	n^2	$\sqrt{n}$	$10/n$
81	6561	9.000	0.123
82	6724	9.055	0.122
83	6889	9.110	0.120
84	7056	9.165	0.119
85	7225	9.220	0.118
86	7396	9.274	0.116
87	7569	9.327	0.115
88	7744	9.381	0.114
89	7921	9.434	0.112
90	8100	9.487	0.111
91	8281	9.539	0.110
92	8464	9.592	0.109
93	8649	9.644	0.108
94	8836	9.695	0.106
95	9025	9.747	0.105
96	9216	9.798	0.104
97	9409	9.849	0.103
98	9604	9.899	0.102
99	9801	9.950	0.101
100	10000	10.000	0.100
101	10201	10.049	0.099
102	10404	10.100	0.098
103	10609	10.149	0.097
104	10816	10.198	0.096
105	11025	10.247	0.095
106	11236	10.296	0.094
107	11449	10.344	0.093
108	11664	10.392	0.093
109	11881	10.440	0.092
110	12100	10.488	0.091
111	12321	10.536	0.090
112	12544	10.583	0.089
113	12769	10.630	0.088
114	12996	10.677	0.088
115	13225	10.724	0.087
116	13456	10.770	0.086
117	13689	10.817	0.085
118	13924	10.863	0.085
119	14161	10.909	0.084
120	14400	10.954	0.083

ภาคผนวก จ ตัวอย่างการบันทึกการทดลอง

การศึกษาหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์นั้นจำเป็นต้องมีการทดลอง เพื่อให้รู้จักและเข้าใจกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ที่ใช้ในการหาเหตุผลหรือหลักฐานทางวิทยาศาสตร์ การบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ จากการสังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นในการทดลองจึงเป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะการสรุปเหตุผลหรือการอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจะใช้ข้อมูลที่ได้จากสังเกตเท่านั้นถ้าการบันทึกรายละเอียดในการทดลองมีความบกพร่อง เราอาจไม่สามารถสรุปได้ หรือต้องทำการทดลองซ้ำใหม่ ดังนั้น เราจะบันทึกผลการทดลองอย่างไร

การบันทึกการทดลอง ควรจัดลำดับของรายละเอียดต่าง ๆ ให้เหมาะสมและควรบันทึกด้วยข้อความที่กะทัดรัด เข้าใจง่ายและชัดเจน รายการที่บันทึกอาจเรียงลำดับดังนี้

1. หัวข้อการทดลอง
2. วัน เวลา สถานที่ทดลอง และสภาพแวดล้อมขณะนั้น
3. จุดประสงค์
4. วัสดุอุปกรณ์
5. วิธีทำกิจกรรม
6. ภาพการจัดอุปกรณ์การทดลอง
7. ตารางบันทึกผลการทดลอง
8. กราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณที่วัดได้
9. การคำนวณจากตารางบันทึกผลการทดลองหรือจากกราฟ
10. การสรุปและอภิปรายผล หัวข้อนี้ควรประกอบด้วย การสรุป การแปลความหมาย การบอกความคลาดเคลื่อน (ในกรณีที่มีการหาความคลาดเคลื่อน) รวมทั้งข้อเสนอแนะเพื่อการปรับปรุงแก้ไขสำหรับการทดลองนี้ในครั้งต่อ ๆ ไป

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในขั้นตอนการทำการทดลองข้างต้น ขอให้ศึกษาตัวอย่างการบันทึกการทดลองต่อไปนี้

กิจกรรม 5.3 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก

จุดประสงค์

1. เขียนและวิเคราะห์กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล
2. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุล
3. อภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง

วัสดุและอุปกรณ์

1. เครื่องชั่งสปริง 1 เครื่อง
2. สปริง 1 อัน
3. ไม้บรรทัด 1 อัน
4. นอต 1 ตัว

วิธีทำกิจกรรม

1. ยึดนอตกับปลายสปริงด้านหนึ่งแล้วยึดปลายสปริงอีกด้านไว้กับดินสอ จากนั้นใช้ตะขอของเครื่องชั่งสปริงเกี่ยวนอตตัวเดียวกันไว้ แล้ววางสปริงและเครื่องชั่งสปริงให้อยู่ในแนวขนานกับไม้บรรทัด ให้ปลายสุดของสปริงด้านที่เกี่ยวกับเครื่องชั่งสปริงอยู่ตรงขีดศูนย์ของไม้บรรทัด ดังแสดงในรูปด้านล่าง

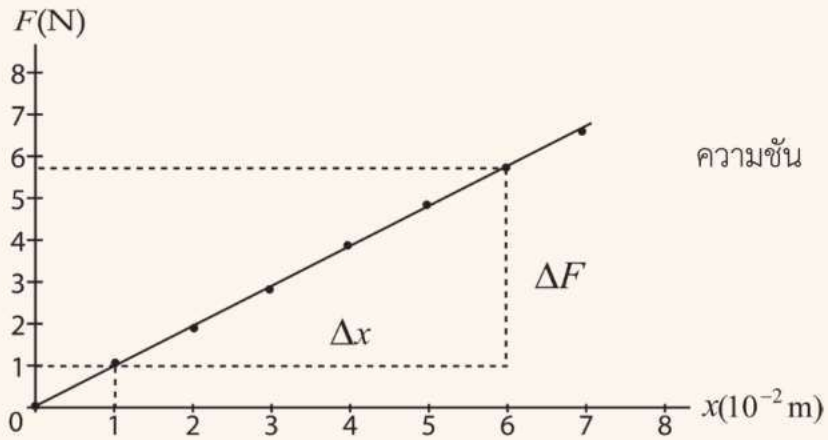
รูป การจัดอุปกรณ์สำหรับกิจกรรม 5.3

2. ใช้เครื่องชั่งสปริงออกแรงดึงสปริงผ่านนอตให้สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลครั้งละ 1 เซนติเมตร เมื่อนอตหยุดนิ่ง บันทึกขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่งสมดุลจนสปริงยืดออกเป็น 5 เซนติเมตร
3. เขียนกราฟระหว่างขนาดของแรงดึงกับระยะที่สปริงยืดออกโดยให้ขนาดของแรงดึงอยู่ในแกนตั้ง และระยะที่สปริงยืดออกอยู่ในแกนนอน
4. หาความชันของกราฟ
5. หางานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุล จากกราฟในข้อ 3.
6. เขียนกราฟระหว่างงานของแรงที่ดึงที่ตำแหน่งต่าง ๆ จากตำแหน่งสมดุลอยู่ในแกนตั้งกับกำลังสองของระยะที่สปริงยืดออกอยู่ในแกนนอน และหาความชันของกราฟ

ตารางบันทึกผลการทดลอง

ระยะที่สปริงยืดออก (cm)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
ขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง (N)	0	1.00	1.85	2.80	3.85	4.80	5.70	6.60

กราฟระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออกเป็นดังนี้



$$\text{ความชัน} = \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

$$= \frac{5.70\ \text{N} - 1.00\ \text{N}}{0.06\ \text{m} - 0.01\ \text{m}}$$

$$= 94\ \text{N/m}$$

รูป กราฟระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก

การสรุปและอภิปรายผล

จากการทดลองพบว่า เมื่อออกแรงที่ใช้ดึงสปริงเพิ่มขึ้น ระยะที่สปริงยืดออกจะเพิ่มขึ้นด้วย เมื่อเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริงกับระยะที่สปริงยืดออก จะได้เส้นตรงผ่านจุดกำเนิด แสดงว่า ขนาดของแรงที่ใช้ดึงสปริง F แปรผันกับระยะที่สปริงยืดออก x ซึ่งเขียนได้ว่า

$$F \propto x$$

หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า $F = kx$

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และเป็นความชันของกราฟเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด ความชันของกราฟระหว่างแรงที่ใช้ดึงสปริง F กับระยะที่สปริงยืดออก x มีค่า 94 N/m

ข้อเสนอแนะ

1. การจัดอุปกรณ์ ควรให้ตะขอของเครื่องชั่งสปริง และตะขอของสปริงอยู่ในแนวระดับ
2. ควรทำเครื่องหมายที่ปลายสุดท้ายของสปริงเป็นตำแหน่งของการสังเกตเพื่อวัดระยะยืด
3. วางไม้บรรทัดให้ใกล้กับสปริงมากที่สุด และขณะอ่านระยะยืดของสปริงควรให้สายตาอยู่ในแนวตั้งฉากกับไม้บรรทัดกับปลายสุดท้ายที่ทำเครื่องหมาย
4. การกำหนดสเกลของกราฟควรกำหนดให้เหมาะสม เพื่อให้ง่ายต่อการบันทึก
5. ระวังอย่าดึงสปริงจนเกินขีดจำกัดความยืดหยุ่นของสปริง เพราะอาจทำให้ตำแหน่งสมดุลของสปริงเปลี่ยนไป

คำศัพท์

บทที่ 4 สมดุลกล

สมดุลกล (mechanical equilibrium)
สมดุล (equilibrium)
สมดุลสถิต (static equilibrium)
สมดุลจลน์ (kinetic equilibrium)
สมดุลต่อการเลื่อนที่ (translational equilibrium)
สมดุลต่อการหมุน (rotational equilibrium)
ศูนย์กลางมวล (center of mass, CM)
ศูนย์ถ่วง (center of gravity, CG)
โมเมนต์ของแรง (moment of a force)
แรงคู่ควบ (couple)
เสถียรภาพ (stability)

บทที่ 5 งานและพลังงาน

งาน (work)
ผลคูณเชิงสเกลาร์ (scalar product)
กำลัง (power)
กำลังม้า (horse power, hp)
พลังงาน (energy)
พลังงานจลน์ (kinetic energy)
พลังงานศักย์ (potential energy)
พลังงานกล (mechanical energy)
ทฤษฎีบทงาน-พลังงานจลน์
(work-kinetic energy theorem)
พลังงานศักย์โน้มถ่วง (gravitational potential energy)
พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (elastic potential energy)
กฎของฮุก (Hooke's law)
ค่าคงตัวสปริง (spring constant)
แรงอนุรักษ์ (conservative force)
แรงไม่อนุรักษ์ (non-conservative force)
กฎการอนุรักษ์พลังงานกล
(law of conservation of mechanical energy)
กฎการอนุรักษ์พลังงาน (law of conservation of energy)
เครื่องกลอย่างง่าย (simple machine)
คาน (lever)
ลิ่ม (wedge)
รอก (pulley)
พื้นเอียง (inclined plane)
สกรู (screw)
ล้อกับเพลา (wheel and axle)
ประสิทธิภาพ (efficiency)
การได้เปรียบเชิงกล (mechanical advantage, M.A.)

บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน

โมเมนตัม (momentum)
โมเมนตัมเชิงเส้น (linear momentum)
โมเมนตัมเชิงมุม (angular momentum)
แรงดล (impulsive force)
การดล (impulse)
ทฤษฎีบทการดล-โมเมนตัม
(impulse-momentum theorem)
กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม
(law of conservation of momentum)
การชนในหนึ่งมิติ (collisions in one dimension)
การชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision)
การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic collision)

บทที่ 7 การเคลื่อนที่แนวโค้ง

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (projectile motion)
การเคลื่อนที่แบบวงกลม (circular motion)
แรงสู่ศูนย์กลาง (centripetal force)
คาบ (period)
ความถี่ (frequency)
การเคลื่อนที่แบบวงกลมสม่ำเสมอ
(uniform circular motion)
ความเร่งสู่ศูนย์กลาง (centripetal acceleration)
อัตราเร็วเชิงเส้น (linear speed)
อัตราเร็วเชิงมุม (angular speed)

บรรณานุกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2528). **หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ เล่ม 1 ว 021**. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2528) **หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ เล่ม 2 ว 022**. (พิมพ์ครั้งที่ 3) กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). **หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ เล่ม 3 ว 022**. (พิมพ์ครั้งที่ 12) กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). **หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ 1 ว 422**. (พิมพ์ครั้งที่ 4) กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2542). **หนังสือเรียนวิชาฟิสิกส์ 2 ว 026**. (พิมพ์ครั้งที่ 3) กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 1.** (พิมพ์ครั้งที่ 8) กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 2**. (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

Giancolli, D. C. (2014). **Physics: Principles with Applications.** (7th ed). Pearson.

Halliday D., Resnick, R., Walker, J. (2011). **Fundamentals of Physics.** (9th ed). John Wiley & Sons, Inc.

Serway, R. A., Jewett, Jr., J. W. (2014). **Physics for Scientists and Engineers wizth Modern Physics.** (9th ed). Brooks/Cole.

Young, H. D., Freedman, R. A. (2016). **Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics.** (14th ed). Pearson.

ที่มาของรูปภาพ

หน้า	รูป	ที่มา
หน้าปก	รูป เครื่องเล่นบูมเมอแรง	สยามพาร์คซิตี้ สวนสยาม
1	รูป สะพานภูมิพล	อมเรศ ตาลเศวต
4	รูป 4.1 ข. วัตถุอยู่ในสมดุลสถิต	Paul Harrison from Pixabay
4	รูป 4.1 ค. วัตถุอยู่ในสมดุลสถิต	Marc Pascual from Pixabay
4	รูป 4.2 ก. วัตถุอยู่ในสมดุลจลน์	Varun Kulkarni from Pixabay
4	รูป 4.2 ค. วัตถุอยู่ในสมดุลจลน์	5606450 from Pixabay
43	รูป 4.16 ข. รถแข่ง	Gianfranco De Bei from Pixabay
61	รูป สไลเดอร์ยักษ์	สยามพาร์คซิตี้ สวนสยาม
93	รูป 5.10 ลูกมะพร้าวที่อยู่บนต้นมะพร้าว	Stefanie Laubscher from Pixabay
94	รูป 5.11 พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่สะสมอยู่ในสายธนู	Hebi B. from Pixabay
149	รูป การเล่นกีฬาวอลเลย์บอล	สมาคมกีฬาวอลเลย์บอลแห่งประเทศไทย
185	รูป 6.11 ค. การเคลื่อนที่ของจรวดจากฐาน	WikiImages from Pixabay
190	รูปประกอบตัวอย่าง 6.12	OpenClipart-Vectors from Pixabay
190	รูปประกอบตัวอย่าง 6.12	Gerd Altmann from Pixabay

คณะกรรมการจัดทำหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฟิสิกส์ เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

คณะที่ปรึกษา

1. ดร.พรพรรณ ไวทยางกูร	ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. รศ. ดร.สัญญา มิตรเอม	รองผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
3. ดร.วนิดา ธนประโยชน์ศักดิ์	ผู้ช่วยผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะผู้จัดทำหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2

1. ผศ. ดร.บุรินทร์ อัศวพิภพ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผศ. ดร.นฤมล สุวรรณจันทร์ดี	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ผศ. ดร.ขวัญ อารยะธนิตกุล	มหาวิทยาลัยมหิดล
4. รศ. ดร.พวงรัตน์ ไพเราะ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
5. ผศ. ดร.พรรัตน์ วัฒนกสิวิชช์	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
6. รศ. ดร.วิวัธน์ ยังดี	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
7. นายสุมิตร สวนสุข	โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย
8. นายรังสรรค์ ศรีสาคร	ผู้เชี่ยวชาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
9. นายบุญชัย ตันไถง	ผู้ชำนาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
10. นายวัฒนะ มากชื่น	ผู้ชำนาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
11. นายวินัย เลิศเกษมสันต์	ผู้ชำนาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
12. นายรักษพล ธนานุวงศ์	นักวิชาการอาวุโส สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
13. ดร.กวิน เชื่อมกลาง	นักวิชาการอาวุโส สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

14. ดร.ปรีดา พัชรมณีปกรณ์	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
15. นายสรจิตต์ อารีรัตน์	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
16. นายจอมพรรค นวลดี	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
17. นายเทพนคร แสงหัวช้าง	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
18. นายธนะรัชต์ คัณทักษ์	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะผู้ร่วมพิจารณาหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 (ฉบับร่าง)

1. นายวิศาล จิตต์วาริน	นักวิชาการอิสระ
2. ดร.ศักดิ์ สุวรรณฉาย	มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
3. นายพลพิพัฒน์ วัฒนเศรษฐานุกูล	โรงเรียนมัธยมวัดบึงทองหลาง กรุงเทพมหานคร
4. นายโฆสิต สิงหสุต	โรงเรียนศึกษานารีวิทยา กรุงเทพมหานคร
5. นางสาวปิยะมาศ บุญประกอบ	โรงเรียนวัดบวรนิเวศ กรุงเทพมหานคร
6. นายอดิศักดิ์ ยงยุทธ	โรงเรียนมัธยมวัดหนองจอก กรุงเทพมหานคร
7. นายบุญโฮม สุขล้วน	โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร
8. นายเสน่ห์ เชื้อสูงเนิน	โรงเรียนมัธยมบ้านบางกะปิ กรุงเทพมหานคร
9. นายอิศรัชณ์ โชติผโลทัย	โรงเรียนลาซาล กรุงเทพมหานคร
10. นายณัฐวีร วุฒิกุล	โรงเรียนพระมารดานิจจานุเคราะห์ กรุงเทพมหานคร
11. นางสาวสายชล สุขโข	โรงเรียนจ่านกร้อง จ.พิษณุโลก
12. นางสาวสายพิณ สุวรรณฤทธิ์	โรงเรียนวังไกลกังวล จ.ประจวบคีรีขันธ์
13. นางศิริเพ็ญ ศรีตระกูล	โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน จ.ขอนแก่น
14. นางปาริชาติ อักษรภักดี	โรงเรียนสตรีทุ่งสง จ.นครศรีธรรมราช
15. ดร.จำเริญตา ปริญญาธารมาศ	นักวิชาการ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะบรรณาธิการ

1. ผศ. ดร.บุรินทร์ อัศวพิภพ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. นายรังสรรค์ ศรีสาคร	ผู้เชี่ยวชาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
3. นายบุญชัย ตันไถง	ผู้ชำนาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
4. นายวัฒนะ มากชื่น	ผู้ชำนาญ สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
5. นายรักษพล ธนานุวงศ์	นักวิชาการอาวุโส สาขาวิทยาศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ค่าคงตัวและข้อมูลทางกายภาพอื่น ๆ

ค่าคงตัว

ปริมาณ	สัญลักษณ์	ค่าประมาณ
อัตราเร็วของแสง	c , c_0	3.0×10^{8} m s^{-1}
ค่าคงตัวโน้มถ่วง	G	6.6726×10^{-11} m^{3} kg^{-1} s^{-2}
ค่าคงตัวพลังค์	h	6.6261×10^{-34} J s
ประจุมูลฐาน	e	1.6022×10^{-19} C
ค่าคงตัวริดเบิร์ก	R_∞	1.0974×10^{7} m^{-1}
รัศมีโบร์	a_0	5.2918×10^{-11} m
มวลอิเล็กตรอน	m_e	9.1094×10^{-31} kg
มวลโปรตอน	m_p	1.6726×10^{-27} kg
มวลนิวตรอน	m_n	1.6749×10^{-27} kg
มวลดิวเทอรอน	m_d	3.3436×10^{-27} kg
ค่าคงตัวอาโวกาโดร	N_A , L	6.0221×10^{23} mol^{-1}
ค่าคงตัวมวลอะตอม	m_u	1.6605×10^{-27} kg
ค่าคงตัวแก๊ส	R	8.3145 J mol^{-1} K^{-1}
ค่าคงตัวโบลต์ซมันน์	k_B	1.3807×10^{-23} J K^{-1}

ข้อมูลทางกายภาพอื่น ๆ

ปริมาณ	ค่า
มวลของโลก	5.97×10^{24} kg
มวลของดวงจันทร์	7.36×10^{22} kg
มวลของดวงอาทิตย์	1.99×10^{30} kg
รัศมีของโลก (เฉลี่ย)	6.38×10^{3} km
รัศมีของดวงจันทร์ (เฉลี่ย)	1.74×10^{3} km
รัศมีของดวงอาทิตย์ (เฉลี่ย)	6.96×10^{5} km
ระยะทางระหว่างโลกและดวงจันทร์ (เฉลี่ย)	3.84×10^{5} km
ระยะทางระหว่างโลกและดวงอาทิตย์ (เฉลี่ย)	1.496×10^{8} km

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ